كلية العلوم

القسم : **الرياضيات**

السنة : **الثالثة**

المادة : نظرية الاحتمالات

المحاضرة : الاولى/عملي/

{{ مكتبة A to Z }}

Facebook Group : مكتبة A to Z



2026

يمكنكم طلب المحاضرات برسالة نصية (SMS) أو عبر(What's app-Telegram)على الرقم 0931497960

حل كل من التمارين الآتية:

(1) ليكن لدينا المجموعة $S=[1,2,3]$

إذا علمت أنّ $p(1)=\frac{1}{2}$ ، $p([1,2])=\frac{2}{3}$

أوجد $p([2])$

الحل: نفرض $A=[1]$ $B=[2]$,

وهما حادثان مستقلان (متنافيان) وبالتالي:

$$p([1,2])=p([1]\cup[2])$$

$$p([1,2])=p([1])+p([2])$$

$$\frac{2}{3}=\frac{1}{2}+p([2]) \Rightarrow p([2])=\frac{1}{6}$$

(2) إذا كان: $p([2])=0.5$ $p([1])=0.3$

$p([2,3])=0.5$ $p([1,2])=0.7$ $p([3])=0.2$

هل $p$ هي دالة احتمالية؟

الحل:

$$p([1,2,3])=p([1]\cup[2]\cup[3])=p([1])+p([2])+p([3])$$

$$=0.3+0.5+0.2=1$$

وهذا من جهة أولى.

أما من جهة أخرى:

$$p([1,2,3])=p([1,2]\cup[2,3])=p([1,2])+p([2,3])-p([2])$$

$= 0.7 + 0.5 - 0.5 = 0.7$

الدالة p ليست دالة احتمالية لأنّ المجال [1,2,3] لا يحتوي على متغيرين.

(3) احتمال أن يصل موظف متأخراً 10% واحتمال أن يغادر باكراً 70% واحتمال أن يصل متأخراً ويغادر باكراً هو 5%
ما احتمال أن يصل متأخراً أو يغادر باكراً ؟

الحل: A : حدث الوصول متأخراً

B : حدث المغادرة باكراً.

$A \cap B$ : حدث الوصول متأخراً والمغادرة باكراً

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$= \frac{10}{100} + \frac{70}{100} - \frac{5}{100} = \frac{75}{100} = 75\%$$

(4) احتمال أن يفوز فريق بالمباراة أو يتعادل هو 40%
واحتمال أن يفوز هو 30%
ما احتمال أن تكون نتيجة المباراة تعادل.

الحل: $A \cup B$ : حدث الفوز أو التعادل

A : حدث الفوز

B : حدث التعادل

A و B حدثان مستقلان لأنّه لا يمكن أن تكون نتيجة المباراة فوز الفريق وتعادله في آنٍ واحد.

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

$$\frac{40}{100} = \frac{30}{100} + P(B) \Rightarrow P(B) = \frac{10}{100}$$



TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

(5) نرمي حجري نرد متمائلين، ما احتمال أن نحصل على وجهين مجموعهما يساوي 7 عند الرمية الثالثة من أول مرة؟

الحل: فضاء العينة لكل من الحجرين:

$\Omega_1 = [1, 2, 3, 4, 5, 6]$

$\Omega_2 = [1, 2, 3, 4, 5, 6]$

(1,6) (6,1) (2,5) (5,2) (3,4) (4,3)

كما نعلم أن حجر النرد مستقلة احتمالياً وبالتالي فإن احتمال الحصول على وجهين مجموعهما يساوي 7 هو $\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$

إن الحدث المضاد لحدث الحصول على وجهين مجموعهما يساوي 7 هو حدث الحصول على وجهين مجموعهما لا يساوي 7 واحتماله

$1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$

نحصل على وجهين مجموعهما يساوي 7 لأول مرة في الرمية الثالثة هو: (لا يساوي 7) (لا يساوي 7) (مجموعها 7)

$\frac{5}{6} \times \frac{5}{6} \times \frac{1}{6} = \frac{25}{216}$

ملاحظة: كما نعلم أن حجر النرد أكثر من مرة أو رمية أكثر من حجر نرد مرة واحدة مستقلة احتمالياً أي أن احتمال التقاطع يساوي جداء الاحتمالات.

نظرية: لتكن $A_1, A_2, \ldots$ مجموعة من الأحداث التي تشكل تجربة لفضاء العينة $(S)$، احتمال وقوع كل منها



TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

بسبب تماماً أي أنّ: $P(A_i) > 0$ لكل $i$ ولتكن $B$ حدث ما عندئذٍ:

$$P(B) = P(A_1) \cdot P(B|A_1) + P(A_2) \cdot P(B|A_2) + \cdots$$

(6) بفرض أن صف يحوي على 60% من الفتيات و40% من الفتيان وبفرض أن 30% من الفتيات لديهم شعر طويل و20% من الفتيان لديهم شعر طويل، تمّ اختيار تلميذ بشكل عشوائي.

ما احتمال أن يكون التلميذ شعره طويل؟

الحل: نفرض أنّ:

$A_1$: مجموع الفتيات

$A_2$: مجموع الفتيان

$B$: مجموع التلاميذ الذي لديهم شعر طويل

$$P(B) = P(A_1) \cdot P(B|A_1) + P(A_2) \cdot P(B|A_2)$$

$$P(B) = (0,6)(0,3) + (0,4)(0,2) = 0,26$$

تذكير: إذا كانت $A_1$ و $A_2$ مجموعة من الأحداث بحيث يتحقق إما $[A_n] \nearrow A$ متتالية متقاربة بالتزايد عند $A$ أو $[A_n] \searrow A$ متتالية الأحداث متقاربة بالتناقص عند $A$

عندئذٍ:

$$\lim_{n \to \infty} [P(A_n)] = P(A)$$



TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

تمرين: نفرض أن S مجموعة كل الأحداث الممكنة ونفرض أن p دالة احتمال معرفة على S بحيث:

$$p(s) = 2^{-s} \quad ; \quad s \in S$$

أوجد احتمال $p[5,6,7,8,\dots]$

الحل:

لإيجاد احتمال الحدث $[5,6,\dots]$ نعرف متتالية الأحداث:

$$A_n = 5,6,7,8,\dots$$

إنّ $A_n$ متقاربة بالتزايد نحو A أي $[A_n] \nearrow A$

باستخدام البرهنة السابقة:

$$p([5,6,\dots]) = \lim_{n\to\infty} p([5,\dots,n])$$

$$= \lim_{n\to\infty} p[5] + p[6] + p[7] + \dots + p[n]$$

$$= \lim_{n\to\infty} [2^{-5} + 2^{-6} + \dots + 2^{-n}] = \lim_{n\to\infty} \left(\frac{2^{-5} - 2^{-n-1}}{1 - 2^{-1}}\right)$$

$$= \lim_{n\to\infty} (2^{-4} - 2^{-n}) = 2^{-4} = \frac{1}{16}$$

* بطريقة أخرى: يمكن الاعتماد على مفهوم الأحداث المنفصلة

$$p([5,6,\dots]) = p[5] + p[6] + \dots$$

$$= \sum_{n=5}^{\infty} 2^{-n} = \frac{1}{16}$$

انتهت المحاضرة



TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة