كلية العلوم

القسم : **الفيزياء**

السنة : **الثانية**

المادة : تحليل عقدي ومتجهي

المحاضرة : الاولى /عملي/

{{ مكتبة A to Z }}

Facebook Group : مكتبة A to Z

2026

كلية العلوم ، كلية الصيدلة ، الهندسة التقنية

يمكنكم طلب المحاضرات برسالة نصية (SMS) أو عبر(What's app-Telegram)على الرقم 0931497960

التمرين (1): لتكن لدينا الأشعة:

$\vec{u} = 4\vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$ $\quad \vec{v} = 3\vec{i} - 2\vec{j} + 2\vec{k}$

$\vec{w} = -\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$

a) * احسب كلاً من $\vec{u} + \vec{v} + \vec{w}$ و $\|\vec{u} - \vec{v} - \vec{w}\|$

b) أوجد $\vec{a}$ شعاع الواحدة بجاذبية الشعاع $2\vec{u} - \vec{v} - \vec{w}$ والمتجه بالاتجاه المعاكس له.

الحل: a)

$\vec{u} + \vec{v} + \vec{w} = 4\vec{i} + \vec{j} - \vec{k} - \vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k} + 3\vec{i} - 2\vec{j} + 2\vec{k}$

$\vec{u} + \vec{v} + \vec{w} = \boxed{6\vec{i} - 3\vec{j} + 2\vec{k}}$

$\|\vec{u} - \vec{v} - \vec{w}\|$:

$\vec{u} - \vec{v} - \vec{w} = 4\vec{i} + \vec{j} - \vec{k} - 3\vec{i} + 2\vec{j} - 2\vec{k} + \vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}$

$\vec{u} - \vec{v} - \vec{w} = 2\vec{i} + 5\vec{j} - 4\vec{k}$

مكتبة A to Z - كلية العلوم (جامعة طرطوس) - TEL:0931497960

$\|\vec{u}-\vec{v}-\vec{w}\| = \sqrt{4+25+16} = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$

(b) $2\vec{u}-\vec{v}-\vec{w} = 2(4\vec{i}+\vec{j}-\vec{k}) - 3\vec{i}+2\vec{j}-2\vec{k}+\vec{i}$
$+2\vec{j}-\vec{k}$

$2\vec{u}-\vec{v}-\vec{w} = 6\vec{i}+6\vec{j}-5\vec{k}$

$\|2\vec{u}-\vec{v}-\vec{w}\| = \sqrt{36+36+25} = \sqrt{97}$

بفرض $\vec{b}$ شعاع الواحدة للشعاع $2\vec{u}-\vec{v}-\vec{w}$ إذاً:

$\vec{b} = \frac{1}{\sqrt{97}}(2\vec{u}-\vec{v}-\vec{w}) = \frac{6}{\sqrt{97}}\vec{i}+\frac{6}{\sqrt{97}}\vec{j}-\frac{5}{\sqrt{97}}\vec{k}$

$\vec{a} = -\vec{b} = \frac{-6}{\sqrt{97}}\vec{i}-\frac{6}{\sqrt{97}}\vec{j}+\frac{5}{\sqrt{97}}\vec{k}$

التمرين (2): بفرض:

$\vec{u} = \vec{i}+2\vec{j}-3\vec{k}$
$\vec{v} = 3\vec{i}-\vec{j}+2\vec{k}$

(a) بين أن الشعاعين $\vec{u}+\vec{v}$ ، $\vec{u}-\vec{v}$ متعامدان.

(b) احسب قيمة الزاوية الحادة θ بين الشعاعين $2\vec{u}+\vec{v}$ و $2\vec{v}+\vec{u}$.

(c) عين شعاع الواحدة العمودي على كل من $\vec{u}$ و $\vec{v}$.

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

الحل: (a)

$\vec{u}+\vec{v} = (1+3)\vec{i} + (2-1)\vec{j} + (-3+2)\vec{k}$

$\Rightarrow \vec{u}+\vec{v} = 4\vec{i}+\vec{j}-\vec{k}$

$\vec{u}-\vec{v} = (1-3)\vec{i} + (2+1)\vec{j} + (-3-2)\vec{k}$

$\Rightarrow \vec{u}-\vec{v} = -2\vec{i}+3\vec{j}-5\vec{k}$

$\vec{u}\cdot\vec{v} = (4)(-2)+(1)(3)+(-1)(-5) = -5+5 = 0$

$\Rightarrow \vec{u}\cdot\vec{v} = 0 \Rightarrow \boxed{\vec{u}\perp\vec{v}}$

(b)

$2\vec{u}+\vec{v} = 2(\vec{i}+2\vec{j}-3\vec{k})+3\vec{i}-\vec{j}+2\vec{k}$

$\Rightarrow 2\vec{u}+\vec{v} = 5\vec{i}+3\vec{j}-4\vec{k}$

$2\vec{v}+\vec{u} = 2(3\vec{i}-\vec{j}+2\vec{k})+(\vec{i}+2\vec{j}-3\vec{k})$

$\Rightarrow 2\vec{v}+\vec{u} = 7\vec{i}+\vec{k}$

$\cos\theta = \dfrac{(2\vec{u}+\vec{v})(2\vec{v}+\vec{u})}{|2\vec{u}+\vec{v}||2\vec{v}+\vec{u}|} = \dfrac{(5)(7)+(3)(0)+(-4)(1)}{\sqrt{25+9+16}\ \sqrt{49}}$

$\Rightarrow \cos\theta = \dfrac{31}{50} \Rightarrow \theta = \text{arc}\cos\dfrac{31}{50}$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

ج)

$$\vec{v}\wedge\vec{u}=\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ 3 & -1 & 2\\ 1 & 2 & 3\end{vmatrix}$$

$$=(3-4)\vec{i}-(-6-2)\vec{j}+(6+1)\vec{k}$$

$$\Rightarrow \vec{v}\wedge\vec{u}=-1\vec{i}+11\vec{j}+7\vec{k}$$

$$|\vec{v}\wedge\vec{u}|=\sqrt{1+121+49}=\sqrt{171}$$

$$\vec{w}=\frac{1}{\sqrt{171}}\vec{i}+\frac{11}{\sqrt{171}}\vec{j}+\frac{7}{\sqrt{171}}\vec{k}$$

القرين (3): ليكن الأشعة:

$\vec{u}(2,3,-5)$ $\vec{v}(1,-1,1)$ $\vec{w}(5,2,-7)$

a) أوجد الزاوية المحصورة بين $\vec{u}$ و $\vec{v}$.

b) احسب حجم متوازي السطوح المبني على $\vec{u}$ و $\vec{v}$ و $\vec{w}$.

c) احسب مساحة المثلث المبني على $\vec{u}$ و $\vec{v}$.

d) احسب قيمة المقدار $\vec{u}\cdot(\vec{v}\wedge\vec{w})$

الحل: a)

$$\cos\theta=\frac{\vec{u}\cdot\vec{v}}{\|\vec{u}\|\cdot\|\vec{v}\|}=\frac{2-3-5}{\sqrt{38}\sqrt{3}}=\frac{-6}{\sqrt{114}}$$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

$$\Rightarrow \theta = \arccos\left(\frac{-6}{\sqrt{114}}\right)$$

(b) حجم متوازي السطوح $= \begin{vmatrix} 2 & 3 & -5 \\ 1 & -1 & 1 \\ 5 & 2 & -7 \end{vmatrix}$

$= 2(7-2) - 3(-7-5) - 5(2+5)$

$= 10 + 36 - 35 = 11$ وحدة مكعبة

(c) مساحة المثلث $= \frac{1}{2}|\vec{u} \wedge \vec{v}|$

$$\vec{u} \wedge \vec{v} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2 & 3 & -5 \\ 1 & -1 & 1 \end{vmatrix}$$

$= (3-5)\vec{i} - (2+5)\vec{j} + (-2-3)\vec{k}$

$= -2\vec{i} - 7\vec{j} - 5\vec{k}$

مساحة المثلث $= \frac{1}{2}\sqrt{4+49+25} = \frac{\sqrt{78}}{2}$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

(1)

$$\vec{v} \wedge \vec{w} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & -1 & 1 \\ 5 & 2 & -7 \end{vmatrix}$$

$$= (7-2)\vec{i} - (-7-5)\vec{j} + (2+5)\vec{k} =$$

$$\Rightarrow \vec{v} \wedge \vec{w} = 5\vec{i} + 12\vec{j} + 7\vec{k}$$

$$\vec{u} \wedge (\vec{v} \wedge \vec{w}) = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2 & 3 & -5 \\ 5 & 12 & 7 \end{vmatrix}$$

$$= (21+60)\vec{i} - (14+25)\vec{j} + (24-15)\vec{k} =$$

$$\Rightarrow \vec{u} \wedge (\vec{v} \wedge \vec{w}) = 81\vec{i} - 39\vec{j} + 9\vec{k}$$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

مكتبة A to Z