كلية العلوم

القسم : **الرياضيات**

السنة : **الثالثة**

المادة : ميكانيك١

المحاضرة : الثانية/نظري/

{{ مكتبة A to Z }}

Facebook Group : مكتبة A to Z

كلية العلوم ، كلية الصيدلة ، الهندسة التقنية

2026

٤

يمكنكم طلب المحاضرات برسالة نصية (SMS) أو عبر(What's app-Telegram)على الرقم 0931497960

مثال: M نقطة مادية تتحرك في المستوي xoy وفق المعادلتين:

$$x = 2t$$

$$y = 4t^2 - 1$$

عيّن المسار والسرعة

الحل: المسار يجب التخلص من الوسيط:

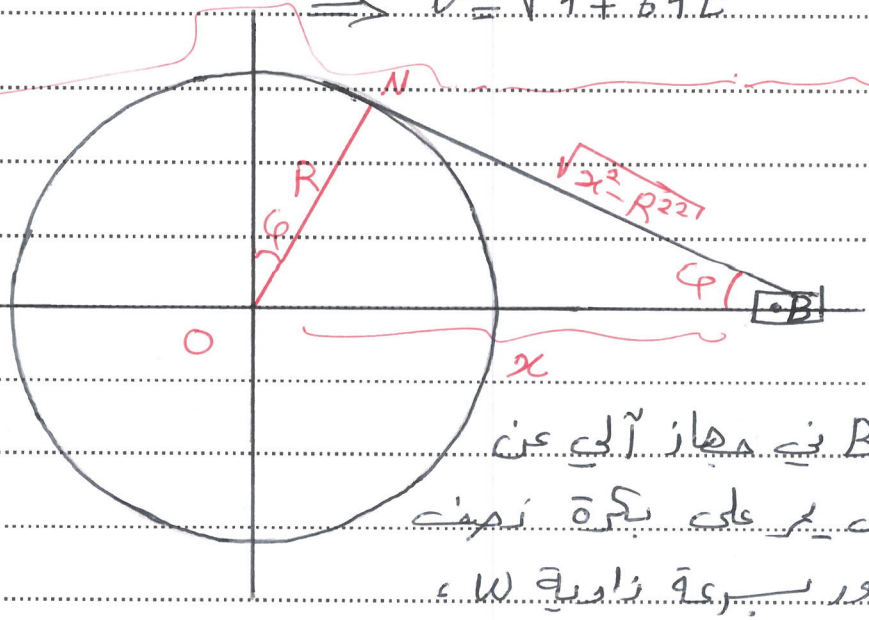
$$t = \frac{x}{2} \Rightarrow y = x^2 - 1$$

وهو المسار.

$$v_x = \frac{dx}{dt} = 2 \qquad v_y = \frac{dy}{dt} = 8t$$

$$\Rightarrow v = \sqrt{4 + 64t^2}$$

مثال هام:



يتحرك متزلق B في مهاد آلي عن طريق سلك يمر على بكرة نصف قطرها R، تدور بسرعة زاوية w، أوجد سرعة المتزلق B كتابع مسافة.

١٤) بما أن السيارة A تتحرك بسرعة ثابتة $v = Rw$ حسب المعطيات في الأعلى:

$$\frac{ds}{dt} = -v = -Rw$$

حيث:

$$S = \overset{\frown}{AN} + NB = \varphi R + \sqrt{x^2 - R^2}$$

$$\boxed{\frac{ds}{dt} = R\frac{d\varphi}{dt} + \frac{x}{\sqrt{x^2-R^2}}\frac{dx}{dt}} \quad *$$

$$\sin\varphi = \frac{R}{x} \quad , \quad \cos\varphi \cdot \frac{d\varphi}{dt} = \frac{-R}{x^2}\cdot\frac{dx}{dt}$$

نعوض في *:

$$\frac{ds}{dt} = -Rw$$

$$\Rightarrow -Rw = \frac{-R^2}{x^2}\cdot\frac{dx}{dt}\cdot\frac{x}{\sqrt{x^2-R^2}} + \frac{x}{\sqrt{x^2-R^2}}\frac{dx}{dt}$$

$$-Rw = \left[\frac{-R^2}{x\sqrt{x^2-R^2}} + \frac{x}{\sqrt{x^2-R^2}}\right]\frac{dx}{dt}$$

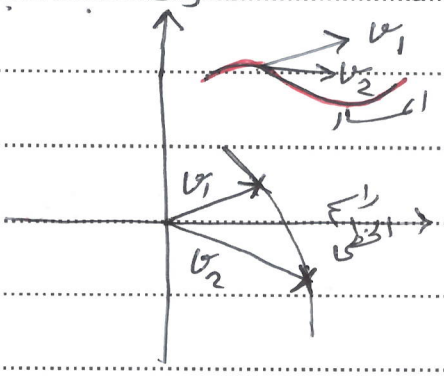
$$= \frac{x-R^2}{x\sqrt{x^2-R^2}}\frac{dx}{dt}$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{dx}{dt} = \frac{-Rwx}{\sqrt{x^2-R^2}}}$$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

دليل السرع وتسارع النقطة

★ راسم الخطى أو هاسّة دليل السرع: هو المنحني الذي يرسمه رأس شعاع السرعة عند الحركة باعتبار المبدأ ثابت هو O



نوجد معادلاته عن طريق إزالة الوسيط من المعادلات

$$\begin{cases} x_1 = x'(t) \\ y_1 = y'(t) \end{cases}$$

★ تسارع نقطة: يعطى شعاع التسارع أنه مشتق شعاع السرعة بالنسبة للزمن

$$\vec{w} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2\vec{r}}{dt}$$

$$\Rightarrow \vec{w}_x = x''(t) \Rightarrow w = \sqrt{x''^2(t) + y''^2(t)}$$

$$w_y = y''(t)$$

مثال: تتحرك نقطة مادية وفق:

$$x = a\cos kt$$

$$y = b\sin kt$$

أوجد دليل السرع (راسم الخطى) الخطى:

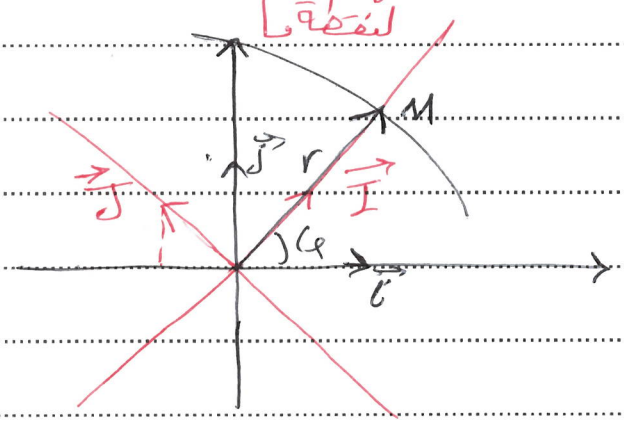
TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

$$x_1 = v_x = x'_{(t)} = -ka \sin kt$$

$$y_1 = v_y = y'_{(t)} = kb \cos kt$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{x_1^2}{a^2} + \frac{y_1^2}{b^2} = k^2}$$

السرعة والتسارع بالإحداثيات القطبية



يرتبط الإحداثيات الديكارتية مع القطبية بالعلاقة:

$$x = r \cos\varphi$$

$$y = r \sin\varphi$$

وبتفاضل:

$$x' = r' \cos\varphi - r \sin\varphi \, \varphi'$$

$$y' = r' \sin\varphi + r \cos\varphi \, \varphi'$$

سنغير القاعدة من $S_1 = \{\vec{i}, \vec{j}\}$ إلى $S_2 = \{\vec{I}, \vec{J}\}$

فيصبح:

$$\vec{v} = v_x \vec{i} + v_y \vec{j} = v_r \vec{I} + v_\varphi \vec{J}$$

وصيغة الانتقال: لدينا انتقال b من S_2 إلى S_1

$$\vec{I} = \cos\varphi \, \vec{i} + \sin\varphi \, \vec{j}$$

$$\vec{J} = -\sin\varphi \, \vec{i} + \cos\varphi \, \vec{j}$$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

$$A = \begin{bmatrix} \cos\varphi & -\sin\varphi \\ \sin\varphi & \cos\varphi \end{bmatrix}$$

مصفوفة الانتقال من S_1 إلى S_2 هي:

$$B = A^{-1} = \begin{bmatrix} \cos\varphi & \sin\varphi \\ -\sin\varphi & \cos\varphi \end{bmatrix}$$

ومنه:

$$\begin{bmatrix} v_r \\ v_\varphi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\varphi & \sin\varphi \\ -\sin\varphi & \cos\varphi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_x \\ v_y \end{bmatrix}$$

$$v_r = \cos\varphi\,[r'\cos\varphi - r\sin\varphi\,\varphi'] + \sin\varphi\,[r'\sin\varphi + r\cos\varphi\,\varphi']$$
$$= r'$$

$$v_\varphi = \sin\varphi\,[r'\cos\varphi - r\sin\varphi\,\varphi'] + \cos\varphi\,[r'\sin\varphi + r\cos\varphi\,\varphi']$$
$$= r\varphi' = r\frac{d\varphi}{dt}$$

$$\Rightarrow v = \sqrt{r'^2 + r^2\varphi'^2}$$

$$\Rightarrow \vec{v} = r'\vec{I} + r\varphi'\vec{J}$$

بتطبيق الأسلوب نجد:

$$\vec{w} = (r'' - r\varphi'^2)\vec{I} + (2r'\varphi' + r\varphi'')\vec{J}$$

$$\Rightarrow w = \sqrt{(r'' - r\varphi'^2)^2 + (2r'\varphi' + r\varphi'')^2}$$

مثال: عين مسار وتسارع نقطة تتحرك وفق:

$$r = at$$

$$\varphi = bt$$

الحل:

$$v_r = r' = a$$

$$v_\varphi = r\varphi' = bat$$

$$\frac{\varphi}{b} = \frac{r}{a} \Rightarrow \boxed{r = \frac{a}{b}\varphi}$$ المسار

رسم حطي مستقيم بالقطب

$$x_1 = a$$

$$v = \sqrt{a^2 + a^2 b^2 t}$$

التسارع المماسي

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

مكتبة A to Z