كلية العلوم

القسم : **الفيزياء**

السنة : **الثانية**

المادة : تحليل عقدي ومتجهي

المحاضرة : الثالثة /عملي/

{{ مكتبة A to Z }}

Facebook Group : مكتبة A to Z

السنة: الثانية — المحاضرة:

المادة: تحليل عقدي — عملي ٣

القسم: فيزياء

[1] احسب الزاوية الكائنة بين شعاعين

$\vec{V}_1 = \vec{i} - \vec{k}$

$\vec{V}_2 = 2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$

$|\vec{V}_1| = \sqrt{2}$, $|\vec{V}_2| = \sqrt{4+1+1} = \sqrt{6}$, $\vec{V}_1 \cdot \vec{V}_2 = 1$

$$\cos\theta = \frac{|\vec{V}_1 \cdot \vec{V}_2|}{|\vec{V}_1| \cdot |\vec{V}_2|} = \frac{1}{\sqrt{12}}$$

$$\theta = \arctan \frac{1}{\sqrt{12}}$$

[2] برهن أن $\vec{a} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k}$, $\vec{b} = -4\vec{i} - 6\vec{j} + 2\vec{k}$ مرتبطة خطياً بطريقتين

a)

$$\vec{a} \wedge \vec{b} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2 & 3 & -1 \\ -4 & -6 & 2 \end{vmatrix} = 0$$

a و b مرتبطان خطياً

b)

$$\frac{b}{a} = -\frac{4}{2} = \frac{-6}{3} = \frac{2}{-1} = -2$$

a و b مرتبطان خطياً

[3] برهن أن $\vec{a} = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$ ، $\vec{b} = \vec{i} + 2\vec{j} + 3\vec{k}$ متعامدان

$\vec{a} \cdot \vec{b} = 1(1) + 2(1) + 3(1) = 0$

$\vec{a} \perp \vec{b}$

[4] أوجد إحداثيات الاسطوانية والكروية للنقطة $M(2\sqrt{3}, 2, 4)$

1- الاسطوانية: (ρ, θ, Z) $\quad \rho = \sqrt{12+4+16} = \sqrt{32}$

$$\arctan\theta = \frac{y}{x} = \frac{2}{2\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\theta = \frac{\pi}{6}$$

$$\left(\sqrt{32}, \frac{\pi}{6}, 4\right)$$

الكروية: (ρ, θ, α)

$$\rho = \sqrt{32} \quad , \quad \alpha = \arg Tg \frac{\sqrt{y^2+x^2}}{Z} = \frac{\sqrt{12+4}}{4} = \frac{4}{4} = 1$$

$$\alpha = \frac{\pi}{4}$$

$$\left(\sqrt{32}, \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}\right)$$

[5] أوجد الإحداثيات الديكارتية والكروية للنقطة M المعينة بإحداثيات

اسطوانية $\rho = 2, \theta = \frac{\pi}{4} \quad , \quad Z = 1$

الديكارتية $\quad x = \rho\cos\theta = 2\cos\frac{\pi}{4} = 2\frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$

$$y = \rho\sin\theta = 2\sin\frac{\pi}{4} = 2\times\frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2} \quad , \quad Z = 1$$

$$(\sqrt{2}, \sqrt{2}, 1)$$

الكروية $\quad \alpha = \arctan\frac{\sqrt{x^2+y^2}}{z} = \frac{\sqrt{2+2}}{1} = \arctan 2$

$$\left(2, \frac{\pi}{4}, \arctan 2\right)$$

$\boxed{6}$ ليكن $\vec{a}$ و $\vec{b}$ شعاعان يصنعان زاوية قدرها $60°$ إذا علمت أن

$|\vec{a}|=5$, $|\vec{b}|=8$ احسب $|\vec{a}+\vec{b}|$

$$|\vec{a}+\vec{b}|^2 = (\vec{a}+\vec{b})(\vec{a}+\vec{b})$$
$$= \vec{a}.\vec{a} + \vec{b}.\vec{a} + \vec{b}.\vec{b} + \vec{b}.\vec{a}$$
$$= |\vec{a}^2| + |\vec{b}||\vec{a}|.\cos\theta + |\vec{b}|^2 + |\vec{b}||\vec{a}|.\cos\theta$$
$$= 25 + 40\times\frac{1}{2} + 64 + 40\times\frac{1}{2}$$
$$= 129$$

$A(4,5,1)$, $B(28,-1,-5)$, $C(3,9,4)$, $D(-52,4,4)$ $\boxed{7}$

اثبت أن A و B و C و D تقع في مستوٍ واحد.

أو ابحث أن $\vec{AB}$, $\vec{AC}$ و $\vec{AD}$ مرتبطة خطياً.

$\vec{AB}(24,-6,-6)$

$\vec{AC}(-1,4,3)$

$\vec{AD}(-56,-1,3)$

$$(\vec{AB}\wedge\vec{AC}).\vec{AD} = \begin{vmatrix} 24 & -6 & -6 \\ -1 & 4 & 3 \\ -56 & -1 & 3 \end{vmatrix} = 0$$

مرتبطة خطياً

انتهت كامحاضرة