



كلية العلوم

القسم : الفيزياء

السنة : الثانية

المادة : معادلات تفاضلية

المحاضرة : الثالثة / عملي

{{ مكتبة A to Z }}

مكتبة A to Z : Facebook Group

كلية العلوم ، كلية الصيدلة ، الهندسة التقنية

يمكنكم طلب المحاضرات برسالة نصية (SMS) أو عبر (What's app-Telegram) على الرقم 0931497960



.....: الدكتور

المحاضرة:

.....: الشيخ علي / م



.....: التاريخ / /

.....: القسم: الفيزياء

.....: السنة: الثانية

.....: المادة: معادلات تفاضلية

A to Z Library for university services

.....: التامة $M(x,y) dx + N(x,y) dy$

$$\frac{\partial M}{\partial y} = \frac{\partial N}{\partial x} \quad \text{مُشرط المعادلة:}$$

.....: لتحج الزمرو نكا ح

.....: عن تامة $\rightarrow$ عامل التحويل $\rightarrow$ ضرب بالمعادلة $\rightarrow$ نحول لتامة

$$* \underbrace{(e^x + y + \sin y)}_M dx + \underbrace{(e^x + x + x \cos y)}_N dy$$

$$\frac{\partial M}{\partial y} = 1 + \cos y$$

$$\frac{\partial N}{\partial x} = 1 + \cos y$$

.....: التامة

$$\int e^x dx = (e^x)' y = 0 \Rightarrow \boxed{e^x dx} \quad \text{نمرة}$$

$$\int y dx = (xy)' dy = x \Rightarrow \boxed{y dx + x dy} \quad \text{نمرة}$$

$$\int \sin y \, dx = (x \sin y)' \, dy = \cancel{\sin y} \, x \cos y$$

$$\boxed{\sin y \, dx + x \cos y \, dy} \quad \text{زمرہ}$$

$$\int e^y \, dy = (e^y)' \, dx = \boxed{e^y \, dy = 0} \quad \text{زمرہ}$$

$$e^x \, dx + (y \, dx + x \, dy) + (\sin y \, dx + x \cos y \, dy) + e^y \, dy$$

$$= e^x + xy + x \sin y + e^y = c$$

$$* \underbrace{(x - y^2)}_M \, dx + \underbrace{2xy}_N \, dy = 0$$

الحل

$$\frac{\partial M}{\partial y} = -2y$$

$$\frac{\partial N}{\partial x} = +2y$$

علاقة

$$\frac{dM}{M} = \frac{\frac{\partial M}{\partial y}}{\frac{\partial N}{\partial x}} \, dx = \frac{-4y}{2xy} = -\frac{2}{x}$$

$$\Rightarrow M = e^{\int -\frac{2}{x}} = e^{-2 \ln x} = \frac{1}{x^2}$$

$$\boxed{M(x) = \frac{1}{x^2}}$$

نشر في مكتبة AZ

$$\frac{1}{x^2} (x - y^2) dx + \frac{1}{x^2} (2xy) dy = 0$$

$$\left(\frac{1}{x} - \frac{y^2}{x^2} \right) dx + \frac{2y}{x} dy = 0$$

$$\int \frac{1}{x} dx = (\ln x)' y = 0 \Rightarrow \boxed{\frac{1}{x} dx} \text{ جزء}$$

$$\int \frac{-y^2}{x^2} dx = -y^2 \int \frac{1}{x^2} dx = -y^2 \int x^{-2} dx$$

$$= -y^2 \left[\frac{x^{-2+1}}{-2+1} \right] = \left(-\frac{y^2}{x} \right) dy = \frac{2y}{x}$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{-y^2}{x^2} dx + \frac{2y}{x} dy} \text{ جزء}$$

$$\frac{1}{x} dx + \left(\frac{-y^2}{x} dx + \frac{2y}{x} dy \right)$$

$$= \ln x + \frac{y^2}{x} = C$$

$$* (xy^2 - y^3) dx - xy \left(y - \frac{1}{xy} \right) dy = 0$$

$\downarrow$
 $-xy^2 + 1 \cdot dy$

$$\frac{\partial M}{\partial y} = 2yx - 3y^2$$

$$\frac{\partial N}{\partial x} = -y^2$$

غير متساوية

$$\frac{\partial M}{\partial y} - \frac{\partial N}{\partial x} = 2yx - 3y^2 + y^2$$

$$\Rightarrow 2xy - 2y^2 = 2y(x-y)$$

$$\frac{\frac{\partial M}{\partial y} - \frac{\partial N}{\partial x}}{-M} dy = \frac{2y(x-y)}{-y^2(x-y)} = \frac{-2}{y}$$

$$M = e^{\int -\frac{2}{y} dy} = e^{-2 \ln y} = e^{\ln y^{-2}}$$

$$\Rightarrow M = \frac{1}{y^2}$$

نضرب المعادلة

$$\frac{1}{y^2} y^2 (x-y) dx - \frac{1}{y^2} xy \left(y - \frac{1}{xy} \right) dy = 0$$

$$(x-y) dx - \frac{x}{y} \left(y - \frac{1}{xy} \right) dy = 0$$

$$(x-y) dx + \left(-x + \frac{1}{y^2} \right) dy = 0$$

$$\int x dx = \left(\frac{x^2}{2} \right)' y = 0 \Rightarrow \boxed{x dx = 0} \quad \text{زمرة}$$

$$\int -y dx = (-yx)' y = -x$$

$$\Rightarrow \boxed{-y dx - x dy} \quad \text{زمرة}$$

$$\int \frac{1}{y^2} dy = \left[-\frac{1}{y} \right] + c = 0 \Rightarrow \boxed{\frac{1}{y} dy = 0} \text{ غير ممكن}$$

$$x dx + (-y dx - x dy) + \frac{1}{y^2} dy = 0$$

$$\frac{x^2}{2} - yx - \frac{1}{y} = c$$

$$* y(1+xy) dx + x(1-xy) dy = 0$$

$$\underbrace{(y+xy^2)}_M dx + \underbrace{(x-x^2y)}_N dy = 0$$

$$\frac{\partial M}{\partial y} = 1 + 2xy$$

$$\frac{\partial N}{\partial x} = 1 - 2xy$$

غير متساويين

$$\frac{\partial M}{\partial y} - \frac{\partial N}{\partial x} = 4xy$$

$$\frac{\partial M}{\partial x} = \frac{\frac{\partial M}{\partial y} - \frac{\partial N}{\partial x}}{Ny - M(x)}$$

$$= \frac{4xy}{yx - x^2y^2 - xy - x^2y^2} = \frac{4xy}{-2x^2y^2} = \frac{-2}{xy}$$

$$M = e^{\int -\frac{2}{xy} d(xy)} = e^{-2 \ln(xy)} = e^{\ln(xy)^{-2}}$$

$$\Rightarrow M = \frac{1}{x^2 y^2}$$

نضرب بالمعادلة:

$$\frac{1}{x^2 y^2} xy (1+xy) dx + \frac{1}{x^2 y^2} x (1-xy) dy$$

$$= \frac{1}{x} dx - \frac{1}{y} dy + \left(\frac{1}{x^2 y} dx + \frac{1}{xy^2} dy \right)$$

$$\ln x - \ln y - \frac{1}{xy} = C$$

$$\int \frac{1}{x^2 y} dx = \frac{1}{y} \int \frac{1}{x^2} dx = \left(-\frac{1}{xy} \right)' y$$

$$= - (x^{-1} y^{-1}) = -x^{-1} (y^{-1}) dy = \frac{1}{xy^2}$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{1}{x^2 y} dx + \frac{1}{xy^2} dy} \quad \text{نضرب}$$



مكتبة
A to Z