كلية العلوم

القسم : **الفيزياء**

السنة : **الثانية**

المادة : كهرباء ومغناطيسية١

المحاضرة : الثانية /نظري/

{{ A to Z مكتبة }}

Facebook Group : A to Zمكتبة

9

2026

كلية العلوم ، كلية الصيدلة ، الهندسة التقنية

يمكنكم طلب المحاضرات برسالة نصية (SMS) أو عبر(What's app-Telegram)على الرقم 0931497960

المحاضرة الثانية

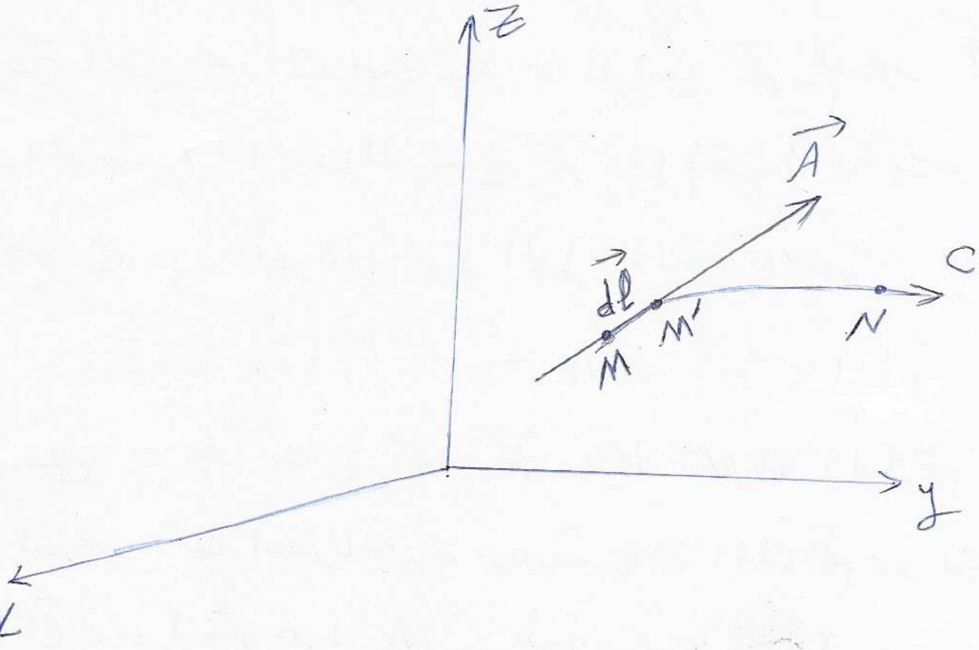
1-13-1: التكاملات الشعاعية : Vectors Integrations

سوف نستخدم فيما يلي الرموز التالية:

- الرمز $\int_C$ للدلالة على تكامل على المنحني C والرمز $\oint_C$ إذا كان مغلقاً.
- الرمز $\iint_S$ للدلالة على تكامل على السطح S والرمز $\oiint_S$ إذا كان S مغلقاً.
- الرمز $\iiint_\tau$ للدلالة على تكامل ثلاثي تكامل حجمي على حجم τ.

1-13-1: جولان حقل متجه : Circulation of a vector field

ليكن الحقل $\vec{A}(X, Y, Z)$ ولنحسب جولانه على طول المنحني C ما بين النقطتين M و N. من الشكل (1-4).



لنحسب الجولان أولاً من أجل انتقال صغير $\overrightarrow{MM'} = \overrightarrow{dl}$ مأخوذ بالاتجاه الموجب على المنحني C الموجه من M إلى N حيث يعطى بالتعريف بالعلاقة التالية:

$$d\tau = \vec{A} \cdot \overrightarrow{dl} = A \cdot dl \cdot \cos\theta \qquad (1\text{-}38)$$

كما يمكن كتابة الجولان بدلالة مركبات الشعاع $\vec{A}$ وذلك بفرض أن مركبات dl هي dX و dy و dZ فنجد:

$$d\tau = X\,dx + Y\,dy + Z\,dz \qquad (1\text{-}39)$$

و نحصل على علاقة الجولان على طول المنحني C ما بين النقطتين M و N بعملية تكامل كما يلي:

$$\tau = \int d\tau = \int_M^N (X\,dx + Y\,dy + Z\,dz)$$

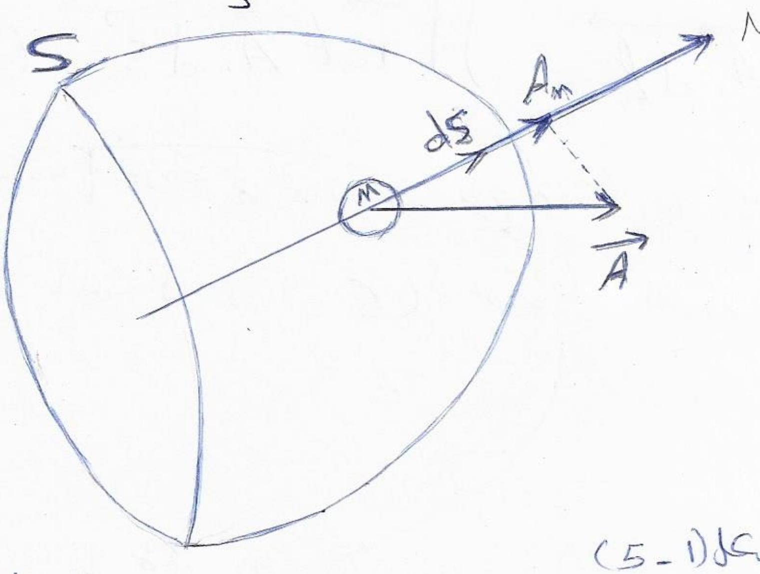
نلاحظ من العلاقة (1-38) أن جولان الحقل عبارة عن مقدار سلمي موجب حسب قيمة الزاوية θ الكائنة بين الشعاع $\vec{A}$ والعنصر $\overrightarrow{dl}$ من المنحني. وفي الحالة الخاصة إذا كان الشعاع $\vec{A}$ يمثل القوة التي تحرك نقطة مادية على طول المنحني C فإن جولانها يمثل العمل الذي تقوم به القوة.

1-13-2: تدفق حقل: flux of avector

ليكن السطح S الموجود في الحقل $\vec{A}$ وليكن MN الناظم عليه في نقطة منه M. ولنفرض أننا اخترنا جهة موجبة على هذا الناظم، ولتكن جهة الخروج من السطح، ولنعتبر حول M سطحاً عنصرياً dS كما في الشكل (1-5) ثم لنحمل على الناظم وبالاتجاه الموجب شعاعاً $\overrightarrow{dS}$ طوله يساوي مساحة عنصر السطح.

يعرف تدفق الحقل $\vec{A}$ من خلال السطح S بالمقدار السلمي:

$$\Phi = \iint_S \vec{A}\cdot\vec{dS} = \iint_S A_n \, dS \qquad (1-40)$$



الشكل (1-5)

يبين كيفية حساب تدفق حقل من خلال سطح ما

حيث نرمز بـ A_n إلى مسقط $\vec{A}$ على الناظم.

كما يمكن كتابة التدفق بدلالة المركبات على المحاور الاحداثية الثلاثة المتعامدة:

$$\Phi = \iint_S (X\,dy\,dz + Y\,dx\,dz + Z\,dx\,dy) \qquad (1-41)$$

ويصطلح دوماً، عندما يكون السطح مغلقاً، على توجيه الناظم من داخل السطح إلى خارجه ونقول عندئذٍ إننا نحسب التدفق الخارج من السطح المغلق.

١-١٤: نظرية ستوكس: Stokes' Theorem

تنص نظرية ستوكس على ما يلي: جولان الحقل المتجه $\vec{A}$ على منحنٍ مغلق C يساوي تدفق دوار الحقل المتجه $\vec{A}$ عبر السطح الكيفي S المشدود على هذا المنحني. شريطة أن يحقق $\vec{A}$ شروط الاستمرار والاشتقاق المطلوبة،

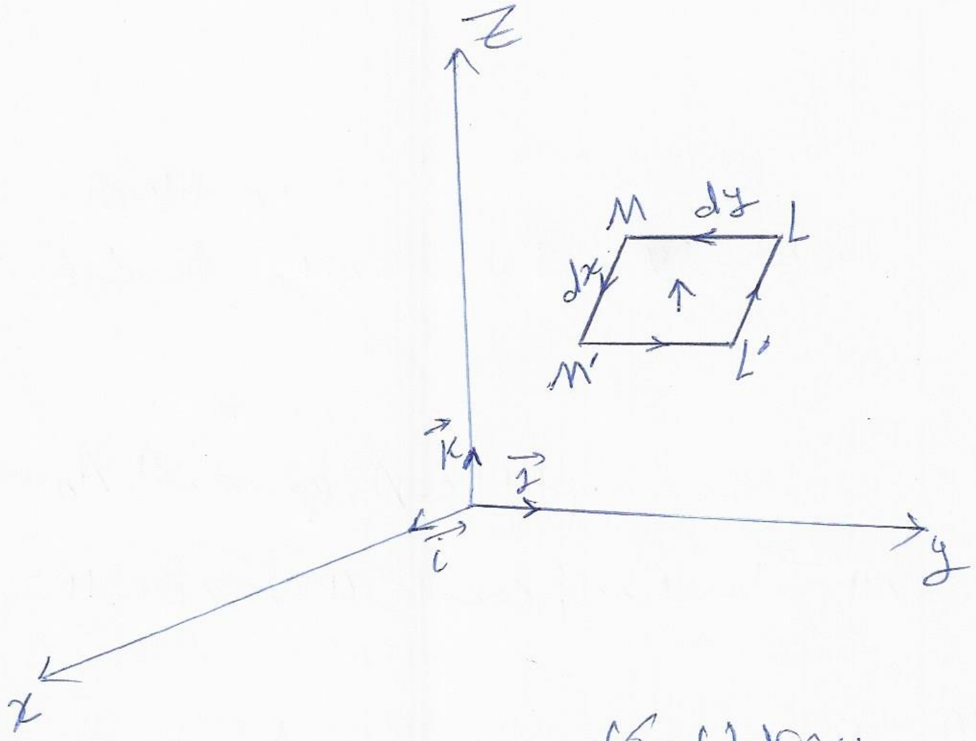
وإن تكوين علاقة توجيه $\vec{dS}$ بجهة الجولان على C ينسجم مع توجيه الفراغ.

ونكتب ذلك بالعلاقة التالية :

$$d\mathcal{C} = \oint_C \vec{A}.\vec{dl} = \iint_S \vec{rot}\,\vec{A}.\vec{dS} \qquad (1-42)$$

يمكن البرهان على هذه النظرية في حالة سطح صغير على شكل مستطيل ضلعيه

dx و dy الشكل (1-6). موازيان للمحورين (ox و oy)



الشكل (1-6)

رسم تخطيطي للبرهان على نظرية ستوكس

• نختار اتجاهاً موجباً للجولان على محيط المستطيل الصغير تناسب مع توجيه الفراغ أي بشكل يكون الناظم على السطح موجهاً حسب oz وجهة الدوران كما هو مبينة في الشكل.

• نفرض أن مركبات الحقل $\vec{A}$ في النقطة M هي (X, Y, Z). بما أن X هي مركبة الحقل $\vec{A}$ في النقطة M على المحور ox فمبدأ الجولان على MM' هو $X.dx$.

أما الجولان من M' إلى L' حيث تصبح قيمة مركبة الحقل حسب المحور OY :

$$Y + dY = Y + \frac{\partial Y}{\cancel{\partial y}\,\partial x}\, dx$$

وبالتالي فإن الجولان من M' إلى L' هو :

$$\left(Y + \frac{\partial Y}{\partial x} . dx\right) dy$$

وهكذا يكون الجولان على طول المستطيل معطى بالعلاقة التالية:

$$dl = X.dx + \left(Y + \frac{\partial Y}{\partial x} dx\right) dy - \left(X + \frac{\partial X}{\partial y} dy\right) dx - Y.dy$$

بالاختزال نجد:

$$dl = \left(\frac{\partial Y}{\partial x} - \frac{\partial X}{\partial y}\right) . ds$$

هذه الكمية بين القوسين ~~هي~~ مركبة $\overrightarrow{rot\,A}$ على المحور OZ، فإذا

لاحظنا أن $\overrightarrow{ds}$ هو من منحى واتجاه OZ فنجد أن :

$$dl = \overrightarrow{rot\,A} . \overrightarrow{ds}$$

نستنتج من ذلك أن جولان $\overrightarrow{ds}$ على محيط المستطيل الصغير يساوي تدفق دواره من خلال سطح المستطيل .

وبما أن السطح المستند على محيط المستطيل C هو سطح كيفي مفتوح يمكن كتابة النتيجة بالشكل المطلوب. كالتالي:

$$\oint \vec{A}\cdot\vec{dl} = \iint_S rot\vec{A}\cdot\vec{dS}$$

1-15- نظرية اوستروغرادسكي- غوص:

ostrogradsky-Gauss' Theorm

• تنص نظرية أوستروغرادسكي- غوص على مايلي: تدفق الحقل الموجه $\vec{A}$ من خلال سطح مغلق يساوي تكامل تفرق هذا الحقل الموجه على الحجم الذي يحده هذا السطح، ونكتب ذلك بالشكل:

$$\oiint_S \vec{A}\cdot\vec{dS} = \iiint_\tau div\vec{A}\cdot d\tau \qquad (1-43)$$

حيث ترمز S للسطح كيفي وترمز τ الحجم الذي يحده السطح المذكور.

• يمكن البرهان على هذه النظرية بأخذ حجم τ على شكل متوازي سطوح عنصري أضلاعه dx و dy و dz موازية لمحاور الاحداثيات الثلاثة المتعامدة..

• لنحسب تدفق الحقل الموجه $\vec{A}$ الذي مركباته وفق المحاور الاحداثية هي (X, Y, Z) من خلال السطح S الشكل.

• نأخذ بعين الاعتبار الاتجاه الموجب للناظم على كل سطح من سطوحه الستة.
• ولنحسب تدفق الحقل $\vec{A}$ من خلال السطح PQRS فنجد أن:

$$d\varphi_1 = -Z\,dx.dy$$

وذلك لأن الاتجاه الموجب للناظم على هذا السطح هو عكس الاتجاه الموجب للمحور OZ.
• لنحسب الآن التدفق من خلال السطح $(P'Q'R'S')$ المقابل للسطح ~~المقابل~~ السابق فنجد أن المركبة Z للحقل $\vec{A}$ ازدادت وأصبحت $Z + dZ$ والجهة الموجبة للناظم على هذا السطح هي الجهة الموجبة للمحور OZ وعليه يكون التدفق من خلاله:

$$d\varphi_2 = (Z + dZ)\,dx.dy$$

وبالتالي فإن التدفق الكلي من خلال السطحين PQSR و $P'Q'S'R'$ هو:

$$d\varphi = d\varphi_1 + d\varphi_2 = dZ.dx.dy = \frac{\partial Z}{\partial z}.dz.dx.dy$$

$$= \frac{\partial Z}{\partial z}\,\partial\tau$$

على اعتبار أن $d\tau = dx.dy.dz$ يمثل حجم متوازي السطوح العنصري.
• نجد بطريقة مشابهة أن قيمة التدفق من خلال السطحين $PSP'S'$ و $QRQ'R'$ هي: $\frac{\partial Y}{\partial y}.d\tau$.
والتدفق من خلال السطحين $RSR'S'$ و $PQQ'R'$ يساوي $\frac{\partial X}{\partial x}.d\tau$. وبالتالي التدفق الكلي من خلال متوازي السطوح العنصري هو:

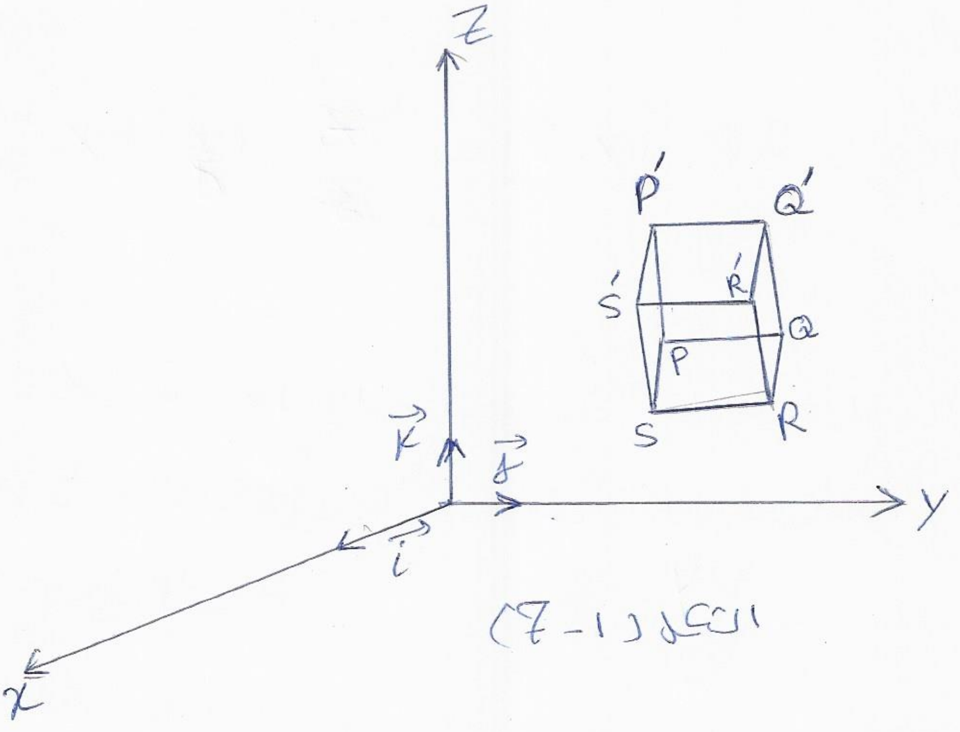
$$\partial \phi = \left(\frac{\partial X}{\partial x} + \frac{\partial Y}{\partial y} + \frac{\partial Z}{\partial z} \right) d\tau$$

لكن نلاحظ أن المقدار بين القوسين هو $div \vec{A}$ أي أن:

$$d\phi = \vec{A} \cdot \vec{dS} = div \vec{A} \cdot d\tau \quad (1-44)$$

ولحساب التدفق الكلي من خلال سطح مغلق S يحدد حجماً τ فإننا نقسم هذا الحجم إلى مجموعة من متوازيات السطوح العنصرية ونطبق عليها العلاقة السابقة (1-44) وإذا كان الحقل $\vec{A}$ معيناً ومستمراً وقابلاً للإشتقاق في كل نقطة من نقاط الحجم τ فإننا نجد أن:

$$\phi = \int d\phi = \oiint_S \vec{A} \cdot \vec{dS} = \iiint_\tau div \vec{A} \cdot d\tau$$



الشكل (1-7)

الشكل يمثل رسم توضيحي لبرهان نظرية أوستروغرادسكي.

مقدمة عن الكهرباء الساكنة وقانون كولوم (كولون)

Introduction to static electricity and coulombs Low

- الشحنة الكهربائية : Electric charge

هنالك العديد من التجارب البسيطة تؤكد على وجود القوة الكهربائية . كمثال بعد فرك بالون بشعرك بيوم جاف ستجد أنه سيجذب قصاصات الورق الصغيرة . عندما تتصرف المواد بهذه الطريقة ، نقول أن المادة أصبحت مشحونة كهربائياً . بسلسلة من التجارب وجد بنجامين فرانكلين أنه هنالك نوعين من الشحنات الكهربائية . حيث سميت بموجبة وسالبة من (1706 - 1790) .

. من المعلوم أن أصغر شحنة يمكن أن توجد منفردة في الطبيعة هي شحنة الالكترون ((الشحنة الأولية)) ، وهي تساوي شحنة البروتون ، وتعاكسها بالإشارة .

$$|e^{\pm}| = 1,6 \times 10^{-19} \text{ colon}$$

فالذرة التي تكسب الكترون تتحول لأيون (شاردة) سالب ، أما التي تفقده فتتحول لأيون موجب .

من هنا نجد إمكانية التعبير عن كمية الشحنة الكهربائية q بعدد صحيح من الشحنة الأولية

$$q^{\pm} = N e^{\pm}$$

ونقول عن مواد التي لا تبدي شحنة ظاهرة أنها معتدلة كهربائياً ، حيث يكون

$$\sum q^{+} = \sum q^{-}$$

ونعبر عن ذلك بالعبارة

$$\sum_i q_i = 0$$

ومن أجل جملة معزولة نلاحظ تحقق مبدأ انحفاظ الشحنة بالشكل:

$$\sum_i q_i = cte$$

• الشحنة الكهربائية يتم حفظها دائماً في نظام معزول وبالتالي، عندما تفرك جسم مع جسم آخر لا تتولد الشحنات وإنما الحقل الكهربائي هو نتيجة لانتقال الشحنات من جسم لآخر. أحدهم يكتسب شحنة سالبة والآخر تصبح شحنته موجبة تساوي إلى الشحنة السالبة المنتقلة. الشحنات الكهربائية مصونة حيث أن مصونية الشحنات الكهربائية لنظام معزول شبيهة بمصونية الطاقة.

• شحن المادة بالحث: Charging objects by Induction

المواد مثل الزجاج، المطاط والخشب الجاف تصنف بالمواد العازلة. المواد مثل النحاس والألمنيوم هي ناقل جيد. نصف الناقل هو نوع ثالث من المواد، وخواصه الكهربائية تقع بين النواقل والعوازل.

• المواد الناقلة للكهرباء هي مواد تملك الكترونات حرة وغير مرتبطة بالذرة ويمكن أن تتحرك بحرية داخل المادة. المواد العازلة هي مواد تمتلك الكترونات ترتبط بالذرة بقوة ولا يمكن أن تتحرك بحرية داخل المادة.

ملاحظات:

1- إن الشحنة الكهربائية هي إحدى صفات المادة.

2- ينبغي أن نفرق بين الشحنة الموجبة والشحنة السالبة.

3- تنشأ بين الشحنات ذات النوع الواحد قوى تدافع، وبين الشحنات ذات النوعين المختلفين قوى تجاذب.

4- تتألف كل ذرة من شحنات موجبة وشحنات سالبة حيث أن الشحنات الموجبة

تتوضع متقدمة في نواة الذرة ، والشحنات السالبة المساوية الأولى تتحرك في مدارات حول النواة . وفي الحالة العادية تكون الذرة معتدلة كهربائياً.

5- يوجد شحنة أصغرية والتي تسمى الشحنة العنصرية . والشحنة العنصرية السالبة (على مدارات الذرة) الالكترون.

قانون كولون Coulomb's Law

• لقد أجرى العالم الفيزيائي الفرنسي كولون تجاربه عام 1785 ، حيث درس الأفعال المتبادلة بين الشحنات النقطية ذات الأبعاد الصغيرة جداً مقارنة مع المسافات الفاصلة بينها وأثبت صحة قانون يحمل الآن اسمه ، قانون كولون:

إن قوة التفاعل بين شحنتين نقطيتين q_1 و q_2 تتناسب طرداً مع حاصل ضرب مقاديرها وعكساً مع مربع المسافة بينهما وهذه القوة محمولة على المستقيم الواصل بين الشحنتين وتكتب متجهياً على الشكل التالي:

$$\vec{F} = K \frac{q_1 . q_2}{r^2} \vec{u}$$

حيث أن : K : ثابت يتعلق بجملة الواحدات المستخدمة في القياس.

$\vec{u}$: متجه الواحدة على محور الواصل بين الشحنتين.

وتكتب القيمة العددية (المطلقة) لهذه القوة على الشكل التالي:

$$|\vec{F}| = F = K \frac{|q_1 . q_2|}{r^2}$$

تعطى قيمة ثابت التناسب الكولوني K بدلالة سماحية الفراغ الكهربائي ε_0 بالشكل التالي:

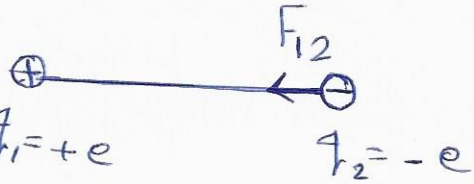
$$K = \frac{1}{4\pi \varepsilon_0} = 8{,}99 \times 10^{9} \ Nm^2/C^2$$

تطبيق:

احسب النسبة بين القوة الكهربائية الناتجة بين الالكترون والبروتون وقوة الجاذبية الأرضية الناتجة عنهما.

المسافة بين الالكترون والبروتون في ذرة الهيدروجين بشكل تقريبي

$5{,}3 \times 10^{11}$ m



• نستخدم قانون كولون لايجاد القيمة العددية للقوة الكهربائية الناتجة بين الالكترون والبروتون:

$$F = K \frac{|q_1|.|q_2|}{r^2} = K \frac{e^2}{r^2} = 8{,}99 \times 10^{9} \times \frac{(1{,}6\times10^{-19})^2}{(5{,}3\times10^{-11})^2}$$

$$= 8{,}19 \times 10^{-8} \ (N)$$

• نستخدم قانون نيوتن لايجاد القوة الناشئة عن الجاذبية الأرضية:

$$F_g = G \frac{m_p . m_e}{r^2}$$

$$= 6{,}674 \times 10^{-11} \times \frac{(9{,}11\times10^{-31})(1{,}67\times10^{-27})}{(5{,}3\times10^{-11})^2}$$

$$= 3{,}6 \times 10^{-47} \ (N)$$

$$\frac{F_e}{F_g} = \frac{Ke^2/r^2}{G.m_p.m_e/r^2} = \frac{Ke^2}{G.m_p.m_e}$$

$$= \frac{9\times10^{9}\times(1.6\times10^{-19})^2}{(6,67\times10^{-11})(1,67\times10^{-27})(9,11\times10^{-21})}$$

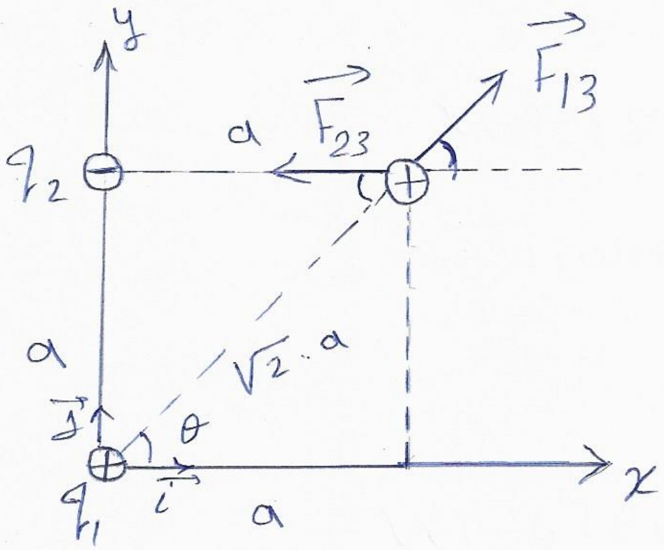
$$= 2,27\times10^{39}$$

نجد من هذه النسبة أنّ القوة الناشئة عن الجاذبية ضعيفة بالمقارنة مع القوة الكهربائية بين شحنتين نقطيتين لذلك تهمل قوة الجاذبية بالمقارنة مع القوة الكهربائية .

مسألة (2) : لدينا ثلاث شحنات نقطية موضوعة كما في الشكل حيث :

$$q_1 = q_3 = 5\mu C \quad و \quad q_2 = -2\mu C \quad و \quad a = 0,1\ m$$

أوجد محصلة القوة الناتجة عن تأثير q_2 و q_1 على q_3 .



$$\vec{F} = \vec{F}_{13} + \vec{F}_{23}$$

$$\vec{F}_{13} = F_{13}\cos\theta\,\vec{i} + F_{13}\sin\theta\,\vec{j}$$

$$F_{13} = K\frac{|q_1||q_3|}{(\sqrt{2}a)^2} = 8{,}99\times10^{9}\times\frac{5\times10^{-6}\times5\times10^{-6}}{2\times(0{,}1)^2}$$

$$= 11{,}2\ N$$

$$\Rightarrow \vec{F}_{13} = 11{,}2\cos\theta\,\vec{i} + 11{,}2\sin\theta\,\vec{j}$$

$$= 11{,}2\times\frac{\sqrt{2}}{2}\,\vec{i} + 11{,}2\times\frac{\sqrt{2}}{2}\,\vec{j}$$

$$= 7{,}94\,\vec{i} + 7{,}94\,\vec{j}$$

$$\vec{F}_{23} = -F_{23}\cos\theta\,\vec{i} + 0$$

$$F_{23} = K\frac{|q_2||q_3|}{a^2} = 8{,}99\times10^{9}\times\frac{2\times10^{-6}\times5\times10^{-6}}{(0{,}1)^2}$$

$$= 8{,}99\,N$$

$$\Rightarrow \vec{F}_{23} = -8{,}99\cos(0)\,\vec{i} + 0\,\vec{j}$$

$$= -8{,}99\,\vec{i} + 0\,\vec{j}$$

$$\vec{F} = (-1{,}04\,\vec{i} + 7{,}94\,\vec{j})\ N$$

مسألة (3):

ليكن لدينا ثلاث شحنات نقطية تقع على استقامة واحدة على المحور ox ، حيث تقع q_1 في المبدأ وتقع q_2 عند $x = 2m$ و q_0 عند النقطة $x = 3,5m$

فإذا علمت أن

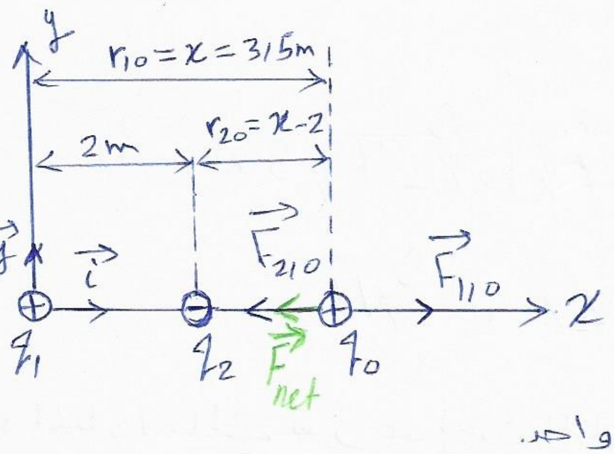
$q_1 = 25\ nc$ و $q_2 = -10\ nc$

$q_0 = 20\ nc$

والمطلوب: a) أوجد القوة الكهربائية الصافية ((الكلية)) عند q_0 الناتجة عن q_1 و q_2.

b) أوجد المعادلة التي تعبر عن حساب القوة الكهربائية الكلية عند الشحنة q_0 والناتجة عن q_1 و q_2 بدلالة $2m < x < \infty$

الحل: لحساب القوة الكهربائية الكلية



عند q_0 تكون عبارة عن جمع القوتين

$\vec{F}_{10}$ الناتجة عن q_1

و $\vec{F}_{20}$ الناتجة عن q_2

• إن شعاع الواحدة على المحور ox لكامل القوتين واحد.

أي أن $\vec{r}_{10} = \vec{r}_{20} = \vec{i}$

نجد أولاً القوة $\vec{F}_{10}$ الناتجة عن q_1 :

$$\vec{F}_{10} = K \cdot \frac{q_1 q_0}{r_{10}^2} \vec{i}$$

$$= 8,99 \times 10^{9} \times \frac{25 \times 10^{-9} \times 20 \times 10^{-9}}{(3,5)^2} \vec{i}$$

$$= \left(\frac{4495}{12,25} \times 10^{-9} N\right) \vec{i} = (367 \times 10^{-9} N) \vec{i}$$

ثم نجد القوة $\vec{F}_{20}$ الناتجة عن q_2 :

$$\vec{F}_{20} = K \frac{q_2 \cdot q_0}{r_{20}^2} \vec{i}$$

$$= \frac{8,99 \times 10^{9} \times 20 \times 10^{-9} \times (-10 \times 10^{-9})}{(1,5)^2}$$

$$= \left(-\frac{1798}{2,25} \times 10^{-9} N\right) \vec{i} = -779 \times 10^{-9} N \cdot \vec{i}$$

$$\vec{F}_{net} = \vec{F}_{10} + \vec{F}_{20} = 367 \times 10^{-9} \vec{i} - 779 \times 10^{-9} \vec{i}$$

$$= -412 \times 10^{-9} N \vec{i}$$

لنجد المعادلة التي تعبر عن القوة الناتجة عن الشحنة q_1 بحالة $2m < x < \infty$

$$\vec{F}_{10} = K \frac{q_1 q_0}{x^2} \vec{i}$$

أما العلاقة التي تعبر عن حساب القوة الناتجة عن الشحنة q_2 :

$$\vec{F}_{20} = K \frac{q_2 . q_0}{(x-2)^2} \vec{i}$$

المحصلة الكلية ستكون عبارة عن مجموع القوتين :

$$\vec{F}_{net} = \vec{F}_{10} + \vec{F}_{20}$$

$$= \left(K \frac{q_1 q_0}{x^2} + K \frac{q_2 q_0}{(x-2)^2} \right) \vec{i}$$

$$= K q_0 \left(\frac{q_1}{x^2} + \frac{q_2}{(x-2)^2} \right) \vec{i}$$