كلية العلوم

القسم : **الرياضيات**

السنة : **الاولى**

المادة : تحليل متجهات

المحاضرة : **السادسة/عملي/**

{{ مكتبة A to Z }}

Facebook Group : مكتبة A to Z

2025

كلية العلوم ، كلية الصيدلة ، الهندسة التقنية

يمكنكم طلب المحاضرات برسالة نصية (SMS) أو عبر (What's app-Telegram) على الرقم 0931497960

السؤال الأول: لدينا الحقل السلمي $f(x,y,z)=xy^3-3y^2z+xz^2$

1. أوجد متجه تدرج هذا الحقل.
2. أوجد تباعد متجه التدرج لهذا الحقل.

الحل:

1.

$$\overrightarrow{grad}f=\frac{\partial f}{\partial x}\vec{i}+\frac{\partial f}{\partial y}\vec{j}+\frac{\partial f}{\partial z}\vec{k}$$

$$=(y^3+z^2)+(3xy-6yz)+(-3y^2+2xz)$$

2.

$$div(\overrightarrow{grad}f)=\frac{\partial\, grad f_1}{x}+\frac{\partial\, grad f_2}{y}+\frac{\partial\, grad f_3}{z}$$

$$div(\overrightarrow{grad}f)=6xy-6z+2x.$$

السؤال الثاني: برهن أن الحقل المتجه

$\vec{V}=(y^2z^2+6xz)\vec{i}+2xyz^2\vec{j}+(2xy^2z+3x^2)\vec{k}$

هو حقل محافظ ثم جد تابع الكمون ودستور الحقل.

الحل:

$$\frac{\partial r_1}{y}=\frac{\partial r_2}{x}$$

$$2yz^2=2yz^2.$$

مكتبة A to Z - كلية العلوم (جامعة طرطوس) - TEL:0931497960

$$\frac{\partial V_1}{\partial z} = \frac{\partial V_3}{\partial x}$$

$$2y^2z + 6x = 2y^2z + 6x$$

$$\frac{\partial V_2}{\partial z} = \frac{\partial V_3}{\partial y}$$

$$4xyz = 4xyz$$

ومنه الحقل محافظ

$$f = f_1 \cup f_2 \cup f_3$$

$$f_1 = \int V_1 = \int (y^2z^2 + 6xz)\,dx = xy^2z^2 + 3x^2z + C_1$$

$$f_2 = \int V_2 = \int 2xyz^2\,dy = xy^2z^2 + C_2$$

$$f_3 = \int V_3\,dz = \int (2xy^2z + 3x^2)\,dz = xy^2z^2 + 3x^2z + C_3$$

$$f = f_1 \cup f_2 \cup f_3 = xy^2z^2 + 3x^2z + C$$

بما أن $rot\,V = 0$ أي أن الحقل هو حقل محافظ

$rot(V) = \ldots$

$$rot\,\vec{V} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ y^2z^2 + 6xz & 2xyz^2 & 2xyz^2 + 3x^2 \end{vmatrix}$$

$$= \begin{vmatrix} \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ 2xyz^2 & 2xyz^2 + 3x^2 \end{vmatrix} \vec{i} + \begin{vmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial z} \\ y^2z^2 + 6xz & 2xyz^2 + 3x^2 \end{vmatrix} \vec{j} + \begin{vmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} \\ y^2z^2 + 6xz & 2xyz^2 \end{vmatrix} \vec{k}$$

$$= [4xyz - 4xyz]\vec{i} - [2yz^2 + 6x - 2yz^2 - 6x]\vec{j} + [2yz^2 - 2yz^2]\vec{k}$$

$$= 0$$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

السؤال الثالث: اوجد قيمة الثابتين a و b ليكون الحقل المتجهي محافظ ثم جد تابع الكمون.

$$\vec{V} = (ay^2 + yz^3)\vec{i} + (6xy + xz^3 - 3z)\vec{j} + (bxyz^2 - 3y)\vec{k}$$

$$\frac{\partial v_1}{\partial z} = \frac{\partial v_2}{\partial x} \Rightarrow 3yz^2 = byz^2$$

$$2 = bz$$

$$\frac{\partial v_1}{\partial y} = \frac{\partial v_2}{\partial x} \Rightarrow 2ay + z^2 = 6y + z^3 \Rightarrow a = 3$$

$$\frac{\partial v_2}{\partial z} = \frac{\partial v_3}{\partial y} = 3xz^2 - 3 = bxz^2 - 3y \Rightarrow \boxed{b = 3}$$

$$\vec{V} = (3y^2 + yz^3)\vec{i} + (6xy - xz^3 - 3z)\vec{j} + (3xyz^2 - 3y)\vec{k}$$

$$f = f_1 \cup f_2 \cup f_3$$

$$f_1 = \int v_1 dx = \int (3y^2 + yz^3)dx = 3xy^2 + xyz^3 + c_1$$

$$f_2 = \int v_2 dy = \int (6xy + xz^3 - 3z)dy = 3xy^2 + xyz^3 - 3yz + c_2$$

$$f_3 = \int v_3 dz = \int (3xyz^2 - 3y)dz = xyz^3 - 3yz + c_3$$

$$f = f_1 \cup f_2 \cup f_3 = 3xy^2 + xyz^3 - 3yz + c$$

السؤال الرابع: بين أن التمثيل

$$\vec{x} = \frac{1}{2}(s + \sqrt{s^2+1})\vec{P_1} + \frac{1}{2}(s + \sqrt{s^2+1})^{-1}\vec{P_2} + \frac{\sqrt{2}}{2}\ln(s + \sqrt{s^2+1})\vec{P_3}$$

هو تمثيل مبسل.

$$x = \frac{1}{2}y\vec{P_1} + \frac{1}{2}y^{-1}\vec{P_2} + \frac{\sqrt{2}}{2}\ln y\vec{P_3} \quad \text{نفرض } y = s + \sqrt{s^2+1}$$

$$\frac{dx}{ds} = \frac{dx}{dy}\cdot\frac{dy}{ds}$$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

$$= \left(\frac{1}{2}\overrightarrow{e_1} - \frac{1}{2}y^2\overrightarrow{e_2} + \frac{\sqrt{2}}{2y}\overrightarrow{e_3}\right)\left(1 + \frac{s}{\sqrt{s^2+1}}\right)$$

$$= \left(1 + \frac{s}{\sqrt{s^2+1}}\right)\sqrt{\frac{1}{4} + \frac{1}{4}y^{-4} + \frac{2}{4}y^2}$$

$$= \frac{1}{2}\left(1 + \frac{s}{\sqrt{s^2+1}}\right)\left(y^{-2}+1\right) = \frac{1}{2}\left(\frac{\sqrt{s^2+1}+s}{\sqrt{s^2+1}}\right)\left(y^{-2}+1\right)$$

$$= \frac{1}{2}\left(\frac{\sqrt{s^2+1}+s}{\sqrt{s^2+1}}\right)\left(y^{-2}+1\right) = \frac{1}{2}\left(\frac{\sqrt{s^2+1}+s}{\sqrt{s^2+1}}\right)\left(\frac{y^2+1}{y^2}\right)$$

$$= \frac{1}{2}\left(\frac{y}{\sqrt{s^2+1}}\right)\left(\frac{y^2+1}{y^2}\right) = \frac{1}{2}\left(\frac{y^2+1}{y\sqrt{s^2+1}}\right)$$

$$= \frac{1}{2}\left(\frac{(s+\sqrt{s^2+1})^2+1}{(s+\sqrt{s^2+1})(\sqrt{s^2+1})}\right) = \frac{(2s^2+2+2s\sqrt{s^2+1})}{s\sqrt{s^2+1}+s^2+1}$$

$$= \frac{1}{2}\left(\frac{2(s^2+1+s\sqrt{s^2+1})}{s^2+1+s\sqrt{s^2+1}}\right) = 1$$

انتهت المحاضرة

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

مكتبة A to Z