كلية العلوم

القسم : **الرياضيات**

السنة : **الثالثة**

المادة : جبر المنطق

المحاضرة : الاولى/نظري/د.لمى رزوق

{{ مكتبة A to Z }}

Facebook Group : مكتبة A to Z

2026

يمكنكم طلب المحاضرات برسالة نصية (SMS) أو عبر(What's app-Telegram)على الرقم 0931497960

جبر المنطق ونشأته وأهميته

تعريف جبر المنطق (الجبر البولياني Boolean Algebra):

هو فرع من الرياضيات يتيح التعامل مع الأعداد والحروف والعبارات والفرضيات كما لو كانت أرقاماً بحتة، يدرس العمليات المنطقية وكيفية تمثيلها باستخدام الرموز.

- يتم استخدام جبر المنطق لتحليل وتبسيط العبارات المنطقية التي تأخذ قيمًا منطقية، فهو يعتمد على استخدام المتغيرات التي تأخذ قيمتين فقط: صحيحة (True1) أو خاطئة (False0).

نشأة جبر المنطق:

يعود تاريخ جبر المنطق (الجبر البولياني) إلى العالِم البريطاني جورج بول George Boole في القرن التاسع عشر، ويعد عمله "*The Mathematical Analysis of Logic*" -الذي نُشر عام 1847- الأساس لهذا الجبر.

أهمية جبر المنطق:

إنّ جبر المنطق ليس مجرد أداة رياضية أكاديمية، بل هو أداة أساسية في حياتنا اليومية وفي التقدم التكنولوجي والعلمي. بدون جبر المنطق، ستكون العدّيد من الأنظمة والابتكارات التي نعتمد عليها اليوم غير ممكنة.

1. **في العلوم والرياضيات:**

- **أساس نظرية المجموعات والمنطق الرياضي :**جبر المنطق يستخدم بشكل كبير في تطوير المفاهيم الأساسية في المنطق الرياضي، مثل الجمل المنطقية والمجموعات.
- **حل المعادلات المنطقية :**يساعد في تبسيط المعادلات المنطقية واستخراج قيمها الصحيحة. إنه أداة قوية لفهم العلاقات المنطقية بين المتغيرات.

Logical Algebra

- **الاستدلال الرياضي :**من خلال جبر المنطق، يتمكن الرياضيون من تحديد صحة أو خطأ الاستنتاجات في النظم الرياضية المعقدة.
- **في علوم الحاسوب:** يعتبر جبر المنطق الأساس الذي تقوم عليه الكثير من الخوارزميات والبرمجة.
- **الدوائر الرقمية:** يستخدم جبر المنطق في تصميم الدوائر الإلكترونية، حيث تقوم الدوائر المنطقية بتنفيذ العمليات الحسابية من خلال بوابات منطقية مثل AND و OR وNOT.
- **الذكاء الاصطناعي:** في الذكاء الاصطناعي، يُستخدم جبر المنطق لتحليل البيانات واتخاذ القرارات بناءً على قواعد منطقية. يمكن استخدامه في بناء الأنظمة التي تقرر استجابة معينة بناءً على مدخلات متعددة.

2. في الحياة اليومية:

- **حل المشكلات واتخاذ القرارات :**جبر المنطق يساعد الأفراد في اتخاذ قرارات منطقية بناءً على مجموعة من الظروف أو القواعد. يمكن تطبيقه في الحياة اليومية في تحديد الخيارات المتاحة واختيار الأنسب.
- **التفاعل مع التكنولوجيا :**جبر المنطق هو الأساس الذي تقوم عليه العدّيد من الأجهزة الإلكترونية والأنظمة الحديثة التي نستخدمها يومياً، مثل الهواتف الذكية، والحواسيب، ومواقع الإنترنت، وحتى في أنظمة السيارات الذكية.

3. في الفلسفة والمنطق:

يساعد في فهم وتوضيح كيفية تكوين الجمل المنطقية وطرق الاستدلال. فيستخدمه الفلاسفة وعلماء المنطق لدراسة القواعد التي تحكم التفكير البشري.

4. التطبيقات العملية:

- **التشفير والأمان:** يتم استخدام جبر المنطق لتطوير خوارزميات تشفير قوية لحماية البيانات.
- **التصميم الصناعي:** مثل تصميم الآلات والأدوات الذكية.

تعريف نظام العدّ:

هو طريقة تمثيل الأعداد باستخدام مجموعة من الرموز أو الأرقام وفق قاعدة معينة.

المكونات الأساسية لنظام العدّ:

1. **الرموز أو الأرقام (Digits):** هي العناصر الأساسية التي تُستخدم في تمثيل الأعداد Numbers.
2. **القاعدة (Base):** هي عدد الرموز المستخدمة في النظام، وتسمى **أساس النظام** وسنرمز لها **b**.

ملاحظة: يُسمى نظام العدّ حسب عدد الرموز المستخدمة فيه:

– في النظام العشري، القاعدة هي 10 (الرموز العشرة هي {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}).

– في النظام الثنائي، القاعدة هي 2 (الرمزان هما {0, 1}).

– في النظام الثماني، القاعدة هي 8 (الرموز الثمانية هي {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7}).

– في النظام الست عشري، القاعدة هي 16 (الرموز الست عشر هي A-F,9-0).

الخصائص:

• كل نظام عدّ له استخداماته الخاصة في مجالات مختلفة، ويعود السّبب الأساسيّ لتنوُّع أنظمة العدّ لتنوُّع الاستخدامات والمجالات التي أظهرت حاجةً ملحةً لتمثيل جميع الأعداد، واستخدامها لحلّ سلسلة من المسائل الرياضية التي قد تُواجهنا يومًا بعد يوم.

• يمكن تحويل الأعداد بين أنظمة العدّ المختلفة باستخدام قواعد رياضية معينة، وبسبب أهمية أنظمة العدّ وتنوعها، فإنّ تعلم طرق التّحويل بين أنظمة العدّ أصبح ضروريًا.

أهمية أنظمة العدّ:

- **التعامل مع البيانات في الحواسيب** :الحواسيب تعتمد بشكل رئيسي على النظام الثنائي لتخزين البيانات ومعالجتها.

- **التقنيات الرقمية** :تستخدم أنظمة العدّ في التصميم الرقمي للدوائر والأنظمة الإلكترونية.
- **البرمجة** :تتطلب البرمجة معرفة بكيفية تحويل الأعداد بين أنظمة العدّ المختلفة.

تمثيل الأعداد والصيغة العامة لها:

يتم تمثيل أي عدد في نظام العدّ باستخدام أساس النظام، وتسمى قوى الأساس **أوزاناً**.

ليكن لدينا العدد X المكون من n خانة:

$$X = \pm(x_{n-1} \quad x_{n-2} \quad \dots \quad x_1 \quad x_0)_b$$

عندئذٍ الصيغة العامة للعدد:

$$X = \sum_{i=0}^{n-1} x_i \; b^i$$

حيث b^i= وزن الخانة = ترتيب الخانة (أساس نظام العدّ)

أهم أنظمة العدّ

1. **نظام العدّ العشري:(Decimal System)**

أساسه الرّقم **10**، ويسمى بنظام الأرقام الهندوسيّة العربيّة أو نظام الأرقام العربية، وهو النظام الذي نستخدمه في حياتنا اليومية، ويعتمد على عشرة رموز (من 0 إلى 9). في هذا النظام، كل خانة تمثل قوة من 10.

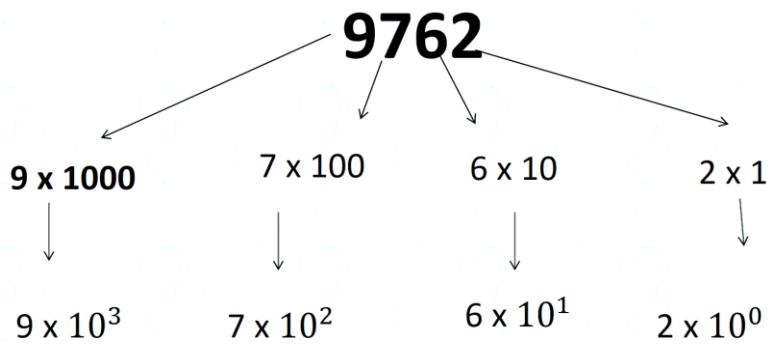
- **تمثيل الأعداد بالنظام العشري** بوساطة قوى الأساس 10.

يوضح الجدول أوزان وخانات العدد في النظام العشري، مرتبة من اليمين لليسار تصاعدياً:

ترتيب الخانة (المنزلة)	0	1	2	3	.....
اسم الخانة	الآحاد	العشرات	المئات	الالوف	.....
اوزان الخانات بواسطة قوى الاساس (10)	10^0	10^1	10^2	10^3	.....
أوزان الخانات بالأعداد الصحيحة	1	10	100	1000	.....

أمثلة:

- أوزان و خانات العدد $(9762)_{10}$ موضحة كالتالي:



❖ العدد $(212)_{10}$ يُمثّل كالتالي:

ترتيب الخانة (المنزلة)	0	1	2
اسم الخانة	الآحاد	العشرات	المئات
اوزان الخانات بواسطة قوى الاساس (10)	10^0	10^1	10^2
أوزان الخانات بالأعداد الصحيحة	1	10	100
تمثيل العدد	2	1	2

$(212)_{10} = 200 + 10 + 2 = 10^2 \times 2 + 10^1 \times 1 + 10^0 \times 2$

❖ العدد $(345)_{10}$ يُمثّل كالتالي:

$(345)_{10} = 300 + 40 + 5 = 10^2 \times 3 + 10^1 \times 4 + 10^0 \times 5$

❖ العدد $(5192.25)_{10}$ يُمثَّل بالنظام العشري كما يلي:

$(5192.25)_{10} = 5000 + 100 + 90 + 2 + 0.2 + 0.05$

$= 10^3 \times 5 + 10^2 \times 1 + 10^1 \times 9 + 10^0 \times 2 + 10^{-1} \times 2 + 10^{-2} \times 5$

♦ من مميزات نظام العدّ العشري:

1- سهل القراءة، والفهم والاستخدام، والتّطبيق للبشر في حياتهم ومُعاملاتهم.

2- يُستخدم نظام العدّ العشري للقياس بشكل أكثر دقة، عن طريق إنشاء وحدات أصغر باستخدام الفاصلة العشرية؛ أيّ أنّ الكسور العشريّة تزيد من دقّة القياس في حالة وُجودها.

3- يُستخدم نظام العدّ العشري بكثرة في الأنظمة المضمّنة Embedded Systems (ويقصد بالأنظمة المضمنة هي أنظمة لأجهزة الحاسوب تعتمد بشكل أساسي على المعالجات الدقيقة، أو التحكم الدقيق في الأجهزة والبرامج المصممة؛ لأداء وظائف معينة داخل نظام ميكانيكي أو كهربائي أكبر).

- من عيوب نظام العدّ العشري:

1- يحتوي النظام العشري على 12 رمزًا؛ الأرقام من (0 إلى 9) وإشارة الجمع (+)، وإشارة الطّرح (-)؛ مما يجعل النّظام العشريّ صعبًا إلى حدّ كبير لتمثيل الأحرف أو عناوين الأجهزة الرقمية، أو أوامر وحدة المعالجة المركزية.

2- يحجز النظام العشري مساحةً تخزينيةً كبيرةً من المعالج، وترجمته للغة الثنائيّة تتطلب وقتًا طويلًا، إذ إن كلّ رقم عشريّ لكي يُخزن في أجهزة الكمبيوتر، يتم تحويله أوّلاً إلى رقم ثنائيّ، ويحتاج كل بت واحد من النّظام العشريّ إلى مساحة تبلغ 4 بت من النّظام الثّنائيّ (البت Bit هي أصغر وحدة تخزين مُستخدمة في النّظام الرّقميّ).

3- عدد الكسور العشرية في النظام العشري لا نهائي، إذ يعود السّبب في ذلك لقبول الرّقم 10 القسمة على الرقمين 2 و5 فقط.

- من أهم استخدامات نظام العدّ العشري:

يُستخدم نظام العدّ العشري لقياس الكمّيات التجاريّة والأنشطة اليومية التي تحتاج القياس مثل طول الأطفال والوقت والمسافات وحساب الأموال وللتّحويل من عملة إلى أخرى. كما يُستخدم نظام العدّ العشري للتّحويل بين وحدات الأوزان.

2. نظام العدّ الثنائي:(Binary System)

أساسه الرّقم **2**، وهو مُشابه من حيث المبدأ لنظام العدّ العشري، ويُستخدم لتمثيل الأرقام باستخدام رمزين هما: 0 و1، حيث يُستخدم النظام الثنائي في أجهزة الحواسيب والدوائر الرقمية، ومن الجدير بالذّكر أنّه نظام العدّ الوحيد الذي تستخدمه وتتواصل به أجهزة الحاسوب.

- **تمثيل الأعداد بالنظام الثنائي** بوساطة قوى الأساس 2.

يوضح الجدول أوزان وخانات العدد في النظام الثنائي، مرتبة من اليمين لليسار تصاعدياً:

ترتيب الخانة (المنزلة)	0	1	2	3	4	.....
اوزان الخانات بواسطة قوى الاساس (2)	2^0	2^1	2^2	2^3	2^4	.....
أوزان الخانات بالأعداد الصحيحة	1	2	4	8	16	.....

على سبيل المثال، العدد $(1100)_2$:

$(1100)_2= 2^0\times0+2^1\times0+2^2\times1+2^3\times1$ (بتحويله للنظام العشري $=0+0+4+8=12_{10}$)

- من مُميّزات نظام العدّ الثنائيّ:

1- سهولة المعالجة؛ نظرًا لأنه يتكون من الرّقمين 0 و1 فقط.

2- يُستخدم النظام الثنائي في جميع أجهزة الحاسوب؛ لأنها تعمل مع انخفاض الجهد الداخلي. والمقصود بانخفاض الجهد الداخلي هنا هو انخفاض الجهد الكهربائي للتّيار الذي يسير في الدارة الكهربائية.

- من عيوب نظام العدّ الثنائي:

1- يُعدُّ العيب الرئيسيّ لنظام العدّ الثنائي هو صعوبة قراءته وكتابته بالنّسبة للبشر.

2- يُعدُّ تخزين أي رقم ثنائي مهمة صعبة جدًا؛ ويرجع ذلك إلى أنّ المُعالج يقومُ بتحويل كل حرف أو رقم إلى سلسلة من الأرقام الثنائية، فعلى سبيل المثال، إذا كان لدينا نص مكوَّن من سبعة حروف، فسيتم تحويلها في النظام الثنائي كالآتي: (01100101 01111000 01100001 01101101 01110000 01101100 01100101).

3- يحتاج نظام العدّ الثنائيّ مساحة كبيرة للتخزين؛ مما يجعل عملية معالجة الأرقام الثنائية تستغرقُ وقتًا طويلًا.

- من أهم استخدامات نظام العدّ الثنائي:

1- يُستخدم نظام العدّ الثنائي لتخزين ومعالجة جميع البيانات الرّقميّة في أجهزة الحاسوب أو أيّ جهازٍ رقميّ؛ سواءً كانت أرقامًا، كلمات، مقاطعَ الفيديو، رسومات، أو موسيقى.

2- يُستخدم هذا النّظام لحفظ كلمات المرور وتخزين البيانات الخاصّة بالمُستَخدمين؛ وذلك لجعل مواقع الويب أكثر أمانًا، ويرجع السبب في ذلك إلى صعوبة قراءة هذه الأرقام بالنسبة للمُخترقين، إذ إنهم في البدايةً يجب أن يحوّلوا الرّموز الثنائية إلى نص، حتى يتمكّنوا من قراءة كلمة المرور، وهذه العملية تستغرق وقتًا طويلًا، ممّا يُقلل فرص حدوث الاختراق.

3- يُستخدم النظام الثنائي في الدارّات الكهربائية؛ ويرجع السبب في ذلك إلى أن النظام الثنائي يستطيع تمثيل حالتي الدارّة الكهربائية سواء كانت مغلقة أو مفتوحة، وذلك من خلال استخدام رمزية وهما (0,1)، حيث يُمثل 0 دارّة كهربائية مفتوحة، بينما الرقم 1 يمثل دارّة كهربائية مغلقة.

3. **نظام العدّ الثماني:(Octal System)**

أساسه الرقم **8**، ويستخدم هذا النظام الأرقام من 0 إلى 7، ويتطلّب هذا النّظام مساحةً تُقدَّر بثلاثة بتات 3bits لتمثيل قيمة أي رقم.

- **تمثيل الأعداد بالنظام الثماني** بوساطة قوى الأساس 8.

يوضح الجدول أوزان وخانات العدد في النظام الثماني، مرتبة من اليمين لليسار تصاعدياً:

ترتيب الخانة (المنزلة)	0	1	2	.....
اوزان الخانات بواسطة قوى الاساس (8)	8^0	8^1	8^2	.....
أوزان الخانات بالأعداد الصحيحة	1	8	64	.....

على سبيل المثال، العدد $(103)_8$ يُمثَّل كما يلي:

$$(103)_8 = 8^0\times 3 + 8^1\times 0 + 8^2\times 1$$

- من مميزات نظام العدّ الثماني:

1- استخدام عدد خانات أقلّ من النّظام العشري والست العشري؛ الأمر الذي أدّى إلى قلّة عدد عملياته الحسابية، إضافةً إلى قِلة أخطائه الحسابيّة.

2- استخدام ثلاثة بتات، لتمثيل أيّ رقم في النّظام الثنائيّ.

3- سهولة تحويله إلى النظام الثنائي.

- من عيوب نظام العدّ الثماني:

1-عدم مقدرة الحاسوب أو الأجهزة الرقمية على فهم نظام العدّ الثماني بصورة مباشرة، إذ يتوجّب التّحويل من نظام العدّ الثمانيّ إلى نظام العدّ الثنائيّ.

2- عدم سهولة تحويل نظام العدّ الثماني إلى أنظمة العدّ الأخرى، حيث عند تحويله إلى نظام العدّ السّت عشري، لا بدّ من تحويله أولًا إلى رقم عشريّ، ثمّ تحويله إلى رقم ست عشري.

- من أهم استخدامات نظام العدّ الثماني:

1 في نطاق الأنظمة الرقمية.

2 في أنظمة الحوسبة.

4. نظام العدّ الست عشري:(Hexadecimal System)

أساسه الرقم **16**، ويُعبِّر نظام العد الست عشري (السداسي عشري) عن نظام ترقيم يحتوي على 16 رقمًا، إذ يَستخدم هذا النّظام الأرقام من 0 إلى 9، والحروف من A إلى F:

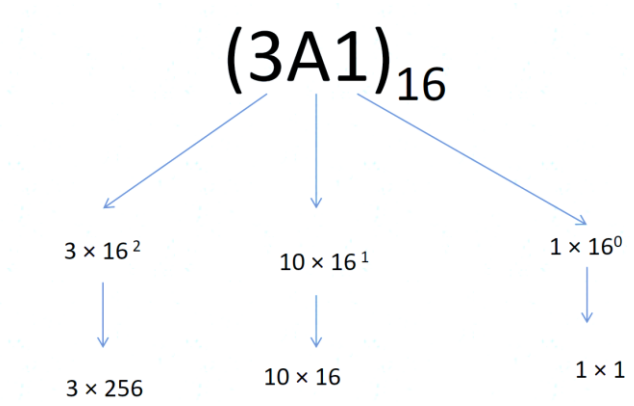
$$(10)_{10} = (A)_{16}$$
$$(11)_{10} = (B)_{16}$$
$$(12)_{10} = (C)_{16}$$
$$(13)_{10} = (D)_{16}$$
$$(14)_{10} = (E)_{16}$$
$$(15)_{10} = (F)_{16}$$

- **تمثيل الأعداد بالنظام الست عشري** بوساطة قوى الأساس 16.

يوضح الجدول أوزان وخانات العدد في النظام الست عشري، مرتبة من اليمين لليسار تصاعدياً:

ترتيب الخانة (المنزلة)	0	1	2	.....
اوزان الخانات بواسطة قوى الاساس (16)	16^0	16^1	16^2	.....
أوزان الخانات بالأعداد الصحيحة	1	16	256	.....

مثال:



- من مميزات نظام العد الست عشري ما يأتي:

1- يُعدّ النظام الست عشري فعَّالًا في ضغط البيانات؛ لأنه يستخدم رقم ست عشري واحد من (0-15)، على عكس نظام العد الثنائي الذي يستخدم رقمين للتّعبير عن رقم واحد (0,1).

2- يسهل تحويل البت Bit إلى بايت Byte .

- من عيوب نظام العدّ الست عشري:

1- يحتل هذا النظام مساحة أكبر على المعالج نظرًا إلى أنّ عدد عناصره 16 عنصرًا، وأساسه الرّقم 16. قد تحدث مشكلات في الذّاكرة في بعض الأجهزة ذات الذّاكرة الصّغيرة، في حال استخدام هذا النّظام.

2- يُعدّ نظامًا غير سهل للقراءة أو الكتابة بالنسبة للبشر.

3- يُعدّ إجراء العمليّات الحسابية باستخدام هذا النّظام ليس سهلًا، مثل: عمليّات القسمة والضَرب، والجمع والطرح، وهو من أصعب الأنظمة الرقمية في التعامل مع بيانات الحاسوب.

- من أهم استخدامات نظام العد الست عشري ما يأتي:

1 تعزيز أمان مواقع الويب، إذ يقوم العديد من المطّورين والمُبرمجين بتحويل الرّقم العشري إلى رقم ست عشري، ثم يتم حفظ هذا الرقم في قاعدة البيانات.

2 يُستخدم نظام العد الست عشري في معالجة الحاسوب والأنظمة الإلكترونية الأخرى؛ لزيادة سرعة المعالج.

3 يُستخدم لتحديد الألوان على صفحات الويب، حيث يتم إعطاء كل لون أساسيّ (أحمر، أخضر، أزرق)، رقمين من الأرقام الست عشرية للتّعبير عنه.

4 يُستخدم لعرض رسائل الخطأ على مواقع الويب، إذ إنّ هذا الاستخدام مفيد جدًا للمُبرمجين في أثناء البحث عن الأخطاء، وإصلاحها خلال عملية تطوير مواقع الويب.

النظام الست عشري (16)	النظام الثماني (8)	النظام الثنائي (2)	النظام العشري (10)
0	00	0000	00
1	01	0001	01
2	02	0010	02
3	03	0011	03
4	04	0100	04
5	05	0101	05
6	06	0110	06
7	07	0111	07
8	10	1000	08
9	11	1001	09
A	12	1010	10
B	13	1011	11
C	14	1100	12
D	15	1101	13
E	16	1110	14
F	17	1111	15

مكتبة A to Z