كلية العلوم

القسم : **الفيزياء**

السنة : **الثالثة**

المادة : كهرطيسية

المحاضرة: الثالثة/نظري/

{{ مكتبة A to Z }}

Facebook Group : مكتبة A to Z

مقرر: الكهرطيسية — السنة: الثالثة

المحاضرة: الثالثة — د. علي أسد

سؤال: اذكر أنواع الحقول الكهرطيسية واكتب معادلات ماكسويل الخاصة بكل نوع:

1- الحقول الساكنة: تنتج هذه الحقول عن الشحنات الكهربائية الساكنة وتكون هذه الحقول مستقلة عن الزمن ونكتب معادلات ماكسويل لهذه الحقول بالشكل التالي:

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \qquad \nabla \wedge \vec{H} = 0 \qquad \nabla \cdot \vec{D} = \rho \qquad \nabla \wedge \vec{E} = 0$$

2- الحقول المستقرة: تتولد هذه الحقول عن حركة الشحنات التي سرعاتها ثابتة وتكون هذه الحقول مستقلة عن الزمن، ونكتب معادلات ماكسويل لهذه الحقول بالشكل

$$\nabla \wedge \vec{H} = \vec{J} \qquad \nabla \cdot \vec{D} = \rho \qquad \nabla \wedge \vec{E} = 0 \qquad \nabla \cdot \vec{B} = 0$$

3- الحقول المتغيرة ببطء: هذا يعني أن تغيرات الحقل تحقق الشرط $\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \ll \vec{J}$ لذا نكتب معادلات ماكسويل بالشكل

$$\nabla \wedge \vec{H} = \vec{J} \qquad \nabla \cdot \vec{D} = \rho \qquad \nabla \wedge \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \qquad \nabla \cdot \vec{B} = 0$$

4- الحقول المتغيرة بسرعة: تحقق هذه الحقول الشرط $\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \gg \vec{J}$ وتأخذ معادلات ماكسويل الشكل:

$$\nabla \wedge \vec{H} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \qquad \nabla \cdot \vec{D} = \rho \qquad \nabla \wedge \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \qquad \nabla \cdot \vec{B} = 0$$

ملاحظات مهمة:

1- في حالة الحقول الساكنة لا يوجد ترابط بين الحقول الكهربائية والمغناطيسية

2- في حالة الحقول المستقرة يوجد ترابط بين الحقول الكهربائية والمغناطيسية من خلال معادلة ماكسويل الأولى

3- في حالة الحقول المتغيرة ببطء يوجد ترابط مباشر بين $\vec{E}$ و $\vec{B}$ من خلال المعادلة الثانية

4- في حالة الحقول المتغيرة بسرعة يوجد ترابط مباشر بين $\vec{E}$ و $\vec{B}$ من خلال المعادلتين الأولى والثانية

الشروط الحدية:

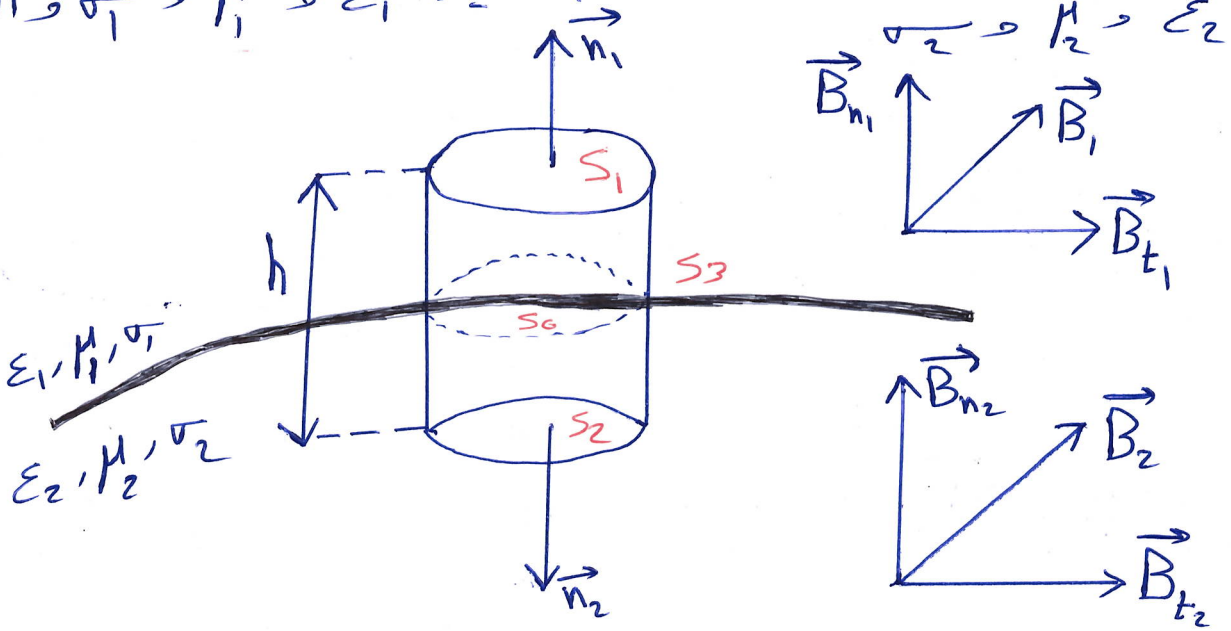
يقصد بالشروط الحدية دراسة تغيرات الحقل الكهرطيسي بالقرب من الحدود الفاصلة بين الأوساط المادية المختلفة المميزة بالمقادير ε و μ و σ. سنرى حالات استمرار مركبات الحقل الكهرطيسي وانقطاعها عند الحدود الفاصلة بمساعدة معادلات ماكسويل بصيغتها التكاملية.

1. استمرار المركبة الناظمية للحقل $\vec{B}$:

لدراسة الشرط الحدي للمركبة الناظمية لحقل التدفق المغنطيسي $\vec{B}$ ننطلق من معادلة ماكسويل الرابعة بصيغتها التكاملية:

$$\oint_S \vec{B}\cdot d\vec{S} = \oint_S \vec{B}\cdot\vec{n}\,dS = 0$$

يوضح الشكل المبين أدناه رسماً توضيحياً للسطح الفاصل بين وسطين مختلفين يتميز الأول بالمقادير ε_1 و μ_1 و σ_1 والثاني بالمقادير ε_2 و μ_2 و σ_2



لتكن $\vec{e}_n$ متجه واحدة محمول على الناظم للسطح الفاصل و $\vec{e}_t$ متجه واحدة محمول على مماس السطح الفاصل. عندئذٍ نحلل $\vec{B}$ إلى مركبتين بالشكل التالي

$$\vec{B} = B_n\,\vec{e}_n + B_t\,\vec{e}_t \qquad B_n = \vec{e}_n\cdot\vec{B}$$

$$B_t = \vec{e}_t \cdot \vec{B} = |\vec{e}_n \wedge \vec{B}|$$

نتصور الآن على السطح الفاصل للوسطين المختلفين غشاءً رقيقاً أسطوانياً الشكل، بسماكة h، وسطح قاعدته العلوية S_1 وسطح قاعدته السفلية S_2 وسطحه الجانبي S_3

وعليه نكتب معادلة مكسويل بالشكل

$$\oint_{S_1} \vec{B} \cdot \vec{n}_1 dS_1 + \oint_{S_2} \vec{B} \cdot \vec{n}_2 dS_2 + \oint_{S_3} \vec{B} \cdot \vec{n}_3 dS_3 = 0$$

نختار الاتجاه الموجب للناظم من الوسط الثاني إلى الوسط الأول فنجد

$$B_{n_1} S_1 - B_{n_2} S_2 + \bar{B} S_3 = 0$$

حيث $\bar{B}$ القيمة الوسطى لحقل التحريض المغنطيسي على السطح الجانبي.

للحصول على الشرط الذي يجعل السماكة $h \to 0$ هما يؤدي إلى أن $S_3 = 0$، $S_1 = S_2 \to S_0$ ومن ثم:

$$(B_{n_1} - B_{n_2}) S_0 = 0 \qquad S_0 \neq 0$$

$$B_{n_1} = B_{n_2} \quad \text{أو} \quad \vec{e}_n (\vec{B}_1 - \vec{B}_2) = 0 \quad \text{ومنه}$$

تدل هذه العلاقة على أن المركبة الناظمية لحقل التحريض المغنطيسي مستمرة على السطح الفاصل بين وسطين مختلفين، ومنه نجد:

$$\mu_1 H_{n_1} = \mu_2 H_{n_2} \Rightarrow \frac{H_{n_1}}{H_{n_2}} = \frac{\mu_2}{\mu_1}$$

نستنتج من ذلك، أن المركبة الناظمية للحقل المغناطيسي $\vec{H}$ منقطعة على السطح الفاصل بمقدار μ_2/μ_1

2 انقطاع المركبة الناظمية للحقل $\vec{E}$:

لدراسة الشرط الحدي للمركبة الناظمية لحقل التدفق الكهربائي $\vec{D}$ ننطلق من معادلة ماكسويل الثالثة:

$$\oint_S \vec{D}\cdot d\vec{S} = q$$

بإتباع الخطوات السابقة نفسها، نجد:

$$(D_{n_1} - D_{n_2})\,S_0 = q$$

ومن ثم:

$$D_{n_1} - D_{n_2} = q/S_0 = \sigma_s$$

حيث σ_s كثافة الشحنات السطحية على السطح الفاصل بين الوسطين المادتين المختلفين.

وهكذا نستنتج أن المركبة الناظمية لحقل التدفق الكهربائي $\vec{D}$ منقطعة على السطح الفاصل بين الوسطين، عندما توجد عليه شحنات سطحية. وهذه الحالة تتحقق عند العوازل، لأنها تملك كثافة سطحية للشحنات. وعند العوازل تكون المركبة الناظمية هذه مستمرة، لأنها لا تحوي على كثافة شحنات سطحية.

وخلافاً لذلك، تكون المركبة الناظمية للحقل الكهربائي $\vec{E}$ منقطعة عند المواد العازلة والناقلة، وتكون قيمة الانقطاع مساوية σ_s/ε_0. إذاً يعبر عن شرط انقطاع المركبة الناظمية للحقل $\vec{E}$ بالعلاقة الآتية، آخذين بالحسبان العلاقة التي تربط بين متجهتي التدفق الكهربائي والحقل الكهربائي $\vec{D} = \varepsilon \vec{E}$

$$\varepsilon_1 E_{n_1} - \varepsilon_2 E_{n_2} = \sigma_s$$

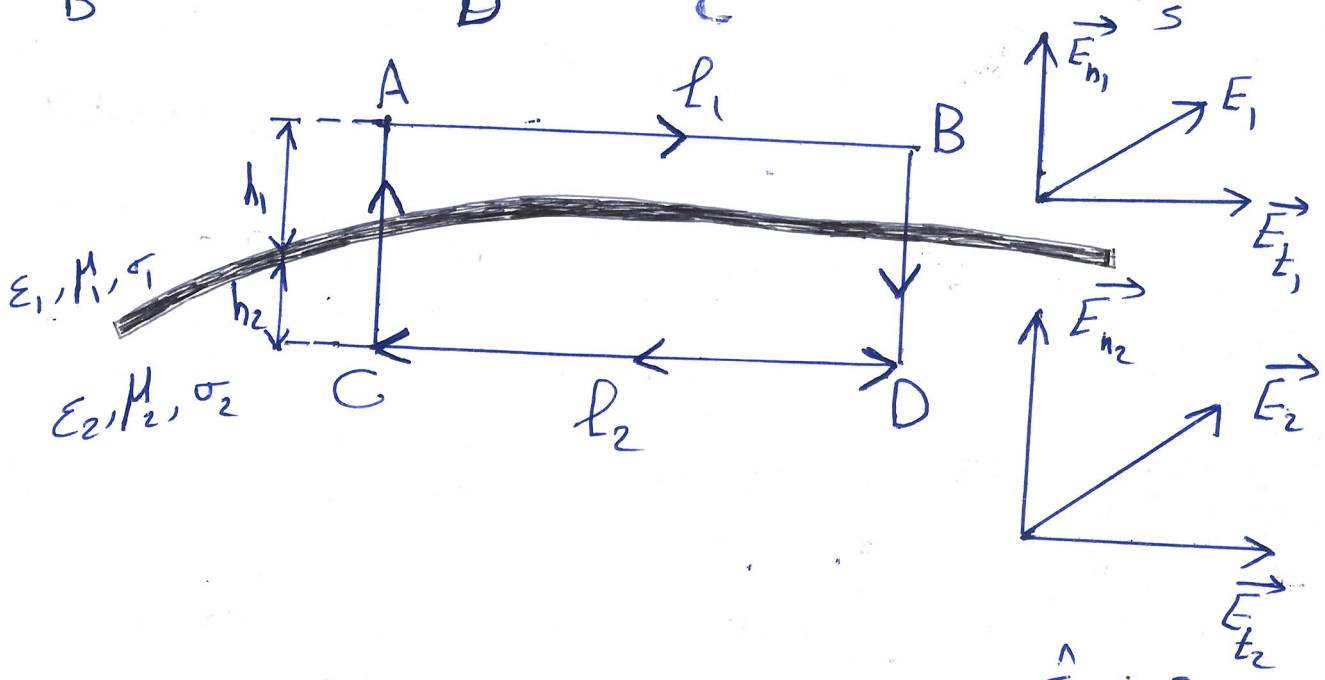
3 | استمرار المركبة المماسية للحقل الكهربائي $\vec{E}$:

لنشئ شاذ كل سلكة ستطيل على السطح الفاصل بين الوسطين طوله l وعرضه h_1 في الوسط الأول و h_2 في الوسط الثاني. نأخذ الاتجاه الموجب للجولان، كما في الشكل الآتي. نطبق معادلة مكسويل الثانية، أي:

$$\oint_C \vec{E}\cdot d\vec{l} = -\frac{\partial}{\partial t}\oint_S \vec{B}\cdot d\vec{S}$$

ومن ثم

$$\int_A^B \vec{E}\cdot d\vec{l}_1 + \int_B^D \vec{E}\cdot(d\vec{h}_1 + d\vec{h}_2) + \int_D^C \vec{E}\cdot d\vec{l}_2 + \int_C^A \vec{E}\cdot(d\vec{h}_2 + d\vec{h}_1) = -\frac{\partial}{\partial t}\oint_S \vec{B}\cdot d\vec{S}$$



ومن ثم

$$l E_{t_1} - h_1 E_{n_1} - h_2 E_{n_2} - l E_{t_2} + h_2 E_{n_2} + h_1 E_{n_1} = -\frac{\partial \overline{B}_n}{\partial t} l(h_1 + h_2)$$

حيث $\overline{B}_n$ التدفق المغنطيسي الوسطي عبر الغشاء الرقيق

وعندما $h_1 \to 0$ و $h_2 \to 0$، فإن مساحة المستطيل تتناهى إلى الصفر، ومن ثم

$$l(E_{t_1} - E_{t_2}) = 0 \qquad l \neq 0$$

ومن ثم $E_{t_1} - E_{t_2} = 0$ أو $\vec{e}_n \wedge (\vec{E}_1 - \vec{E}_2) = 0$

نلاحظ هنا، أن المركبة المماسية للحقل $\vec{E}$ مستمرة عند السطح الفاصل ويمكننا بسهولة أن نستنتج انقطاع المركبة المماسية لكثافة التيار الذي يبلغ المقدار $\frac{\sigma_1}{\sigma_2}$ حيث لدينا $\vec{J}=\sigma\vec{E}$

بالتعويض في العلاقة السابقة

$$\frac{J_{t_1}}{J_{t_2}}=\frac{\sigma_1}{\sigma_2}$$

4 استمرار المركبة المماسية للحقل المغناطيسي $\vec{H}$:

نحصل على الشرط الحدي للمركبة المماسية للحقل $\vec{H}$ باستخدام معادلة ماكسويل الأولى

$$\oint \vec{H}\cdot d\vec{l}=\int_S\left(\vec{J}+\frac{\partial\vec{D}}{\partial t}\right)\cdot d\vec{S}$$

باتباع نفس الخطوات في الفقرة السابقة نجد

$$\ell H_{t_1}-\ell H_{t_2}+h_1H_{n_1}+h_2H_{n_2}-h_1H_{n_1}-h_2H_{n_2}=\left(J_n+\frac{\partial D_n}{\partial t}\right)\ell(h_1+h_2)$$

إذا كانت سرعة تغير حقل الانزياح الكهربائي محدودة، والمركبة الناظمية لكثافة التيار صغيرة جداً، بحيث يمكن إهمالها، وعندما $h_1\to 0$ ، $h_2\to 0$ فإننا نحصل على المساواة

$$\ell(H_{t_1}-H_{t_2})=0$$

ومن ثم

$$H_{t_1}=H_{t_2}$$

هذا يعني أن المركبة المماسية للحقل $\vec{H}$ مستمرة على السطح الفاصل ولكن المركبة المماسية للحقل $\vec{B}$ تكون منقطعة على السطح الفاصل ومقدار هذا الانقطاع يساوي μ_1/μ_2

$$\frac{B_{t_1}}{B_{t_2}}=\frac{\mu_1}{\mu_2}$$

مكتبة A to Z