



كلية العلوم

القسم : الرياضيات

السنة : الاولى

المادة : تحليل متجهات

المحاضرة : السادسة / عملي

{{ مكتبة A to Z }}

مكتبة A to Z : Facebook Group

كلية العلوم ، كلية الصيدلة ، الهندسة التقنية

يمكنكم طلب المحاضرات برسالة نصية (SMS) أو عبر (What's app-Telegram) على الرقم 0931497960

الدكتور :

المحاضرة:

7 عملية



التاريخ: / /

القسم: الرياضيات

السنة: الأولى

المادة: تحليل متجهات

A to Z Library for university services

السؤال الأول: لدينا الحقل المتجهي $f(x, y, z) = xy^3 - 3y^2z + xz^2$

(1) اوجد متجه تدوير هذا الحقل

(2) اوجد تباعد متجه التدوير لهذا الحقل

الحل:

(1)

$$\vec{\text{grad}} f = \frac{\partial f}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial f}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial f}{\partial z} \vec{k}$$

$$= (y^3 + z^2) + (3xy - 6yz) + (-3y^2 + 2xz)$$

(2)

$$\text{div}(\vec{\text{grad}} f) = \frac{\partial}{\partial x} \text{grad} f_1 + \frac{\partial}{\partial y} \text{grad} f_2 + \frac{\partial}{\partial z} \text{grad} f_3$$

$$\text{div}(\vec{\text{grad}} f) = 6xy - 6z + 2x$$

السؤال الثاني: برهن أن الحقل المتجهي

$$\vec{V} = (y^2z^2 + 6xz)\vec{i} + 2xyz^2\vec{j} + (2xy^2z + 3x^2)\vec{k}$$

هو حقل محافظ، ثم اوجد تابع الكمون ودرجته الحقلية

الحل:

$$\frac{\partial v_1}{\partial y} = \frac{\partial v_2}{\partial x}$$

$$2yz^2 = 2yz^2$$



$$\frac{\partial v_1}{\partial z} = \frac{\partial v_2}{\partial x}$$

$$2y^2z + 6x = 2y^2z + 6x$$

$$\frac{\partial v_2}{\partial z} = \frac{\partial v_3}{\partial y}$$

$$4xyz = 4xyz$$

معادلة الحقل

$$F = f_1 \cup f_2 \cup f_3$$

$$f_1 = \int v_1 = \int (y^2 z^2 + 6xz) dx = xy^2 z^2 + 3x^2 z + C_1$$

$$f_2 = \int v_2 = \int 2xy z^2 dy = xy^2 z^2 + C_2$$

$$f_3 = \int v_3 dz = \int (2xy^2 z + 3x^2) dz = xy^2 z^2 + 3x^2 z + C_3$$

$$F = f_1 \cup f_2 \cup f_3 = xy^2 z^2 + 3x^2 z + C$$

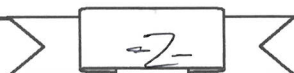
معادلة الحقل في $\text{Rot } V = 0$

$\text{Rot}(V)$ هو

$$\text{Rot } V = \begin{vmatrix} e_1 & e_2 & e_3 \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ y^2 z^2 + 6xz & 2xyz^2 & 2xy^2 z + 3x^2 \end{vmatrix}$$

$$= \begin{vmatrix} \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ 2xyz^2 & 2xy^2 z + 3x^2 \end{vmatrix} \vec{e}_1 + \begin{vmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial z} \\ y^2 z^2 + 6xz & 2xy^2 z + 3x^2 \end{vmatrix} \vec{e}_2 + \begin{vmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} \\ y^2 z^2 + 6xz & 2xyz^2 \end{vmatrix} \vec{e}_3$$

$$= [4xyz - 4xyz] \vec{e}_1 - [2yz^2 + 6x - 2yz^2 - 6x] \vec{e}_2 + [2yz^2 - 2yz^2] \vec{e}_3 = 0$$



السؤال الثالث: اوجد قيمتي الثابتين a و b ليكنه الحقل المتجهي
مقاساً في $\mathbb{R}^3$ ثم يتابع الكون

$$\vec{F} = (ay^2 + yz^3)\vec{i} + (6xy + xz^3 - 3z)\vec{j} + (bxyz^2 - 3y)\vec{k}$$

$$\frac{\partial v_1}{\partial z} = \frac{\partial v_2}{\partial x} = 3yz^2 - byz^2$$

$$2 = bz$$

$$\frac{\partial v_1}{\partial y} = \frac{\partial v_2}{\partial x} \Rightarrow 2ay + z^2 = 6y + z^2 \Rightarrow a = 3$$

$$\frac{\partial v_2}{\partial z} = \frac{\partial v_3}{\partial y} = 3xz^2 - 3 = bxyz^2 - 3y \Rightarrow \boxed{b = 3}$$

$$\vec{F} = (3y^2 + yz^3)\vec{i} + (6xy - xz^3 - 3z)\vec{j} + (3xyz^2 - 3y)\vec{k}$$

$$F = f_1 \cup f_2 \cup f_3$$

$$f_1 = \int v_1 dx = \int (3y^2 + yz^3) dx = 3xy^2 + xyz^3 + C_1$$

$$f_2 = \int v_2 dy = \int (6xy - xz^3 - 3z) dy = 3xy^2 + xyz^3 - 3yz + C_2$$

$$f_3 = \int v_3 dz = \int (3xyz^2 - 3y) dz = xyz^3 - 3yz + C_3$$

$$F = f_1 \cup f_2 \cup f_3 = 3xy^2 + xyz^3 - 3yz + C$$

السؤال الرابع: بين أن $\vec{r}$ التمثيل

$$\vec{r} = \frac{1}{2}(s + \sqrt{s^2 + 1})\vec{e}_1 + \frac{1}{2}(s + \sqrt{s^2 + 1})\vec{e}_2 + \frac{\sqrt{2}}{2} \ln(s + \sqrt{s^2 + 1})\vec{e}_3$$

هو تمثيل طبيعي

$$\vec{r} = \frac{1}{2}y\vec{e}_1 + \frac{1}{2}y\vec{e}_2 + \frac{\sqrt{2}}{2} \ln y \vec{e}_3 \quad \text{بفرض } y = s + \sqrt{s^2 + 1}$$

$$\frac{d\vec{r}}{ds} = \frac{d\vec{r}}{dy} \cdot \frac{dy}{ds}$$



$$= \left(\frac{1}{2} \vec{e}_1 - \frac{1}{2} y^2 \vec{e}_2 + \frac{\sqrt{2}}{2y} \vec{e}_3 \right) \left(1 + \frac{s}{\sqrt{s^2+1}} \right)$$

$$= \left(1 + \frac{s}{\sqrt{s^2+1}} \right) \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{1}{4} y^{-4} + \frac{2}{4} y^2}$$

$$= \frac{1}{2} \left(1 + \frac{s}{\sqrt{s^2+1}} \right) (y^{-2} + 1) = \frac{1}{2} \left(\frac{\sqrt{s^2+1} + s}{\sqrt{s^2+1}} \right) (y^{-2} + 1)$$

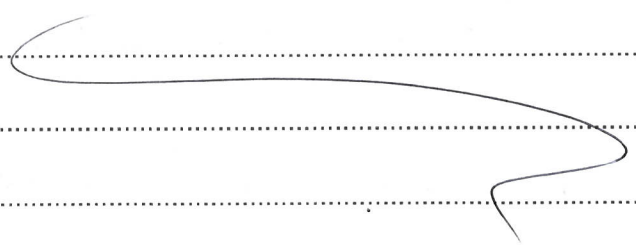
$$= \frac{1}{2} \left(\frac{\sqrt{s^2+1} + s}{\sqrt{s^2+1}} \right) (y^{-2} + 1) = \frac{1}{2} \left(\frac{\sqrt{s^2+1} + s}{\sqrt{s^2+1}} \right) \left(\frac{y^2 + 1}{y^2} \right)$$

$$= \frac{1}{2} \left(\frac{y}{\sqrt{s^2+1}} \right) \left(\frac{y^2 + 1}{y^2} \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{y^2 + 1}{y \sqrt{s^2+1}} \right)$$

$$= \frac{1}{2} \left(\frac{(s + \sqrt{s^2+1})^2 + 1}{(s + \sqrt{s^2+1})(\sqrt{s^2+1})} \right) = \frac{(2s^2 + 2 + 2s\sqrt{s^2+1})}{s\sqrt{s^2+1} + s^2 + 1}$$

$$= \frac{1}{2} \left(\frac{2(s^2 + 1 + s\sqrt{s^2+1})}{s^2 + 1 + s\sqrt{s^2+1}} \right) = 1$$

انتهى المحاسب





مكتبة
A to Z