كلية العلوم

القسم : الرياضيات

السنة : الرابعة

المادة : امثليات عددية

المحاضرة : الثانية /عملي/

{{ مكتبة A to Z }}

Facebook Group : مكتبة A to Z

2025

يمكنكم طلب المحاضرات برسالة نصية (SMS) أو عبر(What's app-Telegram)على الرقم 0931497960

المحاضرة الثانية عملي امثليات

خوارزمية التقسيم الذهبي :

① نعرف $f(x)$ دالة الهدف و المجال الابتدائي $[a,b]$

② $d = b - a$

③ $d = d \cdot \tau$ حيث $\tau = 0,618$

④ $x_1 = b - d$

$x_2 = a + d$

⑤ اذا كانت $f(x_2) > f(x_1)$ فان $a = x_1$ و $b = b$ والا فان $b = x_2$ و $a = a$

⑥ اذا كانت $\varepsilon > |b-a|$ نوقف و إلا نعد إلى الخطوة (2)

السؤال الأول :

حل مسألة الأمثليات الآتية باستخدام التقسيم الذهبي

$$\min f(x) = e^{-x} - \cos x$$

$x\ [0,1]$ $\quad \tau = 0,618$

$\varepsilon = 0,3$

الحل :

① $f(x) = e^{-x} - \cos x$

② $d = b - a = 1 - 0 = 1$

③ $d = d \cdot \tau = 1 \times 0,618 = 0,618$

④ $x_1 = b - d = 1 - 0,618 = 0,382$

$f(x_1) = f(0,382) = -0,317$

$x_2 = a + d = 0 + 0,618 = 0,618$

$f(x_2) = f(0,618) = -0,460$

⑤ شرط $f(x_2) < f(x_1)$

$a = x_1 = 0,382 \quad b = 1$

والمجال الجديد $[0,382, 1]$

⑥ نختبر الشرط $|b-a| = |1-0,382| = 0,3$

$\Rightarrow |b-a| \not< 0,3$

نعود إلى الخطوة (2)

② $d = d \cdot \tau = (0,382)(0,618)$
$= 0,236$

③ $x_1 = b - d = 1 - 0,236 = 0,764$

$x_2 = a + d = 0,618 + 0,236$
$= 0,854$

$f(x_1) = -0,533$

$f(x_2) = -0,574$

$f(x_2) = f(0,764) = -0,533$

⑤ نلاحظ أن $f(x_2) < f(x_1)$

$b = b = 1 \quad a = 0,618$

والمجال الجديد $[0,618, 1]$

⑥ نختبر الشرط
$|1-0,618| = 0,382 \not< \varepsilon$

نعود إلى الخطوة (2)

① $d = b - a = 1 - 0,618 = 0,382$

② $d = d \cdot \tau = (0,382)(0,618)$
$= 0,236$

③ $x_1 = b - d = 1 - 0,236 = 0,764$

$x_2 = a + d = 0,618 + 0,236$
$= 0,854$

$f(x_1) = -0,533$

$f(x_2) = -0,574$

نعود إلى الخطوة (2)

② $d = b - a = 1 - 0,382 = 0,618$

③ $d = d \cdot \tau = (0,618)(0,618)$
$= 0,382$

④ $x_1 = b - d = 1 - 0,382 = 0,618$

$f(x_1) = -0,460$

$x_2 = a + d = 0,382 + 0,382$
$= 0,764$

⑤ نلاحظ أن $f(x_2) < f(x_1)$

$\Rightarrow a = x_1 = 0,764$

$b = 1$

المجال الجديد $[0,764 , 1]$

⑥ نختبر شرط التوقف

$|1 - 0,764| = 0,236 < \varepsilon$

نتوقف

السؤال الثاني:

استعمل التقسيم الذهبي لإيجاد الحل الأمثل:

$\min f(x) = 4x^3 + x^2 - 7x + 14$

المجال الابتدائي $[a,b] = [0,1]$

$\varepsilon = 0,3$

$\tau = 0,618$

الحل:

حالة أولى:

$d = b - a = 1 - 0 = 1$

$d = d \cdot t = 1 \times 0,618 = 0,618$

$x_1 = b - d = 1 - 0,618 = 0,382$

$x_2 = a + d = 0 + 0,618 = 0,618$

$f(x_1) = 11,694$

$f(x_2) = 11,0$

$f(x_1) > f(x_2)$

$\Rightarrow a = a = 0,382$

$b = x_2 = 0,764$

المجال الجديد $[0,382 , 0,764]$

$|b - a| = |0,764 - 0,382| = 0,382 \not< \varepsilon$

نعود للخطوة (2).

$f(x_1) > f(x_2)$

$\Rightarrow a = x_1 = 0,382$

$b = b = 1$

المجال الجديد $[0,382 , 1]$

$|1 - 0,382| \not< 0,3$

نعود للخطوة (2)

حالة ثانية:

$d = b - a = 1 - 0,382 = 0,618$

$d = d \cdot \tau = (0,618)^2 = 0,382$

$x_1 = b - d = 1 - 0,382 = 0,618$

$x_2 = a + d = 0,382 + 0,382 = 0,764$

$f(x_1) = 11$

$f(x_2) = 11,019$

$f(x_2) > f(x_1)$

$\Rightarrow a = a = 0,382$

$b = x_2 = 0,764$

المجال الجديد $[0,382 , 0,764]$

$|b - a| = |0,764 - 0,382| = 0,382 \not< \varepsilon$

نعود للخطوة (2).

السؤال الثالث:

* طريقة نيوتن:

خطوة استمرارية تعطى بالعلاقة:

$$X_{k+1} = X_k - [H]^{-1} \nabla f(x)$$

حل: $\min f(x_1, x_2) = x_1 - x_2 + 2x_1^2 + 2x_1x_2 + x_2^2$

$$X_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

الخطوة الأولى

$$\nabla f = \begin{bmatrix} 1 + 4x_1 + 2x_2 \\ -1 + 2x_1 + 2x_2 \end{bmatrix}$$

$$\nabla f \Big|_{\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$$

$$H = \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$$

$$H^{-1} = \frac{1}{\det H} \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ -2 & 4 \end{bmatrix} = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ -2 & 4 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & 1 \end{bmatrix}$$

الخطوة الثالثة:

- $d = b - a = 0,764 - 0,382 = 0,382$
- $d = d\tau = (0,382)(0,618) = 0,236$
- $x_1 = b - d = 0,764 - 0,236 = 0,528$

$x_2 = a + d = 0,382 + 0,236 = 0,618$

- $f(x_1) = 11,421$

$f(x_2) = 11$

- $f(x_2) < f(x_1)$

$a = x_1 = 0,528$

$b = b = 0,764$

- $[0,528, 0,764]$ المجال الجديد
- $|b - a| = |0,764 - 0,528|$

$= 0,23 < \varepsilon$

نتوقف

الحل يصبح هكذا

$[0,528, 0,764]$

$$X_2 = X_1 - [H]^{-1} \nabla f(x)$$

$$= \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{-1}{2} \\ \frac{-1}{2} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -1 \\ \frac{3}{2} \end{bmatrix}$$

$\nabla f(X_2) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ ⇒ فيجة امثلية توقف

انتهت المحاضرة