كلية العلوم

القسم : **الفيزياء**

السنة : **الثانية**

المادة : معادلات تفاضلية

المحاضرة : الاولى/عملي/

{{ مكتبة A to Z }}

Facebook Group : مكتبة A to Z

يمكنكم طلب المحاضرات برسالة نصية (SMS) أو عبر (What's app-Telegram) على الرقم 0931497960

أوجد الحل العام للمعادلات التفاضلية التالية:

1) $\sqrt{y^2+1}\,dx - xy\,dy = 0$

نقسم على

$x\sqrt{y^2+1} \neq 0$

$$\frac{\sqrt{y^2+1}\,dx}{x\sqrt{y^2+1}} - \frac{x.y\,dy}{x\sqrt{y^2+1}} = 0$$

$$\frac{dx}{x} - \frac{y\,dy}{\sqrt{y^2+1}} = 0$$

$$\ln x - \sqrt{y^2+1} = C$$

بالمكاملة:

$$\int \frac{f'(x)\,dx}{\sqrt{f(x)}} = 2\sqrt{f(x)} + C$$

$$\frac{1}{2}\int \frac{2y\,dx}{\sqrt{y^2+1}} = \frac{1}{2}\,2\sqrt{y^2+1} = \sqrt{y^2+1}$$

2) $(x^2-1)y' + 2xy^2 = 0$

$$(x^2-1)\frac{dy}{dx} = -2xy^2$$

$$(x^2-1)\,dy = -2xy^2\,dx$$

$$(x^2-1)\,dy + 2xy^2\,dx = 0$$

نقسم على $y^2(x^2-1) \neq 0$

$$\frac{dy}{y^2} + \frac{2x\,dx}{x^2-1} = 0$$

$$-\frac{1}{y} + \ln(x^2-1) = C$$

[3] $(1+y^2)\,dx + x\,dy = 0$

$$x(1+y^2) \neq 0$$

$$\frac{dx}{x} + \frac{dy}{1+y^2} = 0$$

$$\ln x + \arctan y = C$$

وظيفة

$$2x^2 y y' + y^2 = 2$$

[4] $y \ln y\,dx + x\,dy = 0$

$$x \cdot y \cdot \ln y \neq 0$$

$$\frac{dx}{x} + \frac{dy}{y \ln y} = 0$$

$$\int \frac{dy}{y \ln y} \qquad u = \ln y \qquad du = \frac{1}{y}\,dy$$

$$\int \frac{du}{u} = \ln u = \ln \ln y$$

$$\ln x + \ln \ln y = \ln c$$

$$\ln(x \ln y) = \ln c$$

$$x \ln y = c$$

[5] $(y^2+2y-3)\,dx + (x+2)\,dy = 0$

$$(x+2)(y^2+2y-3) \neq 0$$

$$\frac{dx}{x+2} + \frac{dy}{y^2+2y-3} = 0$$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

$$\frac{dx}{x+2} + \frac{1}{4}\left[\frac{1}{y-1} - \frac{1}{y+3}\right]dy = 0 \quad \ldots (*)$$

$$\frac{1}{y^2+2y-3} = \frac{1}{(y-1)(y+3)}$$

** $$\frac{1}{(y-a)(y-b)} = \frac{1}{a-b}\left[\frac{1}{y-a} - \frac{1}{y-b}\right]$$

$$= \frac{1}{4}\left[\frac{1}{y-1} - \frac{1}{y+3}\right]$$

$$\frac{4\,dx}{x+2} + \left[\frac{1}{y-1} - \frac{1}{y+3}\right]dy = 0$$

بالمكاملة على المعادلة (*)

$$\ln(x+2)^4 + \ln(y-1) - \ln(y+3) = \ln C$$

$$\ln\left(\frac{(x+2)^4(y-1)}{y+3}\right) = \ln C$$

$$\frac{(x+2)^4(y-1)}{(y+3)} = C$$

6) $y' \cot x + y = 2$

$$\cot x\,dy + (y-2)\,dx = 0$$

$$(y-2)\cot x \neq 0$$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

$$\frac{dy}{y-2} + \frac{dx}{\cot x} = 0 \qquad \cot x = \frac{\cos x}{\sin x}$$

$$\int \frac{1}{\cot x}\, dx = \int \frac{\sin x}{\cos x}\, dx$$

$$= -\ln(\cos x)$$

$$\ln(y-2) - \ln(\cos x) = \ln C$$

$$\frac{y-2}{\cos x} = C$$

انتهى الحل بحمد الله

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

مكتبة A to Z