كلية العلوم

القسم : الرياضيات

السنة : الثانية

اسئلة دوراات محلولة

نظرية البيان

A 2 Z LIBRARY

Facebook Group : A to Z مكتبة

كلية العلوم (فيزياء ، كيمياء ، رياضيات ،علم الحياة)

بمكنكم طلب المحاضرات برسالة نصية (SMS) أو عبر (What's app) على الرقم TEL: 0931497960

الجمهورية العربية السورية
جامعة طرطوس
كلية العلوم

سلم تصحيح لفرض نظرية البيانة
السنة الخامسة الأولى
العام 2024-2025

السؤال الأول: [1]

$S_1: 6, 6, 5, 2, 2, 1$
$S_2: 5, 4, 3, 1, 1, 0$
$S_3: 3, 2, 0, 0, -1$ (10)

$R(1,3) = 1$ (10)

$R(1,8) = 8$ [2]

[3] كون ضلع مشترك بين دارتين مختلفتين أو متطابقتين فهو مدار بدرجتين في مجموع درجات الرؤوس للبيانة G وبالتالي فإنه مجموع الدرجات صحيح وهذا الإثبات (10)

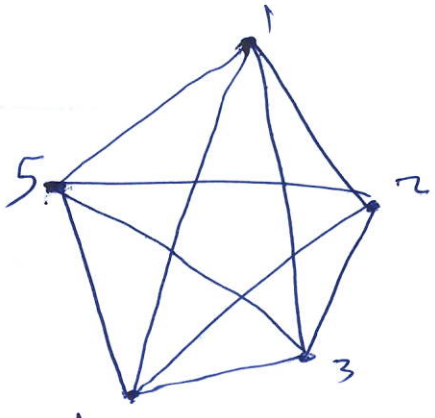
[4] البيانة المنتظم: هو البيانة البسيط الذي كل رؤوسه درجات متساوية.

$q = \frac{p \cdot r}{2}$ (10)

البيانة التام: هو البيانة المنتظم الذي كل رؤوسه درجة كل رأس فيه تساوي $p-1$

$q = \frac{p(p-1)}{2}$

[5] متمم البيانة: البيانة $\bar{G}(p,q)$ هو بيانة $G(p,q)$ له نفس الرؤوس بحيث أن $e \in E(\bar{G})$ إذا وفقط إذا كان $e \notin E(G)$ (10)



K_5: هو البيانة الفارغ الذي رؤوسه 5 فقط

A to Z

منفصل بيانه $G(p,q)$: هو بيانه H الذي فيه مكانه كل e_i في G

$(1 \le i \le q)$ إذا كان v_i فيه على الأقل k من الرؤوس

$\{v_1, v_2, \ldots, v_q\}$ ويكونه v_i, v_j متجاورين في H

إذا وفقط إذا كان e_i, e_j متجاورين في G.

السؤال الثاني ١) ⇐ ٢) عدد أضلاع T هو $p-1$ و k يوجد حلقات

لنفرض أنه عدد مركبات T هي $T_1, T_2, T_3, \ldots, T_k$ لكل K

T_i لها P_i رؤوس إذا T_i بيانه مترابط فيوجد حلقات

وبالتالي T_i مجرى، وبرهنا سابقة بأنه عدد أضلاع T_i

هو $P_i - 1$ وبالتالي عدد أضلاع T هو $p-k$

$k=1$ إذا T مجرى فكل زوج رؤوس كيفية u, v في T

وبالتالي يوجد بينهما مسار واحد فقط لأنه لو كان هناك

مساران بينهما فيشكلان حلقة وهذا تناقض مع كون T مجرى

٢) ⇐ ٣) لنفرض أنه T مترابط إذا أضفنا ضلعاً بين

مركبتين مختلفتين T فيشكل حلقة وهذا تناقض لأن T

مترابط وفيه حلقات بالتالي T ليس مجرى.

١٥

١٥

السؤال الثالث: ⇐ (5)

البيانة أولية إذا أوجبت دورة أولية تحيط وتبقى هذه الدورة كما هي عند رؤوس البيانة بفرض V رأس من G عندئذ نتوقع $2g$ على هذه الدورة يقتضي وجود ضلع محرج من V لكل ضلع وصول $2g$ أي $2g$ زوايا دورية بالنسبة لرأس البيانة يحدد انطلاقه مع العودة إلى V وعدد g زوايا الدرجة الواحدة

⇒ (5)

بما أن درجة كل رأس زوجية إذاً للبيانة تجزئة أويلرية

البيانة كلقات كل حلقة من الحلقات السابقة تقابل بدرجتين عند رأس V حلقة ثابتة. نبرهن بطريقة الاستقراء الرياضي على k عدد الحلقات. $k=1$ أي هذه الحلقة أويلرية. $k=2$ فيها حلقتين بنفس الرأس V على الأقل في الأول نفرض V ودرجة هذا الرأس 4 أي $2g$ نفرض الحلقة الثانية أويلرية.

بفرض الآن أنه لـ k حلقة C_k هو البيانة المكونة من $C_1, C_2, \dots, C_{k-1}$ أويلرية حسب الفرضية الاستقرائية

C_k يشترك مع C_1 برأس واحد على الأقل u نتخذ هذا الرأس كبداية وطرفي C_1 نتبع أضلاع C_k أويلرية، نعود إلى u إذاً C أويلرية.

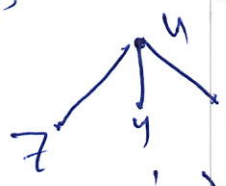
السؤال الرابع: ليكن $u \in V(G)$ بحيث $\rho(u,G)+\rho(u,\bar{G})=5$

فإنه إما $\rho(u,G)\geq 3$ أو $\rho(u,\bar{G})\geq 3$ (١٥)

سيدونه / التقليل من عمومية الحالة نجد أن $\rho(u,G)\geq 3$

ونبرهن x,y,z أبعاد رؤوس مختلفة مجاورة لـ u في G

إذا كانت هذه هي الحالة فإن x,y,z تشكل K_3 في $\bar{G}$



كيف تبرهن جزئياً فيما يلي:

كيف تبرهن جزئياً فيما يلي:

A to Z

الجمهورية العربية السورية	مقرر نظرية البيان	المدة: ساعتان
جامعة طرطوس	س2 رياضيات	امتحان الدورة التكميلية
كلية العلوم	الدرجة العظمى: تسعون	22-9-2024

السؤال الأول: برهن صحة ما ورد في كل فقرة مما يلي:((15 درجات لكل فقرة))

أولا:

1) T شجرة.
2) بين كل راسين في T يوجد مسار وحيد.
3) T مترابط و كل ضلع فيه هو جسر.

أثبت أن $2 \Rightarrow 1$ و أن $3 \Rightarrow 2$.

ثانيا:

لتكن T شجرة عدد رؤوسها p و لتكن $P(T;\lambda)$ دالة التلوين التي تمثل عدد الطرق التي يمكن بها تلوين الشجرة T ب $\lambda-$ لون عندئذ:

$$P(T;\lambda) = \lambda(\lambda-1)^{(p-1)}$$

ثالثا:

ليكن $G(p,q)$ بيانا مستويا مترابطا له r منطقة عندئذ $p-q+r=2$. اثبت ذلك.

السؤال الثاني: أجب عن الأسئلة التالية:((15 درجات لكل فقرة))

أولا:

أوجد أعداد رامزي: $R(3,3)$، $R(2,8)$، $R(1,9)$.

ثانيا:

$S(V,E)$ بيان تام له $|V|=6$ و $v \in V$ عندئذ أوجد $e(v)$ الاختلاف المركزي للرأس v ، أوجد $rad(S)$ نصف قطر البيان S، أوجد $Z(S)$ مركز البيان S.

ثالثا:

1)) شجرة T عدد رؤوسها يساوي 5 أوجد قيمة دالة التلوين $P(T,5)$.
2)) أوجد دالة التلوين $P(K_4,3)$.
3)) $T(7,q)$ شجرة عندئذ أوجد q

مع تمنياتي بالتوفيق
د. ديانا احمد

A to Z

جامعة طرطوس
كلية العلوم
قسم الرياضيات

مقرر نظرية البيانات
امتحان الدورة التكميلية
22/9/2024

العلامة الكلية: 15 درجة

السؤال الأول:

A to Z

السؤال الثاني : أ)

$R(3,3) = 6$
$R(2,8) = 8$
$R(1,9) = 1$

لطفترك وحيه

ب) $Z(S) = V$ ، $rad(S) = 1$ ، $e(2) = 1$

ج)

$P(T, 5) = 1280$
$P(K_4, 3) = 0$
$T(7, 9) \Rightarrow 9 = 6$

A to Z

الجمهورية العربية السورية	مقرر نظرية البيان	المدة: ساعتان
جامعة طرطوس	س2 رياضيات	امتحان الدورة الفصلية الثانية
كلية العلوم	الدرجة العظمى: تسعون	28-7-2024

انتبه: الأسئلة على وجهي الورقة

السؤال الأول: اختر الإجابة الصحيحة: ((45 درجة))

1) إن عدد رامزي $R(3,3) =$ يساوي:
$R(3,3)=2$ $((A))$ $R(3,3)=3$ $((B))$ $R(3,3)=6$ $((C))$ $((D))$ ليس أي مماسبق

2) إن عدد رامزي $R(2,7) =$ يساوي:
$R(2,7)=7$ $((A))$ $R(2,7)=8$ $((B))$ $R(2,7)=9$ $((C))$ $((D))$ ليس أي مماسبق

3) إن عدد رامزي $R(1,7) =$ يساوي:
$R(1,7)=7$ $((A))$ $R(1,7)=1$ $((B))$ $R(1,7)=8$ $((C))$ $((D))$ ليس أي مماسبق

4) الحلقة C_5 هي :
$((A))$ بيان هاملتون فقط $((B))$ بيان أولر فقط $((C))$ بيان أولر و بيان هاملتون معا $((D))$ ليس أي مماسبق

5) البيان $G(V,E)$ بيان منتظم فيه $|V|=5$ و $|E|=5$ و $v \in V$ عندئذ إن درجة هذا الرأس v تساوي:
$\rho(v)=4$ $((A))$ $\rho(v)=2$ $((B))$ $\rho(v)=3$ $((C))$ $((D))$ ليس أي مماسبق

6) البيان الوارد في السؤال السابق 5 هو :
$((A))$ مسار مفتوح $((B))$ حلقة $((C))$ بيان تام $((D))$ ليس أي مماسبق

7) متمم البيان P الموضح جانبا هو:

$((A))$ حلقة $((B))$ مسار $((C))$ بيان تام $((D))$ ليس أي مماسبق

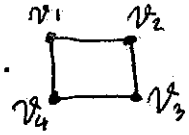
8) $S(V,E)$ بيان تام له $|V|=6$ ، $v \in V$ عندئذ إن الاختلاف المركزي للرأس v يساوي $e(v) =$:
$e(v)=1$ $((A))$ $e(v)=4$ $((B))$ $e(v)=6$ $((C))$ $((D))$ ليس أي مماسبق

9) نصف قطر البيان S الوارد في السؤال السابق 8 يساوي $rad(S) =$:
$rad(S)=6$ $((A))$ $rad(S)=4$ $((B))$ $rad(S)=1$ $((C))$ $((D))$ ليس أي مماسبق

10) عدد عناصر مركز البيان S الوارد في السؤال السابق 8 يساوي $|Z(S)| =$:
$|Z(S)|=4$ $((A))$ $|Z(S)|=6$ $((B))$ $|Z(S)|=1$ $((C))$ $((D))$ ليس أي مماسبق

11) الشجرة هي:
$((A))$ بيان بسيط مترابط قد يحوي حلقات $((B))$ بيان بسيط مترابط لا يحوي حلقات $((C))$ بيان بسيط مترابط يحوي حلقات $((D))$ ليس أي مماسبق

12) إن العدد اللوني للبيان المجاور يساوي:



1 $((A))$ 2 $((B))$ 3 $((C))$ $((D))$ ليس أي مماسبق

13) $T(7,q)$ شجرة عندئذ :
$q=6$ $((A))$ $q=7$ $((B))$ $q=5$ $((C))$ $((D))$ ليس أي مماسبق

14) دالة التلوين $P(K_4,3) =$ تساوي :
$P(K_4,3)=1$ $((A))$ $P(K_4,3)=0$ $((B))$ $P(K_4,3)=2$ $((C))$ $((D))$ ليس أي مماسبق

مكتبة A to Z

15) شجرة عدد رؤوسها يساوي 5 عندئذ إن قيمة دالة التلوين $P(T,5) =$:

$P(T,5) = 1200$ $((A))$ $P(T,5) = 1290$ $((B))$ $P(T,5) = 1280$ $((C))$ $((D))$ ليس أي مماسبق

السؤال الثاني: أثبت صحة **اثنتين فقط** من المبرهنات الثلاث التالية:((30 درجة))

1) $G(p,q)$ بيانا مستويا مترابطا له r منطقة عندئذ $p - q + r = 2$.

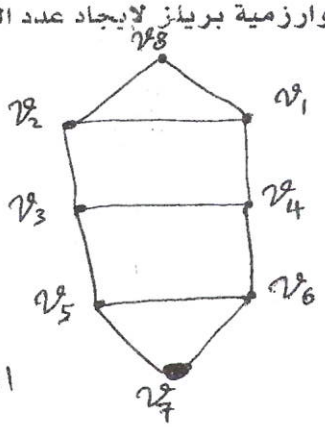
2) $T(p,q)$ بيان مترابط و كل ضلع فيه جسر عندئذ $T(p,q)$ مترابط و عدد أضلاعه $p-1$.

3) G بيان مترابط عندئذ G بيان أولر إذا و فقط إذا كانت درجة كل رأس من رؤوسه هي درجة زوجية

مكتبة A to Z

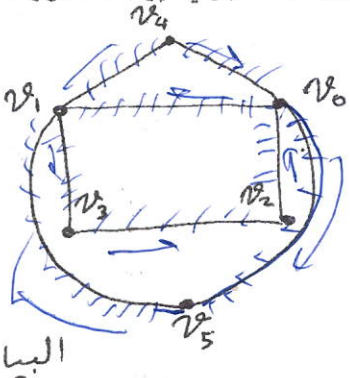
السؤال الثالث: أجب على **واحد فقط** من السؤالين التاليين:((15 درجة))

1)استخدم خوارزمية بريلز لايجاد عدد التلوين للبيان المجاور G.



البيان - G -

2)استخدم خوارزمية فلوري لإيجاد الدورة الأويلرية للبيان المجاور S.



البيان - S -

مع تمنياتي بالتوفيق
د. ديانا احمد

جامعة أطلس / سلم تصحيح مقرر نظرية البيانات /
كلية العلوم / السنة الثانية رياضيات.

السؤال الأول: اختر الإجابة الصحيحة:

C [1]	B [7]	B [11]	
A [2]	A [8]	B [12]	
B [3]	C [9]	A [13]	
C [4]	B [10]	B [14]	
B [5]		C [15]	
B [6]			

/ 3 درجات لكل اختيار صحيح /

مكتبة A to Z

السؤال الثاني: أثبت صحة اثنين فقط من الخصائص الثلاث التالية:

1) $G(P,q)$ بيانة ستو مترابط لـ r منطقة عندئذٍ $P-q+r=2$

الإثبات: نستقرأ على عدد الأضلاع. من أجل $q=0$ عندئذٍ $P=1$ ، $r=1$ ، $P-q+r=2$ ، العلاقة محققة.
لنفرض أن العلاقة صحيحة من أجل أي بيانة لها عدد من الأضلاع q أقلها q، إذا كانت G بحيث عندئذٍ $P=q+1$ وبالتالي $q+1-q+1=2$، العلاقة محققة
ماذا عن الحالة إذا كانت G بيانة مترابط، ليس بحيث $r=1$. بالتالي G يحوي حلقة ليكن e ضلع ما
الكلمة نأخذ البيانة $G_1=G-e$ ليس حراً إذا G_1 مترابطاً أيضاً لـ $q-1$ ضلع و P رأس و $r-1$ منطقة إذاً وحسب الفرض بالاستقراء يكون لدينا:
$P-(q-1)+(r-1)=2$ التالي $P-q+r=2$ □

2) $T(P,q)$ بيانة مترابط، لكل ضلع منه حر عندئذٍ $T(P,q)$ مترابط وعدد أضلاعه $P-1$، العلاقة محققة.

الإثبات: نستقرأ على عدد الرؤوس P، إذا كان $P=1$ بانه $q=0$، العلاقة محققة.
لنفرض $P-2$. لنفرض أن الخاصة صحيحة من أجل $P-1$ رأس عندئذٍ يكون عدد الأضلاع $T(P-q)$ ضلعاً منفصلاً على الأكثر.
لنبرهن صحتها من أجل P رأس. بما أن كل ضلع حر خذ منه $T(P-q)$ عدد رؤوسها كل منها T_1 و T_2
عدد أضلاعها كل منها هو P_1-1 ، P_2-1 على الترتيب، إذاً عدد أضلاع $T(P,q)$ هو
$q=P-1$ إذاً $q=(P_1-1)+(P_2-1)+1=P_1+P_2-1$ على الترتيب، حيث $P>P_1$ و $P>P_2$

3) G بيانة مترابط، G بيانة أويلرية إذا وفقط إذا كانت درجة كل رأس فيها زوجية

عندئذٍ يمكن المرور بالرأس عدة مرات عند الدخول (ضلع) والخروج إذا أضفنا له عدد زوجي من الأضلاع يبقى كما هو. أما رأس البداية سوف يتم العود إليه في كل مرة الإضافة وبالتالي فله أيضاً درجة زوجية.

① كون درجة كل رأس هي درجة زوجية يمكن تجزئة اضلاع البيانة الى حلقات، كل حلقة تمارين بداية من رؤوس الزوجية ونهاية على حلقة أخرى. ليكن هناك k حلقة، واذا كان k=1 فالبيانة أويلرية، نفرض انه العبرة صحيحة من أجل جميع الحلقات الأقل من k. لنبرهن أنه C تجزأ الى $C_1 \to C_k$ حلقة، انه البيانة تكون من الحلقات $C_1 \to C_k$ أويلرية في البرهان بإثبات وليكن هذه البيانة هي C_1. كون البيانة مترابطة فهناك على الأقل رأس u مشترك بين C_k و C_1 درجة زوجية نشتق كبداية نفس الحلقة الأويلرية لـ C_1 ونفرض u هو بداية C_k ونفرض u هو نهاية البيانة أويلرية أيضا

/ لكل إثبات صحيح 15 درجة /

② السؤال الثالث ① خوارزمية بريلز:

المعطيات: $G(V,E)$ بيانة مترابطة

المخرجات: تلوين رؤوس البيانة G

الخطوات: ① نرتب رؤوس البيانة بحيث تتناقص في الدرجة.

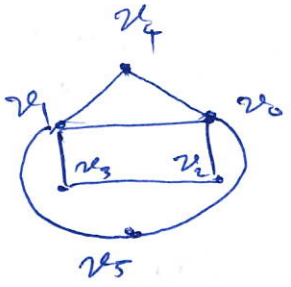
② نعطي الرأس ذو الدرجة الأكبر اللون 1

③ نختار الرأس الذي له درجة أكبر من الرؤوس الملونة، ثم نختار الرأس الذي له درجة أكبر من رؤوس غير الملونة.

④ نعيد الرأس المختار في الخطوة ③ بأقل لون ممكن

⑤ إذا كانت كل الرؤوس ملونة، عندئذ نتوقف، وإلا اذهب الى الخطوة ③

مكتبة A to Z



② خوارزمية فلويد: المعطيات $S(V,E)$ بيانة مترابطة

المخرجات: دورة أويلرية للبيانة S

الخطوات: ① نختار v_0 بحيث C، نضع $C=v_0$ ، $i:=0$

② نبرهن حصلنا على الحلقة: $C_i = v_0 e_1 v_1 \to e_i v_i$

• نختار e_{i+1} يجاور v_i و e_{i+1} ينتمي الى C_i وحيث e يكون مجاور لـ $C_i = G - E(C_i)$

•• نضع $C_{i+1} = C_i e_{i+1} v_{i+1}$

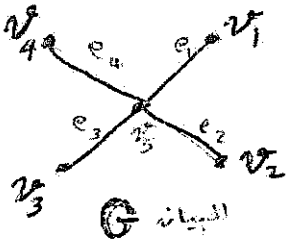
••• نضع $i := i+1$

③ اذا توقفنا يكون ② $\forall v \in V$، $C = C_i$

/ الخطوات والمعطيات والمخرجات 5 درجة، التطبيق الصحيح 5 درجة، البرهان الصحيح 5 درجة / ودال لأحد الخوارزمية السابقة اختيار ⑤

من ديبانا الحمدون

الجمهورية العربية السورية	مقرر نظرية البيان	المدة: ساعتان
جامعة طرطوس	س2 رياضيات	امتحان الدورة الفصلية الأولى
كلية العلوم	الدرجة العظمى: تسعون	31-1-2024



البيان G

السؤال الأول: اجب عن الاسئلة التالية:((10 درجة لكل فقرة))

1) **أولا:** ارسم البيان التام K_5 و أوجد منقول و متمم البيان G المجاور.

2) **ثانيا:** احسب أعداد رامزي التالية $R(1,5), R(2,9)$.

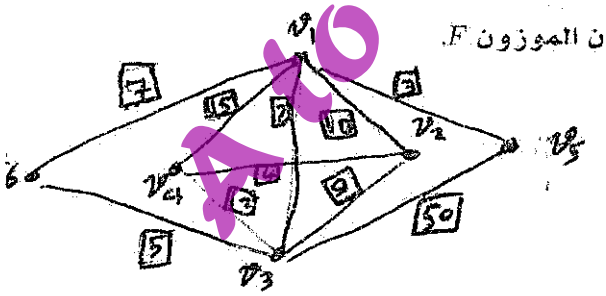
3) **ثالثا:** ما هو الشرط الواجب تحققه في K_n حتى يكون بيان أويلر. اعط مثالا يكون فيه K_n بيانا مستويا و ارسمه.

4) **رابعا:** ادرس قابلية المتتالية التالية للرسم $5,5,5,3,2,2,1$.

مكتبة A to Z

السؤال الثاني: ((20 درجة))

استخدم خوارزمية كروسكال لإيجاد شجرة القياس الصغرى للبيان الموزون F.



ملاحظة: وزن كل ضلع موجود ضمن المربع

$v_1v_2=10$ ، $v_1v_5=3$ ، $v_1v_3=2$

$v_2v_3=9$ ، $v_5v_3=50$ ، $v_2v_4=4$

$v_3v_4=12$ ، $v_3v_5=5$

$v_4v_1=15$ ، $v_5v_4=7$

السؤال الثالث: برهن صحة ما ورد في كل فقرة مما يلي:((10 درجات لكل فقرة))

أولا:

1) T شجرة.

2) بين كل رأسين في T يوجد مسار وحيد.

3) T مترابط و كل ضلع فيه هو جسر.

أثبت أن $2 \Rightarrow 1$ و أن $3 \Rightarrow 2$.

ثانيا:

لتكن T شجرة عدد رؤوسها p و لتكن $P(T;\lambda)$ دالة التلوين التي تمثل عدد الطرق التي يمكن بها تلوين الشجرة T ب $\lambda-$ لون عندئذ:

$$P(T;\lambda) = \lambda(\lambda-1)^{(p-1)}$$

ثالثا:

ليكن $G(p,q)$ بيانا مستويا مترابطا له r منطقة عندئذ $p-q+r=2$ أثبت ذلك.

مع تمنياتي بالتوفيق

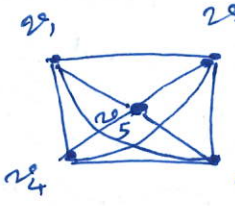
د. ديانا احمد

جامعة ...
كلية العلوم
قسم الرياضيات

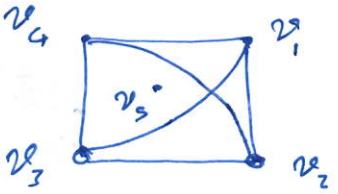
س 3 / رياضيات / نظرية البيان
الدورة العادية الأولى
31/1/2024

السؤال الأول (40 درجة)

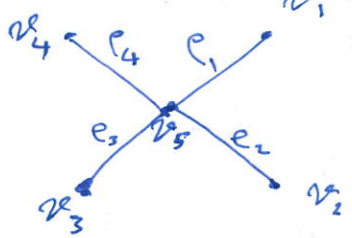
أ) (20 درجة)



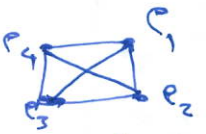
K_5



صنف البيان G (10 درجة)



البيان G



منقول البيان G ، نلاحظ أنه يحتوي على K_4

ثانياً: (10 درجة) $R(1,5)=R(5,1)=1$ ، $R(2,3)=R(3,2)=2$

ثالثاً: K_n هو البيان البسيط ذو n رأس ودرجة كل رأس فيه $n-1$. برهن أن البيان K_n بيان أويلري إذا وفقط إذا كان n فردياً. (10 درجة)

ب) K_4 هو بيان مستوي كما هو موضح بالرسم.

(10 درجة)

المتتالية خزنا بيانية لأنها تحقق شرط هافل كما يلي:

$S_1: 5,5,5,3,2,2$
$S_2: 4,4,2,1,1,1$
$S_3: 3,1,0,0,1,1$
$S_4: 3,1,1,0,0$
$S_5: 0,0,1,1,0$

السؤال الثاني: (20 درجة)

$T=\phi$ ، $i=1$ (1)

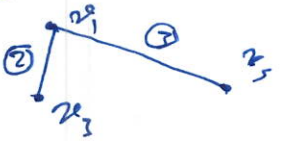
$e=v_1v_3$ (2) لدينا أطول مسار $T\neq v_1v_3$ ، إذن $e_1=v_1v_3$ ، $T=T\cup\{v_1v_3\}$ ونحصل على

$i=2$ ، $1\neq 5$ (3)

$e_2=v_2v_5$ ، $v_2v_5\notin T$ (2)

إذن $T=T\cup\{v_2v_5\}$ ونحصل على

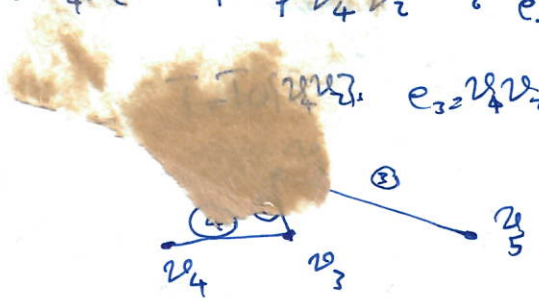
$i=3$ ، $2\neq 5$ (3)



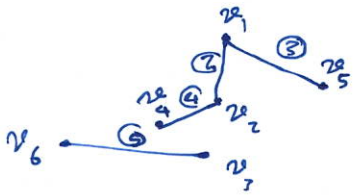
مكتبة A to Z

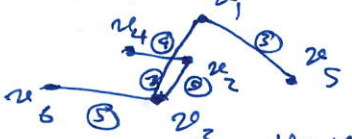
ثانياً: T يحتوي على رؤوس P كدرجة
$P(T;\lambda)=\lambda(\lambda-1)^{P-1}$
نبرهن بطريقة الاستقراء الرياضي على P.
من أجل $P=2$ الخط الجزئي هو
نفرض أن الخط الجزئي من أجل كل الأشجار
ذات الرتبة أقل من P
نزيل من T أحد رؤوسه v_1 لنحصل على T_1.
T_1 شجرة رتبتها $P-1$ أقل من P، وبالتالي:
$P(T_1;\lambda)=\lambda(\lambda-1)^{P-2}$ بالفرض
نعيد تلوين v_1 بأحد ألوان λ لون مغاير للون
جاره الوحيد وبالتالي:
$P(T;\lambda)=\lambda(\lambda-1)^{P-1}$ (1 درجة)

ثالثاً: $G(P,q)$ بيانه مستوٍ مترابط
مصطفة خواصه $P-q+r=2$
نقوم بالاستقراء على q كما يلي:
$P=1$ حينئذٍ $q=0$ و $r=1$ ومنه $P-q+r=2$
نفرض أن الخاصة صحيحة لكل البيانات ذات
الأضلاع الأقل من q، إذا كان G بحيث
عندئذٍ $P=q+1$ و $r=1$ بالتالي
$q+1-q+1=2$
نفرض أن G ليست شجرة، e ضلع من
حلقة إذاً $G_1=G-e$ مترابط، e ليس جسراً
كونه G ليست شجرة إذاً G_1 بيانه مترابط بعدد
أضلاع أقل من G إذاً يحقق الفرض الاستقراء:
$P-q_1+r_1-1=P-(q-1)+(r-1)-1$
$=2$ (1 درجة)

ثانياً: $e=v_4v_2$ ، $T\nexists v_4v_2$ ، $T\cup v_4v_2$ تشكل حلقة
$e_3=v_4v_2$ أو $e_4=v_4v_2$


$3\neq 5$ ، $i=4$

$e=v_3v_6$ ، $T\nexists v_3v_6$
$T\cup v_3v_6$ تشكل حلقة
إذاً $e_4=v_3v_6$ ، $T=T\cup\{v_3v_6\}$
$i=4\neq 5$ ، $i=5$


$e=v_2v_3$ ، $T\nexists v_2v_3$


$T\cup v_2v_3$ تشكل حلقة إذاً
$T=T\cup\{v_2v_3\}$ ، $e_5=v_2v_3$
$i=5$ نتوقف. T يحتوي العناصر الصفرية.
(30 درجة)

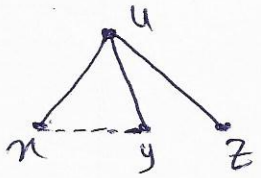
السؤال الثالث (أ، ب، ج) (20 درجة)
نفرض أن v_1,v_2 رأسين في T. من كون T مترابط يوجد بينهما إذاً
مسار وحيد أقصر. لنفترض وجود مسارين P_1، P_2 متمايزين
بين v_1، v_2 عندئذٍ هناك رأس من أحدهما يشتمل على x.
ليكن الرأسين y,z وبالتالي يوجد بين y,z مسار لا يحتوي x
إذاً P_1xy حلقة رضا تناقض كون T شجرة.
T مترابط وبفرض $e=(u,v)$ ضلع كيفي عندئذٍ:
$T-e$ غير مترابط إذا كان بين u، v أي مسار في T
بالتالي e جسر.
(15 درجة)

جامعة قاصدي مرباح
كلية العلوم

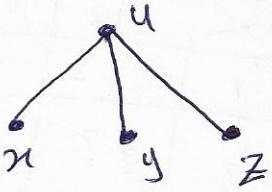
سام لصحيح نظرية البيانات
سنة ثانية رياضيات / دورة مضاعفة ثانية

السؤال الأول: أثبت أنه أي بيان بسيط G من الرتبة $p=6$ إما أنه عنصري K_3 أو أن بيانه المتمم $\bar{G}$ يحتوي K_3 كبيان جزئي. [30 درجات]

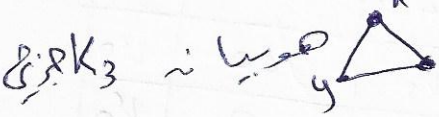
الجواب ① ليكن $u \in V(G)$ بما أن $d(u,G)+d(u,\bar{G})=5$ فإنه إما $d(u,G) \geq 3$ أو $d(u,\bar{G}) \geq 3$. دون التقليل من عمومية الحالة يمكننا أن نفترض أن $d(u,G) \geq 3$، ولتكن x,y,z ثلاثة رؤوس مجاورة للرأس u في G



(2)



إذا وجد على الأقل رأسين متجاورين من الرؤوس x,y,z ولتكن x,y مثلاً، فإن الرؤوس x,y,u تشكل بياناً جزئياً K_3 في G. وإلا يوجد رأسين متجاورين من x,y,z بالتالي فإن $d(x,y)=d(y,z)=d(x,z)=2$ في $\bar{G}$. ②



وبيانه K_3 جزئي

(5) (5)

السؤال الثاني [25 درجة]

خوارزمية ديكسترا: المعطيات: $G(V,E)$: بيانه معنونة ومترابطة من الرتبة p و v_0 رأس فيه.

المخرجات: المسافة بين v_0 وباقي الرؤوس

الخطوات: 1- نعتبر أن كل رؤوس البيانة هي رؤوس لم تتم زيارتها بعد

2- نعين تم ابتداءً لكل المسافات المتعلقة بكل رأس من الرؤوس على أنها تكون $d(v_0)=0$ و $d(v_i)=\infty$ عندما $i \neq 0$

3- نعين الرأس الحالي $cur = v_0$

- مجموعة العقد التي تم زيارتها $unvis = \{v_0, \dots, v_6\}$
- مجموعة العقد التي لم تتم زيارتها $vis = \{\ ?\ ?\ \}$

نحسب المسافة من العقدة الحالية لكل العقد (الرؤوس) المجاورة التي لم تتم زيارتها بعد. ثم نغير المسافة المتعلقة بالرأس إذا كانت المسافة الجديدة أصغر من المسافة القديمة.

4- نعين العقدة الحالية كعقدة تمت زيارتها

5- نختار عقدة حالية جديدة من العقد التي لم تتم زيارتها بعد والتي تمتلك أصغر مسافة

6- $unvis = \{\ ?\ ?\ \}$ توقف وإلا نعود إلى الخطوة 3.

A to Z

~~v_0~~		
~~v_1~~	~~12~~	v_0
v_2	22	v_1
v_3	∞	
v_4	15	v_6
v_5	20	v_0
~~v_6~~	9	v_0

cur = v_4

unvis = {v_2, v_3, v_4, v_5}

vis = {v_0, v_1, v_6}

cur = v_0	v_0	0	
unvis = {$v_0, v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6$}	v_1	∞	
	v_2	∞	
	v_3	∞	
	v_4	∞	
	v_5	∞	
VB = { }	v_6	∞	

~~v_6~~	0	
~~v_1~~	12	v_0
v_2	22	v_1
v_3	28	v_4
~~v_4~~	15	v_6
v_5	19	v_4
~~v_6~~	9	v_0

cur = {v_5}

unvis = {v_2, v_3, v_5}

VB = {v_0, v_6, v_1, v_4}

~~v_6~~	0	
v_1	12	v_0
v_2	∞	
v_3	∞	
v_4	∞	
v_5	20	v_0
v_6	9	v_0

cur = v_6

unvis = {$v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6$}

Vis = {v_0}

~~v_6~~	0	
~~v_1~~	12	v_0
v_2	22	v_1
v_3	28	v_4
~~v_4~~	15	v_6
~~v_5~~	19	v_4
~~v_6~~	9	v_0

cur = v_2

unvis = {v_2, v_3}

Vis = {~~v_0~~, v_0, v_6, v_1, v_4, v_5}

~~v_6~~	0	
v_1	12	v_0
v_2	∞	
v_3	∞	
v_4	15	v_6
v_5	20	v_0
~~v_6~~	9	v_0

cur = v_1

unvis = {v_1, v_2, v_3, v_4, v_5}

Vis = {v_0, v_6}

A to Z

السؤال الثالث: 1) T شجرة [10 درجات]

2) بين كل رأسين في T يوجد مسار وحيد

3) T مترابط، وكل ضلع فيه هو جسر

أثبت أنه 1 ⟹ 2 ، وأنه 2 ⟹ 3) (5)

الإثبات: 1 ⟹ 2): بما أن T شجرة إذاً T مترابط إذاً بين أي رأسين u, v يوجد مسار واحد على الأقل. نفرض وجود مساران p_1, p_2 مختلفان بين u, v عندئذ يوجد ضلع في أحدهما مثل xy ينتمي إلى p_1 ولا ينتمي إلى p_2. إذاً $p \cup xy$ حلقة * وهذا يناقض كون T شجرة إذاً $p_1 = p_2$

2 ⟹ 3) T مترابط، و T يحتوي على مسار وحيد بين أي رأسين. ليكن $e = uv$ ضلع في T إذا كان $T-e$ مترابط ... T غير مترابط وإلا لوجد مساران مختلفان بين u, v وهذا تناقض ومنه نستنتج أنه e جسر (5)

السؤال الرابع: ليكن G(p, q) بيان مستوٍ مترابط له r منطقة عندئذ $p - q + r = 2$. أثبت ذلك. [15 درجة]

الإثبات: الإثبات سوف يتم بالاستقراء على عدد الأضلاع q.

q=0 عندئذ p=1 و r=1، الصيغة صحيحة. نفترض أن الصيغة صحيحة من أجل جميع البيانات التي لها أضلاع أقل من q ($q \geq 1$). نفرض أن G بيان بـ p رأس و q ضلع. إذا كان G شجرة عندئذ $p = q+1$، $r = 1$ بالتالي

$$q + 1 - q + 1 = 2$$

الصيغة صحيحة. الآن G مترابط ولكن ليس شجرة. ليكن e ضلع في حلقة، $G_1 = G - e$ ، G_1 له p رأس و $q-1$ ضلع و $r-1$ منطقة. e ليس جسراً عندئذ G_1 مترابط حسب الفرض بالاستقراء

إذاً

$$p - (q-1) + (r-1) = 2$$

$$p - q + 1 + r - 1 = 2$$

$$p - q + r = 2$$

السؤال الخامس: أثبت أن البيانة المثلثية C هي بيانة أرخميدية إذا وفقط إذا كانت كل راسية لـ C لها درجة زوجية. [15 درجة]

البيانة C غير مترابطة إذا كان يمكن تمثيلها كاتحاد لمجموعتين غير خاليتين من الأضلاع بحيث لا يكون هناك أي ضلع يصل بين المجموعتين. بالتالي، إذا كانت البيانة C غير مترابطة، فإن كل رأس في إحدى المجموعتين سيكون له درجة زوجية.

(7)

$\Rightarrow$ لنفرض أن البيانة C مترابطة. لكل رأس v في C، نعرف C_v على أنها مجموعة جميع الحلقات البسيطة التي تحتوي على الرأس v. لكل حلقة c في C_v، نعرف $f(c)$ على أنها عدد الأضلاع في الحلقة c التي تقع خارج C. لنفرض أن k هي أكبر قيمة لـ $f(c)$ لجميع الحلقات في C_v. إذا كان k فرديًا، فإن C تحتوي على حلقة بسيطة c بحيث $f(c) = k$. لنفرض أن c تتكون من الرؤوس $v_1, v_2, \ldots, v_n$ بالترتيب. بما أن k فردي، فإن n يجب أن يكون زوجيًا. لنفرض أن v_1 و v_n هما الرأسان الوحيدان في c اللذان لهما درجة فردية في C. إذا كان k زوجيًا، فإن C تحتوي على حلقة بسيطة c بحيث $f(c) = k$. لنفرض أن c تتكون من الرؤوس $v_1, v_2, \ldots, v_n$ بالترتيب. بما أن k زوجي، فإن n يجب أن يكون فرديًا. لنفرض أن v_1 و v_n هما الرأسان الوحيدان في c اللذان لهما درجة فردية في C.

(8)

$\Leftarrow$ لنفرض أن البيانة C مترابطة. لكل رأس v في C، نعرف C_v على أنها مجموعة جميع الحلقات البسيطة التي تحتوي على الرأس v. لكل حلقة c في C_v، نعرف $f(c)$ على أنها عدد الأضلاع في الحلقة c التي تقع خارج C. لنفرض أن k هي أكبر قيمة لـ $f(c)$ لجميع الحلقات في C_v. إذا كان k فرديًا، فإن C تحتوي على حلقة بسيطة c بحيث $f(c) = k$. لنفرض أن c تتكون من الرؤوس $v_1, v_2, \ldots, v_n$ بالترتيب. بما أن k فردي، فإن n يجب أن يكون زوجيًا. لنفرض أن v_1 و v_n هما الرأسان الوحيدان في c اللذان لهما درجة فردية في C. إذا كان k زوجيًا، فإن C تحتوي على حلقة بسيطة c بحيث $f(c) = k$. لنفرض أن c تتكون من الرؤوس $v_1, v_2, \ldots, v_n$ بالترتيب. بما أن k زوجي، فإن n يجب أن يكون فرديًا. لنفرض أن v_1 و v_n هما الرأسان الوحيدان في c اللذان لهما درجة فردية في C.

A to Z

$dis(v_0,v_0)=0$

$dis(v_0,v_1)=12$ $v_0\ v_1$

$dis(v_0,v_2)=22$ $v_0\ v_1\ v_2$

$dis(v_0,v_3)=28$ $v_0\ v_6\ v_4\ v_3$

$dis(v_0,v_4)=15$ $v_0\ v_6\ v_4$

$dis(v_0,v_5)=19$ $v_0\ v_6\ v_4\ v_5$

$dis(v_0,v_6)=9$ $v_0\ v_6$

Our-v_3

~~v_1~~	12	v_0
~~v_2~~	22	v_1
v_3	28	v_4
~~v_4~~	15	v_6
~~v_5~~	19	v_4
~~v_6~~	9	v_0

$unvis=\{v_3\}$

$vis=\{v_0,v_1,v_2,v_4,v_5,v_6\}$

A to Z

* العيضا = ~~الخطأ~~ والغرض = (ع) ، الخطأ = (6) درجات

* لكل عبارة (كل) صح: استبدل بـ (ع) = (صح، 8) درجات

أنواع دمج الخطأ = مع الحفاظ على صحة العبارة النهائية = (كل) الطالب

درجة الخطأ = المدمجة كاملة.

* في السؤال الأخير (الخاص) :- (كل) درجة [7] درجات

- كفاية الدرجة [8] درجات