كلية العلوم

القسم : **الفيزياء**

السنة : **الثانية**

المادة : تحليل عقدي ومتجهي

المحاضرة : الثانية /عملي/

{{ مكتبة A to Z }}

Facebook Group : مكتبة A to Z

يمكنكم طلب المحاضرات برسالة نصية (SMS) أو عبر (What's app-Telegram) على الرقم 0931497960

1) برهن أن الشعاعين $\vec{u} = -4\vec{i} - 6\vec{j} + 2\vec{k}$ ، $\vec{v} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k}$ متوازيان حالة الشعاعان $\vec{v_1} = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$ ، $\vec{u_1} = \vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$ متعامدان؟

الحل:

$$\vec{v} \wedge \vec{u} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2 & 3 & -1 \\ -4 & 6 & 2 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow \vec{u} \parallel \vec{v}$$

$\vec{v_1} \cdot \vec{u_1} = 1 + 2 - 3 = 0 \Rightarrow \vec{v_1} \perp \vec{u_1}$

2) إذا كان $\vec{a} = \vec{i} + \vec{k}$ ، $b = -\vec{j} + \vec{k}$ ، $\vec{c} = 3\vec{i} - \vec{j} - \vec{k}$

احسب $\vec{a} \cdot \vec{b}$ ، $\vec{b} \cdot \vec{c}$ ، $|\vec{a}|$ ، $|\vec{b}|$ ، $|\vec{c}|$

ثم أوجد الزاوية بين الشعاعين $\vec{b}$ ، $\vec{c}$

الحل

$\vec{a} \cdot \vec{b} = 0 + 0 + 1 = 1$

$\vec{b} \cdot \vec{c} = 0 + 1 - 1 = 0$

$|\vec{a}| = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$ ، $|\vec{b}| = \sqrt{(-1)^2 + 1^2} = \sqrt{2}$ ، $|\vec{c}| = \sqrt{9 + 1 + 1} = \sqrt{11}$

$$\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{1}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} = \frac{1}{2} \Rightarrow (\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\pi}{3}$$

$$\cos(\vec{b}, \vec{c}) = \frac{\vec{b} \cdot \vec{c}}{|\vec{b}| |\vec{c}|} = \frac{0}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{11}} = 0 \Rightarrow (\vec{b}, \vec{c}) = \frac{\pi}{2}$$

3. برهن أن النقاط $A(2,3,-4)$, $B(5,4,-6)$, $C(8,5,-8)$ تقع على استقامة واحدة ثم عين النسبة التي تقسم بها النقطة B القطعة AC

الحل:

$$\overrightarrow{AB} = 3\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k}$$
$$\overrightarrow{CB} = -3\vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k}$$
$$\Rightarrow \overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{CB} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 3 & 1 & -2 \\ -3 & -1 & 2 \end{vmatrix} = 0$$

$\Rightarrow \overrightarrow{AB} \parallel \overrightarrow{CB}$ النقاط A , B , C تقع على استقامة واحدة

$$\overrightarrow{AC} = 6\vec{i} + 2\vec{j} - 4\vec{k}$$
$$\frac{\overrightarrow{AB}}{AC} = \frac{3\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k}}{6\vec{i} + 2\vec{j} - 4\vec{k}} = \frac{3\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k}}{2(3\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k})} = \frac{1}{2}$$

4. ليكن لدينا المتجهان $\vec{a}$ و $\vec{b}$ اللذان يصنعان بينهما زاوية قدرها $60°$ إذا علمنا أن $|\vec{a}| = 5$, $|\vec{b}| = 8$ فاحسب $|\vec{a} - \vec{b}|$

الحل:

$$|\vec{a} - \vec{b}|^2 = (\vec{a} - \vec{b})(\vec{a} - \vec{b})$$
$$= \vec{a}\vec{a} - \vec{a}\vec{b} - \vec{b}\vec{a} + \vec{b}\vec{b}$$
$$= |\vec{a}|^2 - |\vec{a}||\vec{b}|\cos 60 - |\vec{b}||\vec{a}|\cos 60 + |\vec{b}|^2$$
$$= 25 - 2(5)(8)\left(\frac{1}{2}\right) + 64$$
$$= 25 - 40 + 64 = 49$$
$$\Rightarrow |\vec{a} - \vec{b}| = 7$$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

5) بين أن النقاط تشكل رؤوس مثلث قائم

$\vec{A} = 3\vec{i} + \vec{j}$

$\vec{B} = 6\vec{i}$, $\vec{C} = 4\vec{i} + 4\vec{j}$

$|\vec{AC}| = \sqrt{1+9} = \sqrt{10}$

$|\vec{AB}| = \sqrt{9+1} = \sqrt{10}$

$|\vec{CB}| = \sqrt{4+16} = \sqrt{20}$

$|AC|^2 + |AB|^2 = 10 + 10 = 20 = |CB|^2$

وبالتالي هي مثلث قائم في A وتره CB

6) أوجد طويلة المتجه $\vec{M_1M_2}$ المعرف بالنقطتين

$M_1(1,3)$, $M_2(4,2)$

$\vec{M_1M_2} = (4-1)\vec{i} + (2-3)\vec{j}$

$= 3\vec{i} - \vec{j}$

$|\vec{M_1M_2}| = \sqrt{x^2+y^2} = \sqrt{9+1} = \sqrt{10}$

انتهت المحاضرة

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة