كلية العلوم

القسم : **الفيزياء**

السنة : **الثالثة**

المادة : ميكانيك الموائع

المحاضرة: الثالثة/نظري/

{{ مكتبة A to Z }}

Facebook Group : مكتبة A to Z

مقرر: ميكانيك الموائع — السنة: الثالثة

المحاضرة: الثالثة — د. علي أسد

5- معامل التوتر السطحي:

يلعب التوتر السطحي دوراً هاماً في السوائل، حيث تكون جزيئات السائل على السطح محولة بقوى إلى الأسفل فقط بينما الجزيئات في الداخل محولة بقوى في كل الاتجاهات وبالتالي تكون متزنة.

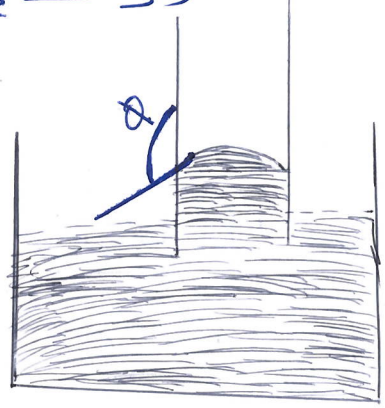
تنشأ قوة التوتر السطحي نتيجة للاختلاف بين قوى التماسك بين جزيئات السائل مع بعضها البعض وقوى الالتصاق بين جزيئات السائل وجدار الأنبوبة وجزيئات الهواء المحيط بالسائل أيضاً.

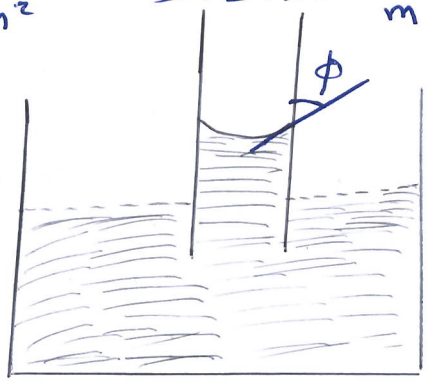
ولهذا السبب يكون سطح السائل متوتراً (مشدوداً). وبسبب هذه الخاصية يتخذ سطح السائل الشكل المقعر والمحدب، وبفضل هذه الخاصية يمكن لبعض الحشرات أن تتحرك بسهولة على هذا السطح المشدود دون أن تغرق.

نعبر عن مقدار التوتر بمقدار القوة الواقعة على طول المحيط حول السائل ونكتب معامل التوتر بالشكل التالي:

$$\gamma = \frac{F_t}{L}$$

يقاس معامل التوتر السطحي بوحدة $[\gamma] = \frac{N}{m}$ أو $[\gamma] = \frac{J}{m^2}$





ترتفع السوائل في الأنابيب الضيقة بسبب هذه الخاصية وتتوقف عندما يساوي وزن عمود السائل قوة الجاذبية. والأنبوبة نصف قطرها r مملوءة بسائل كثافته ρ، اجد أن $W = mg = \rho V g$ حيث

نعرف ما يسمى زاوية التماس ويرمز لها بالرمز ϕ وهي الزاوية المحصورة بين اتجاه المماس للسطح السائل عند النقطة التي يمس فيها السائل سطح الأنبوبة، وتكون محصلة قوة التوتر السطحي المؤثرة في اتجاه جدار الأنبوبة:

$$F_t = 2\pi r \gamma \cos\phi$$

ونفرض أن $V = \pi r^2 . h$

حيث h ارتفاع السائل في الأنبوبة وبالتالي يكون وزن عمود السائل في الأنبوبة

$$W = \rho \pi r^2 g h$$

في حالة الاتزان تتساوى القوتين:

$$2\pi r \gamma \cos\phi = \rho \pi r^2 g h$$

ومنها يكون ارتفاع السائل في الأنبوبة

$$h = \frac{2\gamma \cos\phi}{\rho g r} \quad (*)$$

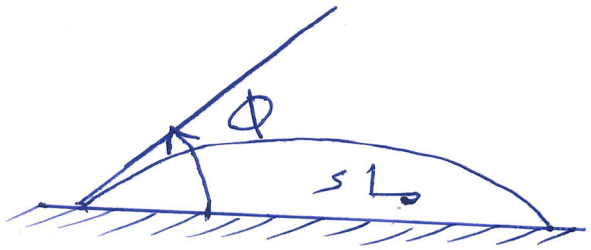
ويمكن حساب قيمة التوتر السطحي من العلاقة التالية:

$$\gamma = \frac{\rho g h r}{2\cos\phi}$$

نلاحظ من العلاقة $(*)$ أن السائل يرتفع أكثر في الأنبوبة إذا كان نصف قطر الأنبوبة صغيراً، كما يزيد الارتفاع كلما قلت كثافة السائل.

يمكن تفسير تكور قطرات الماء الساقطة بسبب التوتر السطحي

إذا كانت زاوية التماس $0 < \phi < 90^\circ$ فإن قوة التماسك أقل من الإلتصاق ونقول أن السائل يبلل السطح



أما إذا كانت $90^\circ < \phi < 180^\circ$ فإن السائل لا يبلل السطح فالزئبق مثلاً لا تلتصق جزيئاته مع السطح للسبب المذكور أعلاه

فرق الضغط بين وجهي سطح منحني:

لندرس هنا العلاقة بين التوتر السطحي وفرق الضغط داخل وخارج فقاعة سواء كانت هذه الفقاعة في الهواء كفقاعة الصابون أو فقاعة هوائية في سائل.

تتكون الفقاعة الصابونية في الهواء من غشائين دقيقين بينهما سائل ولكي تتوازن فإنها لابد أن تكون واقعة تحت تأثير قوتين هما قوة التوتر السطحي F_t والتي تعمل على تقليل مساحة السطح والقوة الثانية الناتجة عن الفرق في الضغط داخل الفقاعة P_i والضغط خارج الفقاعة P_o. هاتان القوتان متساويتان في المقدار متعاكستان في الاتجاه، تعطى قوة التوتر السطحي بالشكل التالي

$$F_t = \gamma (2\pi r)$$

حيث $(2\pi r)$ محيط الفقاعة، وتكون قوة التوتر السطحي للغشائين

$$F_t = 2\gamma (2\pi r) = 4\gamma \pi r$$

أما القوة الناتجة عن فرق الضغط فتعطى بالشكل:

$$(P_i - P_o)\pi r^2$$

بما أن هاتين القوتين متساويتين فنجد:

$$4\gamma\pi r = (P_i - P_o)\pi r^2$$

وبالتالي

$$\Rightarrow P_i - P_o = \frac{4\gamma}{r}$$

أما في حالة وجود فقاعة هوائية داخل السائل، فإنها تتكون من غشاء واحد وبالتالي فإن

$$P_i - P_o = \frac{2\gamma}{r}$$

نلاحظ أن فرق الضغط بين داخل وخارج الفقاعة يتناسب طرداً مع التوتر السطحي γ وعكساً مع نصف القطر r

مثال (1): وضعت أنبوبة شعرية خفيفة قطرها 0.5mm في سائل تام التبليل، كثافته $\rho = 800 kg/m^3$ وتوتره السطحي $\gamma = 0.03 N/m$ احسب ارتفاع السائل في الأنبوبة الشعرية.

الحل: بما أن السائل تام التبليل فتكون زاويته $\theta = 0$ فنجد:

$$h = \frac{\gamma 2\cos\theta}{\rho g r} = \frac{0.03 \times 2}{800 \times 9.8 \times 0.5 \times 10^{-3}} \approx 0.0153 = 15.3mm$$

مثال (2): أنبوبة شعرية نظيفة نصف قطرها 0.3mm غمرت رأسياً في الماء بحيث كان 8mm من طولها فوق سطح الماء. ما ارتفاع الماء في الأنبوبة؟ كم يصبح هذا الارتفاع إذا غمرت بحيث يكون الطول الظاهر فوق سطح الماء 3mm علماً أن التوتر السطحي للماء $\gamma_w = 7.2 \times 10^{-2} N/m$

نعتبر هنا زاوية التماس صفر $\Leftarrow \phi = 0$ $\cos\phi = 1$

$$h = \frac{2\gamma_w \cos\phi}{\rho_w g r} = \frac{2 \times 7.2 \times 10^{-2} \times 1}{10^3 \times 9.8 \times 0.3 \times 10^{-3}}$$

$$\approx 49 \times 10^{-3}\ m = 49\ mm$$

وفي الغرالثاني نلاحظ أن ارتفاع الماء لن يتعدى طول جزء الأنبوب الظاهر أي $h' = 30mm$ لأن الزاوية تتغير فتصبح

$$\cos\phi = \frac{h \rho_w g r}{2\gamma_w} = \frac{30 \times 10^{-3} \times 10^3 \times 9.8 \times 0.3 \times 10^{-3}}{2 \times 7.2 \times 10^{-2}}$$

$$= 0.6125 \Rightarrow \phi \simeq 52.2°$$

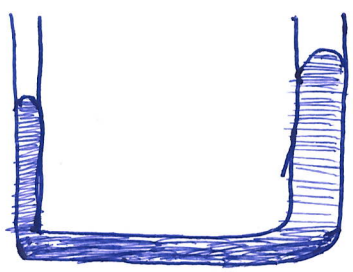
مثال (3): أنبوبة على شكل حرف U القطران الداخليان لساقيها $2r_1 = 0.5\ mm$ و $2r_2 = 1.5\ mm$ وضع بها زئبق فكان فرق الارتفاع $\Delta h = 17.5\ mm$ احسب قيمة التوتر السطحي للزئبق علما أن زاوية تماس الزجاج $\phi = 145°$ وكثافته $\rho_{Hg} = 13600\ kg/m^3$

الحل:

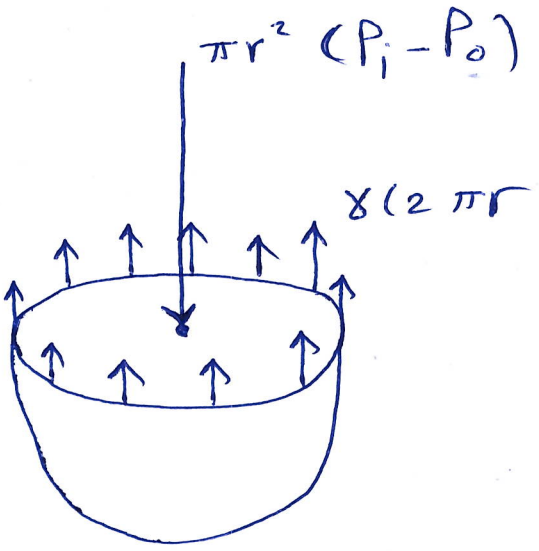
$$h_1 = \frac{2\gamma_{Hg} \cos\phi}{\rho_{Hg} g r_1}, \quad h_2 = \frac{2\gamma_{Hg} \cos\phi}{\rho_{Hg} g r_2}$$

$$\Delta h = h_2 - h_1 = \frac{2\gamma_{Hg} \cos\phi}{\rho_{Hg} g} \left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1}\right)$$

$$\Rightarrow \gamma_{Hg} = 0.57\ N/m$$



قطع عرضي يوضح القوة المؤثرة على الفقاعة الهوائية



مكتبة A to Z