كلية العلوم

القسم : **الرياضيات**

السنة : **الثانية**

المادة : تبولوجيا١

المحاضرة : الاولى/عملي/

{{ مكتبة A to Z }}

Facebook Group : مكتبة A to Z

يمكنكم طلب المحاضرات برسالة نصية (SMS) أو عبر(What's app-Telegram)على الرقم 0931497960

تمرين: نعرّف على مجموعة الأعداد الحقيقية الأسرة τ بالشكل
$B=[0,5[$ ، $A=]-7,4]$ ولتكن $\tau=\{T\in P(\mathbb{R}) ; [-2,3\subset T\}\cup\{\varphi\}$
$C=\{1,3,5\}$

1) اثبت أنّ τ معرّف تبولوجياً على $\mathbb{R}$.
2) أوجد أسرة جميع المجموعات المغلقة
3) جد A° ، B° ، C° ، $Ext A$ ، $Ext B$ ، $Ext C$ ، $V(1,3)$
4) أعطِ مثال لتبولوجيا أضعف من التبولوجيا τ غير التبولوجيا الحسيّة ومثال لتبولوجيا أقوى من التبولوجيا τ غير التبولوجيا القويّة.

الحلّ:

1) نتحقق من تعريف τ غير أنّ $\varphi\in\tau$ و
$*\ R\in P(\mathbb{R})\ \&\ [-2,3[\subset R \longrightarrow R\in\tau$
والشرط الأول محقق

2) نميّز حالتين
1. $\forall T,G\in\tau \longrightarrow T=\varphi$ أو $G=\varphi$ كلاهما أو
$T\cap G=\varphi\in\tau$
2. $T\neq\varphi$ ، $G=\varphi$ $\subset$ بحالة $T\neq\varphi$ $\subset$
$T\in\tau \longrightarrow T\in P(\mathbb{R})$ و $[-2,3[\subset T \longrightarrow [-2,3[\subset\tau$.
$G\neq\varphi \longrightarrow G\in P(\mathbb{R})$; $T\cap G\in P(\mathbb{R})$, $[-2,3[\subset T\cap G$

$\Rightarrow T \cap G \in T$

والشرط الثاني محقق.

3) [illegible]

لتكن $\{G_i ; i \in I\}$ أسرة كيفية من T نميز الحالتين

a) $\forall i \in I$ ، $G_i = \varphi \Rightarrow \bigcup_{i \in I} G_i = \varphi \in T$

b) لدينا مجموعة واحدة على الأقل غير خالية مثلاً

$G_{i_0} \neq \varphi$

$\Rightarrow G_{i_0} \in P(\mathbb{R}) \wedge]-2,3[\subset G_{i_0}$

ولدينا

$]-2,3[\subset G_{i_0} \subset \bigcup_{i \in I} G_i \wedge G_i \in P(\mathbb{R}) \Rightarrow \bigcup_{i \in I} G_i \in T$

والشرط الثالث محقق مما سبق بما أن T معرفة تبولوجيا على $\mathbb{R}$

2) $F = \{ F \in P(\mathbb{R}) ;]-2,3[\notin F \} \cup \{\mathbb{R}\}$.

3)

$]-2,3[\subset A \Rightarrow A \in T$

$A^\circ = A =]-7,4[$.

لأنها مجموعة مفتوحة فهي تساوي داخلية نفسها

$B^\circ = \varphi$

لأن $\forall T \in T \Rightarrow]-2,3[\subset T$

ولدينا $]-2,3[\notin B \Rightarrow T \notin B$ بالتالي لا يوجد

سوى المجموعة الخالية المحتواة في B هي $B^\circ = \varphi$

C مجموعة منتهية وأي مجموعة مفتوحة غير الخالية هي

مجموعة غير منتهية $C^\circ = \varphi$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

$P_{xA} = (R \setminus A)^\circ = (R \setminus]-7,4])^\circ = \varphi$.

* كل مجموعة مفتوحة تحوي المجال $[-2,3[$ بالتالي لا يمكن إيجاد مجموعة مفتوحة غير الكل محتواة في $R \setminus \{]-7,4]\}$

$P_{xB} = (R \setminus B)^\circ = (R \setminus [0,5[)^\circ = \varphi$

$P_{xC} = (R \setminus C)^\circ = (R \setminus \{1,3,5\})^\circ = \varphi$.

$V(B) = \{ U \in P(R) ; [-2,5[\subset U \}$

ج4

$T_1 = \{ T \in P(R) ; [-7,10] \subset T \} \cup \{\varphi\}$

$T_1 \subset T$

$T_2 = \{ T \in P(R) ; 1 \in T \} \cup \{\varphi\}$

انتهت المحاضرة

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة