كلية العلوم

القسم : **الرياضيات**

السنة : **الثانية**

المادة : معادلات تفاضلية١

المحاضرة : الثانية/عملي/

{{ مكتبة A to Z }}

Facebook Group : مكتبة A to Z

2026

كلية العلوم ، كلية الصيدلة ، الهندسة التقنية

يمكنكم طلب المحاضرات برسالة نصية (SMS) أو عبر(What's app-Telegram)على الرقم 0931497960

القسم: الرياضيات — المحاضرة: 2 عملي

السنة: الثانية

المادة: معادلات تفاضلية 1

1- أوجد حلّ المعادلة $y'=2x$ التي تحقق الشرط $y(2)=3$

$y'=2x$

$\frac{dy}{dx}=2x \Rightarrow dy=2x\,dx \Rightarrow y=x^2+c$ بعد المكاملة

$y(2)=3 \Rightarrow 3=4+c \Rightarrow c=-1$

$\Rightarrow y=x^2-1$

2- أوجد الحلّ العام والمنحني الخاص الذي يمرّ بالنقطة (0,0) للمعادلة التفاضلية

$e^x\cos y\,dx+(1+e^x)\sin y\,dy=0$

نقسم على $\cos(1+e^x)$

$\frac{e^x}{1+e^x}dx+\frac{\sin y}{\cos y}dy=0$

بالمكاملة

$\int\frac{e^x}{1+e^x}+\int\tan y=\ln|1+e^x|-\ln|\cos x|=\ln(c)$

$\ln\left|\frac{1+e^x}{\cos x}\right|=\ln(c)$ الحل العام

$c=\frac{1+e^x}{\cos x} \Rightarrow c=2$

$\frac{1+e^x}{\cos y}=2$ الحلّ الخاص

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

③ حل

$y' = \cos^2(y-x)$

نفرض $Z = y - x$

$\frac{dy}{dx} = \frac{dZ}{dx} + 1 \Rightarrow \frac{dZ}{dx} + 1 = \cos^2 Z$

$\frac{dZ}{dx} = \cos^2 Z - 1 = -\sin^2 Z$

$dZ = -\sin^2 Z\, dx$

$\frac{-dZ}{\sin^2 Z} = dx$

$\cot Z = x + C$

$\cot(x - y) = x + C$

4- حل

$x^3 dy + xy dx = x^2 dy + 2y dx$

$x^3 dy - x^2 dy + xy dx - 2y dx = 0$

$(x^3 - x^2) dy + y(x-2) dx = 0$

نقسم على $y(x^3 - x^2)$

$= \frac{1}{y} dy + \left(\frac{x-2}{x^3 - x^2}\right) dx = 0$

$\int \frac{x-2}{x^2(x-1)} = \frac{\alpha}{x^2} + \frac{\beta}{x} + \frac{\gamma}{x-1}$

بعد التفريق وإيجاد الثوابت نجد أن

$\alpha = 2,\ \beta = 1,\ \gamma = -1$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

$$= \int \frac{1}{y}dy + \left(\frac{2}{x^2} + \frac{1}{x} - \frac{1}{x-1}\right)dx = 0$$

$$Ln(y) + Ln(x) - \frac{2}{x} - Ln|x-1| = c$$

~~مثال (5)~~

~~$y = 2x\sqrt{1-y^2}$~~

نقسم

مثال (5) $y' = 2x\sqrt{1-y^2}$

$$y' + 2x\sqrt{1-y^2} = 0$$

$$\frac{dy}{dx} + 2x\sqrt{1-y^2} = 0$$

نقسم على $\sqrt{1-y^2}\,dx$

$$\frac{1}{\sqrt{1-y^2}}dy + 2x\,dx = 0$$

$$\boxed{\arcsin y + x^2 = c}$$

مثال (6) $2x^2y' = y(2x+y) = 0$

المعادلة متجانسة من الدرجة الثانية:

$y = zx \Rightarrow z = \frac{y}{x}$ ، $dy = x\,dz + z\,dx$

نعوض

$$2x^2\frac{dy}{dx} - y(2x+y) = 0$$

$$2x^2\frac{x\,dz + z\,dx}{dx} - zx(2x + zx) = 0$$

$$2x^3\frac{dz}{dx} + 2x^2z - 2x^2z - z^2x = 0$$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

$2x^3dx - z^2x^2dx = 0$

نقسم على $2x^3z^2 \neq 0$

$\frac{dz}{z^2} - \frac{1}{2} \times \frac{1}{x} dx = 0$

$$-\frac{1}{z} - \frac{1}{2}\ln x = c$$

(7) حل المعادلة

معادلة متجانسة $xy^2dy - (x^3+y^3)dx = 0$

من الدرجة 3

$xy^2dy - (x^3+y^3)dy = 0$

$y = z.x \Rightarrow dy = xdz + zdx$

$x(z^2x^2)(zdx + xdz) - (x^3 + z^3y^3)dx = 0$

$x^3z^3dx + z^2x^4dz - x^3dx - z^3x^3dx = 0$

$z^2x^4dz - x^3dx = 0$

نقسم على $x^4 \neq 0$

$z^2dz - \frac{dx}{x} = 0$

$\frac{z^3}{3} - \ln(x) = c$

$\frac{(\frac{y}{x})^3}{x} - \ln(x) = c$

$\frac{y^3}{3x^3} - \ln(x) = c$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

$y(xy+1)dx + x(1+xy+x^2y')dy = 0$ مثال 8

$z = x.y \longrightarrow y = \frac{z}{x}$

$dz = x\,dy + y\,dx \longrightarrow dy = \frac{x\,dz - z\,dx}{x^2}$

$\frac{z}{x}(z+1)dx + x(1+z+z^2)\left(\frac{x\,dz - z\,dx}{x^2}\right)$

نضرب بـ z

$z(z+1)dx + (1+z+z^2)x\,dz - (1+z+z^2)z\,dx$

$dx(z^2+z-z-z^2-z^3) + (1+z+z^2)x\,dz = 0$

نقسم على z^3x

$-\frac{dx}{x} + \frac{1+z+z^2}{z^3}dz = 0$

$-\frac{dx}{x} + \frac{1}{z^3} + \frac{z}{z^3} + \frac{z^2}{z^3} = -\ln|x| - \frac{2}{z^2} - \frac{1}{z} + \ln|z| = c$

$\ln|x| - \frac{2}{xy} - \frac{1}{xy} + \ln(x.y) = c$

مثال 9 $y' = (y-4x)^2$

$y' = (y-4x)^2$

$z = y - 4x$

$z' = y' - 4 \longrightarrow z' + 4 = y' \longrightarrow z' + 4 = z^2 \longrightarrow$

$\frac{dz}{dx} = z^2 - 4 \longrightarrow dz = (z^2-4)dx \Rightarrow \frac{1}{z^2-4}dz = dx$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

$$\frac{1}{Z^2-4} = \frac{A}{Z-2} + \frac{B}{Z+2}$$

بالتعويض واجراء الحساب نجد:

$$b = \frac{1}{4} \quad , \quad a = -\frac{1}{4}$$

$$= \frac{-\frac{1}{4}}{Z-2} + \frac{\frac{1}{4}}{Z+2}$$

$$= -\frac{1}{4}\ln|Z+2| + \frac{1}{4}\ln|Z-2| = n + c$$

$$= -\frac{1}{4}\ln(y-4x+2) + \frac{1}{4}(y-4x-2) = n + c$$

-10

$$y(1+xy)^2 dx + x^2 y\, dy = 0$$

نفرض $Z = x.y \Rightarrow y = \frac{Z}{x}$

$$dy = \frac{x\,dZ - Z\,dx}{x^2}$$

$$\frac{Z}{x}(1+Z)^2 dx + x^2\left(\frac{x - Z\,dx}{x^2}\right) = 0$$

$$Z(1+Z)^2 dx + Z x\, dZ - Z^2 dx = 0$$

$$(Z + 2Z^2 + Z^3 - Z^2)dx + 2x\,dZ = 0$$

$$(Z + Z^2 + Z^3)dx + Z x\, dZ = 0$$

نقسم على $x(Z+Z^2+Z^3) \Rightarrow$

$$\frac{1}{x}dx + \frac{dZ}{1+Z+Z^2} = 0$$

$$\frac{dZ}{(Z+\frac{1}{2})^2 - \frac{1}{4} + 1} + \frac{dx}{x}$$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

$$\frac{dZ}{(Z+\frac{1}{2})^2+\frac{3}{4}} + \frac{dx}{x}$$

$$\frac{2}{\sqrt{3}} \arctan\left(\frac{Z+\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}}\right) + \ln x = C$$

$$\frac{2}{\sqrt{3}} \arctan\left(\frac{2x+1}{\sqrt{3}}\right) + \ln x = C$$

انتهت المحاضرة

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة