كلية العلوم

القسم : **الرياضيات**

السنة : **الثانية**

المادة : تحليل رياضي٣

المحاضرة : الثالثة/عملي/

{{ مكتبة A to Z }}

Facebook Group : مكتبة A to Z

تمرين: بيّن فيما إذا كانت المتسلسلات الآتية متقاربة أم متباعدة وجد مجموعها إذا أمكن

① $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n^2+3n+2}$

نوجد متتالية المجاميع الجزئية

$S_n = \sum_{k=0}^{n} \frac{1}{k^2+3k+2}$

$S_n = \sum_{k=0}^{n} \frac{1}{(k+1)(k+2)} \Rightarrow \frac{1}{(k+1)(k+2)} = \frac{A}{k+1} + \frac{B}{k+2}$

نضرب بـ $(k+1)(k+2)$

$1 = A(k+2) + B(k+1)$

بالمطابقة والنشر نجد

① $A+B=0 \Rightarrow A=-B$

② $2A+B=1 \Rightarrow$ نعوّض $A=-B$ نجد

$-2B+B=1 \Rightarrow \boxed{B=-1}$

نعوض في ① $\Rightarrow \boxed{A=1}$

$S_n = \sum_{k=0}^{n} \frac{1}{k+1} - \frac{1}{k+2}$

$S_n = \left(1-\frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{3}-\frac{1}{4}\right) + \cdots + \left(\frac{1}{n+1}-\frac{1}{n+2}\right)$

مكتبة A to Z - كلية العلوم (جامعة طرطوس) TEL:0931497960

$S_n = 1 - \frac{1}{n+2}$

$\lim_{n\to\infty} S_n = 1$

بما أن المجاميع الجزئية متقاربة فإن العدد 1 مجموع بالوعي 1.

(2) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n^2+4n+3}$

نوجد متتالية المجاميع الجزئية

$$\sum_{k=0}^{n} \frac{1}{k^2+4k+3} = \sum_{k=0}^{n} \frac{1}{(k+1)(k+3)}$$

بعد تفريق الكسر يصبح لدينا

$$S_n = \frac{1}{2} \sum_{k=0}^{n} \left[\frac{1}{k+1} - \frac{1}{k+3} \right]$$

$$= \frac{1}{2}\left[\left(1-\frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{2}-\frac{1}{4}\right) + \left(\frac{1}{3}-\frac{1}{5}\right) + \left(\frac{1}{4}-\frac{1}{6}\right) + \cdots + \left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+2}\right) + \cdots + \left(\frac{1}{n+1}-\frac{1}{n+3}\right) \right]$$

$$\lim_{n\to\infty} \sum_{n=0}^{\infty} = \frac{1}{2}\left[1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{n+2} + \frac{1}{n+2}\right] = \frac{3}{4}$$

وهذه المتتالية متقاربة ومجموعها بالوعي $\frac{3}{4}$

(3) $\sum_{n=1}^{\infty} 9^{-n+2}\, 4^{n+1} = \sum_{n=1}^{\infty} 9^{-n} \times 9^{2} \times 4^{n} \times 4$

$$= 324 \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{4}{9}\right)^n$$

هندسية أساسها $q = \frac{4}{9}$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

لنوجد المجموع: $S = a \frac{1}{1-q} = 324 \times \left(\frac{4}{9}\right)^{\frac{1}{2}} = 144$

$$S = 144 \times \frac{1}{1-\frac{4}{9}} = \frac{1296}{5}$$

استنتج المجموع: $\sum_{n=0}^{\infty} 9^{-n+2} \cdot y^{n+1} = 9^2 \times y + \sum_{n=1}^{\infty} 9^{-n+2} \cdot y^{n+1}$

$$= \frac{324}{(5)} + \frac{1296}{5} = \frac{1620 + 1296}{5} = \frac{2916}{5}$$

$$= 583.2$$

(4) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{4n^2 - n^3}{10 + 2n} = \lim_{n \to \infty} \frac{4n^2 - n^3}{10 - 2n} = -\infty$

ومنه السلسلة متباعدة.

انتهت المسألة

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة