كلية العلوم

القسم : **الرياضيات**

السنة : **الثالثة**

المادة : معادلات تفاضلية جزئية

المحاضرة : الاولى/عملي/

{{ مكتبة A to Z }}

Facebook Group : مكتبة A to Z

يمكنكم طلب المحاضرات برسالة نصية (SMS) أو عبر (What's app-Telegram) على الرقم 0931497960

السؤال الأول: صنف المعادلات الآتية (جزئية/عادية):

① $U_t = k\,U_{xx}$ جزئية

② $W_{tt} = c^2 W_{xx}$ جزئية

③ $y_{tt} + w^2 y = \Gamma_0 \cos(wt)$ عادية

④ $\phi_{xx} + \phi_{yy} + \phi_{zz} = 4\pi\rho(x,y,z)$ جزئية

السؤال الثاني: صنف المعادلات التفاضلية الآتية حسب المرتبة والخطية:

① $x\,u_x + y\,u_y = x^2 + y^2$ خطية مرتبة أولى

② $u_t\,u_x + u_y = 2$ شبه خطية مرتبة أولى

③ $u_{tt} - c\,u_{xx} = f(t,x)$ خطية مرتبة ثانية

④ $u_t + u.u_{xx} + u_{xxx} = 0$ غير خطية مرتبة ثالثة

⑤ $u_{tt}^2 + u_{xx} = 0$ غير خطية مرتبة ثانية

⑥ $x\,u_x + y\,u_y = \sin(x,y)$ خطية مرتبة أولى

⑦ $u_t + u.u_x = 0$ شبه خطية مرتبة أولى

⑧ $(u_x)^2 + u^3(u_y) = 0$ غير خطية مرتبة أولى

⑨ $(x-y)u_x + xy^2 u_y = u^3$ غير خطية مرتبة أولى

السؤال الثالث:

1) حل مسألة كوشي:

$yu_x + xu_y = u$

الشرط: $u(x,0) = x^3$

الحل:

$$\frac{dx}{y} = \frac{dy}{x} = \frac{du}{u}$$

① ② ③

① و ② $\Rightarrow$ $x^2 - y^2 = k_1$

① − ② = ③ $\Rightarrow$ $\frac{dx - dy}{y - x} = \frac{du}{u}$

$\ln|y-x| = -\ln|u| + \ln k_2$

$(y-x)u = k_2$

نعوض الحل العام:

$F(x^2 - y^2, (y-x)u) = 0$

$(y-x)u = g(x^2 - y^2)$

$u = \frac{g(x^2 - y^2)}{y-x}$

الشرط $\Rightarrow u(x,0) = x^3 \Rightarrow u(x,0) = \frac{g(x^2)}{-x} = x^3$

$g(x^2) = -x^4$

$g(x) = -x^2$

$u = \frac{-(x^2 - y^2)}{y-x}$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

2

$x u_x + y u_y = u$

بشرطين:

1) $u(x,x) = x^2$

2) $u(x,x) = x$

الحل:

$$\frac{dx}{x} = \frac{dy}{y} = \frac{du}{yu}$$

(1) (2) (3)

(1) و (2) $\Rightarrow \ln\frac{x}{y} = \ln k_1 \Rightarrow \frac{x}{y} = k_1$

(2) و (3) $\Rightarrow \ln\frac{yu}{y} = \ln k_2 \Rightarrow \frac{u}{y} = k_2$

$F\left(\frac{x}{y}, \frac{yu}{y}\right) = 0 \Rightarrow$

$\frac{u}{y} = f\left(\frac{x}{y}\right) \Rightarrow u = y f\left(\frac{x}{y}\right)$

الشرط (1):

$u(x,x) = x f(1) = x^2 \Rightarrow f(1) = x$

بتعويض الحل

الشرط (2): $u(x,x) = x f(1) = x \Rightarrow f(1) = 1$

بحيث يوجد عدد غير منتهي من الحلول.

3

$u_t + 3u_x = 0$

$u(x,0) = \sin x$

الحل

$$\frac{dt}{1} = \frac{dx}{3} = \frac{du}{0}$$

$\Rightarrow \begin{matrix} x - 3t = k_1 \\ u(x,t) = k_2 \end{matrix}\Big\} \quad u(x,t) = f(x - 3t)$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

$\sin x = U(x,0) = f(x)$

$U(x,t) = \sin(x-3t)$

4

$u_x + 2u_y = \cos(y-2x)$

$u(0,y) = y^2$

$\frac{dx}{1} = \frac{dy}{2} = \frac{du}{\cos(y-2x)}$ كل 1

① ، ② $\boxed{2x-y=k_1}$

① ، ③ $\Rightarrow \cos(k_1)\,dx = du$

$\cos(k_1)\,x = u + k_2$

$u - \cos(y-2x)\,x = k_2$

$F(2x-y,\ u-x\cos(y-2x)) = 0$

$u - x\cos(y-2x) = g(2x-y)$

$u = g(2x-y) + x\cos(y-2x)$

$u(0,y) = y^2$: نعوض بـ

$g(-y) = y^2$

$\Rightarrow u = (2x-y)^2 + x\cos(y-2x)$

$Y = -y$

$Y^2 = y^2$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

5

$$u_t + u_x + 3u = 0$$

$$u(x,0) = \frac{1}{x^2+1}$$

$$\frac{dt}{1} = \frac{dx}{1} = \frac{du}{-3u}$$ الحل

$$\Rightarrow t - x = c_1$$

$$u = c_2 e^{-3t}$$

$$\Rightarrow u e^{3t} = c_2$$

$$F(t-x, u e^{3t}) = 0 \Rightarrow u e^{3t} = g(t-x)$$

$$\Rightarrow u = e^{-3t} g(t-x)$$

$$u(x,0) = \frac{1}{x^2+1} = g(-x) \Rightarrow g(x) = \frac{1}{x^2+1}$$

$$u = e^{-3t} \frac{1}{(t-x)^2+1}$$

6

$$u_t + 2u_x + 4u = x$$

$$u(x,0) = e^x$$

$$\frac{dt}{1} = \frac{dx}{2} = \frac{du}{4}$$

الحل في المحاضرة القادمة

انتهت المحاضرة

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة