كلية العلوم

القسم : **الرياضيات**

السنة : **الثالثة**

المادة : بنى جبرية٣

المحاضرة : الاولى/عملي/

{{ مكتبة A to Z }}

Facebook Group : مكتبة A to Z

(1) أثبت أن حيادي الزمرة وحيد:

نفرض أن e, e' حياديا الزمرة G

$e.e' = e'.e = e$

(2) أثبت أن لكل عنصر $a \in G$ نظير وحيد:

نفرض أن b, b' نظيرين لـ G

$a.b = b.a = e$

$a.b' = b'.a = e$

$b = be = b'(ab) = (b'a)b = eb = b$

(3) أثبت أنّ: $a = (a^{-1})^{-1}$

$(a.b) = b^{-1} a^{-1}$

لأجل كل $a, b \in G$.

* إنّ: $a(a^{-1}) = a^{-1}(a) = e \Rightarrow (a^{-1})^{-1} = a$

*

$(ab)(b^{-1}a^{-1}) = a(bb^{-1})a^{-1}$

$= a\ e\ a^{-1}$

$= a\ a^{-1}$

$= e$

وبشكل مشابه نبرهن أن:

$(b^{-1}a^{-1})(ab)=e \Rightarrow ab=(b^{-1}a^{-1})$

* إذا كان $a,b\in G$ عندئذٍ فإنَّ المعادلتين

$ya=b$ ، $ax=b$

لهما حل وحيد في G

$ax=b \Rightarrow a^{-1}ax=a^{-1}b$

$ex=a^{-1}b$

$x=a^{-1}b$

كما أن $y=ba^{-1}$ هي حل وحيد لـ $ya=b$

* إذا كان $a,b,c\in G$ عندئذٍ $ab=ac$ يؤدي إلى أنَّ $b=c$

إثبات:

$ab=ac$

$a^{-1}ab=a^{-1}ac$

$eb=ec$

$b=c$

* بشكل مشابه نبرهن أنَّ: $ba=ca \Leftrightarrow b=c$

ab

تذكير: إذا كان $(G,*)$ زمرة، $H\subset G$ بحيث أن H مغلقة بالنسبة لـ $*$ و $(H,*)$ زمرة عندئذٍ نقول أن H زمرة جزئية من G

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

نتائج: G زمرة و $H \subseteq G$ عندئذٍ H زمرة جزئية من G إذا وفقط إذا تحقق

① $\forall a,b \in H \Rightarrow a.b \in H$

② $\forall a \in H \Rightarrow a^{-1} \in H$

تعريف: لتكن S مجموعة جزئية من G عندئذٍ $\langle S \rangle$ كرمز لتقاطع كل الزمر الجزئية من G التي تحوي S

- نرمز $\langle S \rangle$ زمرة جزئية من G مولدة بـ S.
- إذا كانت $G = \langle S \rangle$ نقول إن G زمرة منتهية التوليد
- إذا كانت $S = \{a\}$ نقول إنّ S زمرة دورية.

سؤال وظيفة:

① Q زمرة مولدة بعنصرين $\{a, b\}$ حيث: $a^4 = e, b^2 = a^2, b^{-1}ab = a^{-1}$

أثبت أن: $Q = \{e, a, a^2, a^3, b, ab, a^2b, a^3b\}$

② D_{2n} زمرة مولدة بعنصرين x, y حيث: $x^n = e, y^2 = e, yxy^{-1} = x^{-1}$

$D_{2n} = \{e, x, x^2, \dots, x^{n-1}, y, yx, \dots, yx^{n-1}\}$

انتهت المحاضرة

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة