كلية **العلوم**

القسم : **الرياضيات**

السنة : **الثانية**

اسئلة دورات محلولة

معادلات تفاضلية ٢

[درجة 40]

$$y'' + (x-1)y' + y = 0$$

أولاً: $x=2$ نقطة عادية لكون $p(x) = x-1$ ، $q(x) = 1$ تحليلية عند النقطة

نفرض $t = x-2$ 　 $y'' + (t+1)y' + y = 0$ 　 $t = 0$

نفرض $y = \sum_{n=0}^{\infty} c_n t^n$ ، $y' = \sum_{n=0}^{\infty} n c_n t^{n-1}$ ، $y'' = \sum_{n=0}^{\infty} n(n-1) c_n t^{n-2}$

$$\Rightarrow \sum_{n=2}^{\infty} \left[n(n-1)c_n + (n-1)c_{n-1} + (n-1)c_{n-2} \right] t^{n-2} = 0$$

$$\Rightarrow n(n-1)c_n + (n-1)c_{n-1} + (n-1)c_{n-2} = 0 \Rightarrow c_n = \frac{-c_{n-1} - c_{n-2}}{n}$$

نفرض $c_0 = 1$ ، $c_1 = 0$ $\Rightarrow$ $y_1 = 1 - \frac{1}{2}t^2 + \frac{1}{6}t^3 + \frac{1}{12}t^4 - \frac{1}{20}t^5 + \cdots$

نفرض $c_0 = 0$ ، $c_1 = 1$ $\Rightarrow$ $y_2 = t - \frac{1}{2}t^2 - \frac{1}{6}t^3 + \frac{1}{6}t^4 - \frac{1}{36}t^6 + \cdots$

$y = Ay_1 + By_2 \leftarrow$ الحل العام ، نعوض $t = x-2$

ثانياً:

$$x' + x + y' - 4y = 6\cos t$$
$$x' - x + y'' + 4y = -6\sin t$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} D+1 & D-4 \\ D-1 & D^2+4 \end{vmatrix} = D(D^2+9) \quad , \quad \Delta x = \begin{vmatrix} 6\cos t & D-4 \\ -6\sin t & D^2+4 \end{vmatrix} = 24(\cos t - \sin t)$$

$$\Delta y = \begin{vmatrix} D+1 & 6\cos t \\ D-1 & -6\sin t \end{vmatrix} = 0$$

$$\Delta x = \Delta x \Rightarrow D(D^2+9)x = 24(\cos t - \sin t)$$

$$m_{1,2} = \mp 3i \ , \ m_3 = 0$$

$$x_h = c_1 + c_2\cos 3t + c_3 \sin 3t$$

$$x_p = \frac{24}{D(D^2+9)}\cos t - \frac{24}{D(D^2+9)}\sin t = 3\cos t + 3\sin t$$

$$\Delta y = \Delta y \Rightarrow D(D^2+9)y = 0$$

$$y(t) = b_1 + b_2\cos 3t + b_3 \sin 3t$$

$$x(t) = c_1 + c_2\cos 3t + c_3\sin 3t + 3\cos t + 3\sin t$$

باستخدام التعويض في إحدى المعادلات

$c_1 = 4b_1$ ، $c_2 = \frac{-b_2 - 3b_3}{2}$ ، $c_3 = \frac{3b_2 - b_3}{2}$

$$x(t) = 4b_1 + \frac{-b_2 - 3b_3}{2}\cos 3t + \frac{3b_2 - b_3}{2}\sin 3t + 3\cos t + 3\sin t$$

$$y(t) = b_1 + b_2\cos 3t + b_3\sin 3t$$

50 درجة

ثانياً : 1-

$$(y^2-x^2-z^2)q+2xyp=2yz$$

$$\frac{dx}{2xy}=\frac{dy}{y^2-x^2-z^2}=\frac{dz}{2yz}$$
(1) (2) (3)

$(1),(3) \Rightarrow \frac{dx}{x}=\frac{dz}{z} \Rightarrow \frac{x}{z}=c_1 \quad (4)$

$(2),(3) \Rightarrow 2yz\,dy+(-y^2+(c_1^2+1)z^2)dz=0$

معادلة متجانسة نفرض

$y=zw \Leftarrow \frac{y}{z}=w$

$dy=z\,dw+w\,dz$

بالتعويض نجد

$$\frac{dz}{z}+\frac{2w}{c_1^2+1+w^2}dw=0 \Rightarrow z(c_1^2+1+w^2)=c_2 \Rightarrow \frac{x^2+y^2+z^2}{z}=c_2$$

الحل العام

$$F\left(\frac{x}{z},\frac{x^2+y^2+z^2}{z}\right)=0$$

2- نستخرج السطوح العمودية على السطوح ذات التفاضلية التالية

$$2xy\,dx+(y^2-x^2-z^2)dy+(2yz)dz=0 \quad (5)$$

نفرض $y=c \Leftarrow$

$x\,dx+z\,dz=0 \Rightarrow (x^2+z^2)=\phi(y)$

نفاضل نجد

$$2xy\,dx+2yz\,dz-y\,d\phi=0$$

$$\Rightarrow y^2dy=\phi dy-y\,d\phi \Rightarrow \phi=-y^2+cy \Rightarrow \frac{x^2+z^2+y^2}{y}=c$$

وهي السطوح المتعامدة مع سطوح المعادلة الأخيرة

ثالثاً

$$(D^2-3DD'+2D'^2)z=x+3y$$

$$(D-D')(D-2D')z=x+3y \qquad z_h=f_1(y+x)+f_2(y+2x)$$

$$z_p=\frac{1}{(D-D')(D-2D')}(x+3y)$$

$$y=a-2x \Leftarrow y+2x=a$$

$$z_p=\frac{1}{D-D'}\int(-5x+3a)\,dx=\frac{1}{D-D'}\left(-\frac{5x^2}{2}+3ax\right)$$

نفرض $y+x=b$

$$z_p=\int\frac{1}{2}x^2+3x(b-x)\,dx \Leftarrow y=b-x$$

$$=\frac{7}{6}x^3+\frac{3}{2}x^2b-x^3=\frac{1}{6}x^3+\frac{3}{2}x^3+\frac{3}{2}x^2y$$

$$\Rightarrow z=f_1(y+x)+f_2(y+2x)+\frac{10}{3}x^3+\frac{3}{2}x^2y$$

سلم تصحيح

جامعة طرطوس
كلية العلوم
قسم الرياضيات

امتحان مقرر < معادلات تفاضلية 2 >
لطلاب السنة الثانية رياضيات
الدورة الفصلية الأولى 2023-2024

الاسم :
الدرجة : 90
المدة: ساعتان

السؤال الأول: (40 درجة)

أولاً: أوجد بطريقة النشر بجوار النقطة $x = 0$ الحل العام للمعادلة التفاضلية التالية:

$$y'' + xy' = 0$$

ثانياً:
أوجد الحل العام للمجموعة التفاضلية التالية:

$$y' = -2y + z + 2e^{-x}$$
$$z' = y - 2z + 3x$$

السؤال الثاني: (50 درجة)

أولاً:

بفرض لدينا المعادلة التفاضلية الجزئية التالية

$$yzq + xzp = -(x^2 + y^2)$$

1. أوجد الحل العام للمعادلة التفاضلية المفروضة.
2. أوجد السطوح المتعامدة مع السطوح التكاملية للمعادلة التفاضلية المفروضة.

ثانياً:

أوجد الحل العام للمعادلة التفاضلية الجزئية التالية

$$(D - D')^3 z = e^{(x+y)}$$

انتهت الأسئلة

مع تمنياتي لكم بالنجاح

مدرسة المقرر : د. منال ناصر حسين

سلم تصحيح مقرر معادلات تفاضلية /2/

2024 - 2023 م

السؤال الأول:

أولاً:

$$y'' + xy' = 0$$ (5)

$x=0$ نقطة عادية لكون $p(x)=x$ ، $q(x)=0$ ⇐ نقطة عادية للمعادلة، نفرض

$$y=\sum_{n=0}^{\infty} c_n x^n,\ y'=\sum_{n=0}^{\infty} n c_n x^{n-1},\ y''=\sum_{n=0}^{\infty} n(n-1)c_n x^{n-2} \Rightarrow$$ (5)

$$\sum_{n=0}^{\infty} n(n-1)c_n x^{n-2} + \sum_{n=0}^{\infty} n c_n x^n = 0 \Rightarrow \sum_{n=0}^{\infty} n(n-1)c_n x^{n-2} + \sum_{n=2}^{\infty} (n-2)c_{n-2} x^{n-2} = 0$$

$$\Rightarrow \sum_{n=0}^{\infty} [n(n-1)c_n + (n-2)c_{n-2}] x^{n-2} = 0 \Rightarrow n(n-1)c_n + (n-2)c_{n-2} = 0 \Rightarrow$$

$$c_n = \frac{2-n}{n(n-1)} c_{n-2}$$ (5)

$c_0 = 1$ ، $c_1 = 0$ ⇐ $c_2 = c_3 = \dots = 0$ ⇐ $y_1 = 1$ (5)

$c_0 = 0$ ، $c_1 = 1$ ⇐ $c_2 = 0,\ c_3 = \frac{-1}{6},\ c_4 = c_6 = c_8 = \dots = 0$ ، $c_5 = \frac{1}{40}$ ، ... ⇐

$$y_2 = x - \frac{1}{6}x^3 + \frac{1}{40}x^5 + \dots$$

$$y = Ay_1 + By_2$$

ثانياً:

$$\begin{pmatrix} y' \\ z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} y \\ z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2e^{-x} \\ 3x \end{pmatrix} \Rightarrow |A-\lambda I| = \lambda^2 + 4\lambda + 3 = 0 \Rightarrow$$ (5)

$$\lambda_1 = -3,\ \lambda_2 = -1$$

$\lambda_1 = -3 \Rightarrow \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ المتجه الذاتي الموافق (5) $\lambda_2 = -1 \Rightarrow \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ المتجه الذاتي الموافق

$$\begin{pmatrix} y_h \\ z_h \end{pmatrix} = c_1\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} e^{-3x} + c_2\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} e^{-x}$$ (5)

لإيجاد الحل الخاص نستخدم إحدى الطرق الواردة في المقرر لنجد (5)

$$\begin{pmatrix} y_p \\ z_p \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} x e^{-x} + \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} e^{-x} + \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} x - \frac{1}{3}\begin{pmatrix} 4 \\ 5 \end{pmatrix}$$

السؤال الثاني

أولاً

1-

$$yzp + xzq = -(x^2+y^2)$$ (5)

$$\frac{dx}{xz} = \frac{dy}{yz} = \frac{dz}{-(x^2+y^2)} \Rightarrow$$
(1) (2) (3)

$$(1),(2) \Rightarrow y = c_1 x \Rightarrow \frac{y}{x} = c_1 \Rightarrow \frac{dx}{xz} = \frac{dz}{-x^2(1+c_1^2)} \Rightarrow x\,dx + \frac{1}{1+c_1^2} z\,dz$$ (5)

$$\Rightarrow x^2 + \frac{1}{1+c_1^2} z^2 = c_2 \Rightarrow x^2 + \frac{x^2}{x^2+y^2} z^2 = c_2$$

$$\Rightarrow F\left(\frac{y}{x}, x^2 + \frac{x^2}{x^2+y^2} z^2\right) = 0$$ (2)

2- نجد المعادلة ذات التفاضلات الكلية المطلقة

$$xz\,dx + yz\,dy - (x^2+y^2)\,dz = 0$$ (5)

$$\begin{vmatrix} xz & yz & -(x^2+y^2) \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ xz & yz & -(x^2+y^2) \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow$$ (1) قابلة للتكامل

(5) $$\frac{x\,dx + y\,dy}{x^2+y^2} - \frac{dz}{z} = 0$$

$$\frac{x^2+y^2}{z^2} = c$$ (2)

وهو السطح العمودي المطلوبة

ثانياً:

$$(D-D')^3 z = e^{x+y}$$ (5)

$$z_h = f_1(y+x) + x f_2(y+x) + x^2 f_3(y+x)$$

$y = a - x$

$$z_p = \frac{1}{(D-D')^2} \int e^{x+a-x}\,dx = \frac{1}{(D-D')^2} x e^{x+y}$$ (5)

$y = b - x$

$$z_p = \frac{1}{D-D'} \int x e^{x+b-x}\,dx = \frac{1}{D-D'} \frac{x^2}{2} e^{x+y}$$ (5)

$y = c - x$

$$z_p = \frac{1}{2} \int x^2 e^{x+c-x}\,dx = \frac{x^3}{6} e^c = \frac{x^3}{6} e^{x+y}$$ (5)

$$z = f_1(x+y) + x f_2(y+x) + x^2 f_3(y+x) + \frac{1}{6} x^3 e^{x+y}$$ (5)

انتهت الأسئلة

جامعة طرطوس
كلية العلوم
قسم الرياضيات

امتحان مقرر < معادلات تفاضلية 2 >
لطلاب السنة الثانية رياضيات
الدورة الفصلية الثانية 2022-2023

الاسم :
الدرجة : 90
المدة: ساعتان

السؤال الأول: (40 درجة)

أولاً:

أوجد الحل العام للمجموعة التفاضلية التالية

$$x' = y ,\qquad y' = z \quad , \quad z' = 8x - 14y + 7z$$

ثانياً:

أوجد السطوح المتعامدة مع السطوح التكاملية للمعادلة التفاضلية الجزئية التالية

$$\left(x^2 + yx + yz\right)p - x(x+z)q - x^2 = 0$$

السؤال الثاني: (50 درجة)

أولاً:

أوجد الحل العام لكل من المعادلتين التفاضليتين الجزئيتين التاليتين

.1

$$x\left(z^2 - y^2\right)p + y\left(x^2 - z^2\right)q - z\left(y^2 - x^2\right) = 0$$

.2

$$\left(D^2 - 3DD' + 2D'^2\right)z = x + 3y$$

ثانياً:

أوجد الحل التام للمعادلة التفاضلية الجزئية التالية

$$\left(1 - y^2\right)xq^2 + y^2 p = 0$$

انتهت الأسئلة

مع تمنياتي لكم بالنجاح

مدرسة المقرر : د. منال ناصر حسين

سلم تصحيح معادلات تفاضلية 2 لطلاب رياضيات

2023 - 2022 ف 2

السؤال الأول:

أولاً:

$x' = y \ , \ y' = z \ , \ z' = 8x - 14y + 7z$

$$\begin{vmatrix} -m & 1 & 0 \\ 0 & -m & 1 \\ 8 & -14 & 7-m \end{vmatrix} = -m^3 + 7m^2 - 14m + 8 = 0 \Rightarrow \quad 5$$

$m_1 = 1 \ , m_2 = 2 \ , m_3 = 4$

$m_1 = 1 \Rightarrow -\alpha + \beta = 0 \ , \ -\beta + \gamma = 0 \ , \ 8\alpha - 14\beta + 6\gamma = 0 \Rightarrow$

$5 \quad \alpha = \beta = \gamma = 1 \Rightarrow x_1 = e^t \ , y_1 = e^t \ , z_1 = e^t$

$m_2 = 2 \Rightarrow \beta = 2\alpha \ , \ \gamma = 2\beta \Rightarrow \ ; \ \beta = 2 \ , \alpha = 1 \ , \gamma = 4$

$x_2 = e^{2t} \ , y_2 = 2e^{2t} \ , \ z_2 = 4e^{2t} \quad 5$

$m_3 = 4 \Rightarrow \beta = 4\alpha \ , \ \gamma = 4\beta \ ; \ \beta = 4 \ , \alpha = 1 \ , \gamma = 16 \Rightarrow$

$x_3 = e^{4t} \ , y_3 = 4e^{4t} \ , \ z_3 = 16e^{4t} \quad 5$

3

$x = c_1e^t + c_2e^{2t} + c_3e^{4t} \ , \ y = c_1e^t + 2c_2e^{2t} + 4c_3e^{4t} \ , \ z = c_1e^t + 4c_2e^{2t} + 16c_3e^{4t}$

ثانياً: معادلة لاغرانج

$(x^2 + yx + yz)p - x(x+z)q - x^2 = 0$

الطرح المشاهد هو حلول معادلة ذات تفاضلات كلية الموافقة

$(x^2 + yx + yz)dx - x(x+z)dy + x^2dz = 0 \quad 5$

نفرض $x = c \Rightarrow dx = 0 \quad 5$

$\Rightarrow -x(x+z)dy + x^2dz = 0$

$-dy + \frac{c}{c+z}dz = 0 \Rightarrow -y + x\ln(x+z) = \phi(x)$

بالمفاضلة نجد تركيباً

$-dy + \frac{x}{x+z}dz + \left(\ln(x+z) + \frac{x}{x+z}\right)dx = d\phi \Rightarrow \phi\,dx = x\,d\phi \Rightarrow$

$5 \quad 2$

$\frac{\phi}{x} = c \Rightarrow \phi = cx \Rightarrow -y + x\ln(x+z) = cx$

السؤال الثاني:

-1

$(D^2 - 3DD' + 2D'^2)z = x + 3y$

$(D - D')(D - 2D')z = x + 3y \Rightarrow z_h = f_1(y+x) + f_2(y+2x) \quad 5$

$z_p = \frac{1}{(D-D')(D-2D')}(x+3y) \quad 5 \quad = \frac{10}{3}x^3 + \frac{3}{2}x^2y \quad 5$

1

$$x(z^2-y^2)p+y(x^2-z^2)q-z(y^2-x^2)=0$$

$$\underset{(1)}{\frac{dx}{x(z^2-y^2)}}=\underset{(2)}{\frac{dy}{y(x^2-z^2)}}=\underset{(3)}{\frac{dz}{z(y^2-x^2)}} \quad 5$$

$$x(1)+y(2)+z(3)=(1)=(2)=(3)\Rightarrow$$

$$x\,dx+y\,dy+z\,dz=0\Rightarrow x^2+y^2+z^2=c_1 \quad 5$$

$$yz(1)+(x.z)(2)+(x.y)(3)=(1)=(2)=(3)\Rightarrow x.y.z=c_2 \quad 5$$

$$F(x^2+y^2+z^2,\ x.y.z)=0 \quad 1$$

$$(1-y^2)xq^2+y^2p=0$$

$$\frac{dx}{y^2}=\frac{dy}{2(1-y^2)xq}=\frac{dz}{y^2p+2(1-y^2)xq^2}=\frac{-dp}{(1-y^2)q^2}=\frac{-dp}{(-2y)xq^2+2yp} \quad 5$$

$$\Rightarrow\frac{dx}{y^2}=\frac{-dp}{(1-y^2)q^2}=\frac{dz}{(1-y^2)xq^2}=\frac{-dp}{\frac{y^2p}{x}}$$

باستخدام السابق نحصل على

$$\Rightarrow\frac{dx}{x}=\frac{dp}{p}\Rightarrow \ln x-\ln p=\ln c_1\Rightarrow p=\frac{x}{c_1} \quad 5$$

نعوض في المعادلة

$$(1-y^2)q^2x+y^2\frac{x}{c_1}=0\Rightarrow q^2=\frac{y^2\frac{x}{c_1}}{(1-y^2)x}\Rightarrow$$

$$q=\sqrt{\frac{y^2\frac{x}{c_1}}{(1-y^2)x}}=\frac{y}{\sqrt{c_1}\sqrt{1-y^2}} \quad 5$$

$$p\,dx+q\,dy=dz\Rightarrow\frac{x}{c_1}dx+\frac{y}{\sqrt{c_1}\sqrt{1-y^2}}dy=dz \quad 2$$

$$\Rightarrow z=\frac{x^2}{2c_1}-\frac{\sqrt{(1-y^2}}{\sqrt{c_1}}+c_2 \quad 1$$

جامعة طرطوس كلية العلوم قسم الرياضيات	امتحان مقرر < معادلات تفاضلية 2 > لطلاب السنة الثانية رياضيات الدورة الفصلية الأولى 2023-2022	الاسم الدرجة : 90 المدة: ساعتان

السؤال الأول: (45 درجة)

أولاً:

أوجد الحل العام للمعادلة التفاضلية التالية:

$$3(1+x)^2 y'' - (1+x)y' + y = 0$$

ثانياً:

باستخدام طريقة المؤثرات التفاضلية أوجد الحل العام للمجموعة التفاضلية التالية:

$$2x' - 2y' - 3x = t$$

$$2x' + 2y' + 3x + 8y = 2$$

السؤال الثاني: (45 درجة)

1)أوجد الحل العام للمعادلة التفاضلية التالية

$$(D - D')(D + D')z = 1 + y$$

2)أوجد الحل التام للمعادلة التفاضلية التالية $y = p^2 + q$

انتهت الأسئلة

مع تمنياتي لكم بالنجاح — مدرسة المقرر : د. منال ناصرحسين

سلم تصحيح معادلات تفاضلية / 2 / 2022-2023

لطلاب سنة 2 رياضيات م1 [redacted]

145

السؤال الأول:

أولاً:

$$3(1+x)^2 y'' - (1+x)y' + y = 0$$

$$x+1 = z, \quad y' = y'_z, \quad y'' = y''_z$$

$$3z^2 y''_z - z y'_z + y = 0 \quad ; \quad z = e^t \quad z y'_z = y'_t, \quad z^2 y''_z = y''_t - y'_t$$

$$3y''_t - 4y'_t + y = 0 \Rightarrow 3m^2 - 4m + 1 = 0 \quad m_1 = 1, \; m_2 = \frac{1}{3}$$

$$y(t) = c_1 e^t + c_2 e^{\frac{1}{3}t} \Rightarrow y(z) = c_1 z + c_2 z^{1/3} \Rightarrow y(x) = c_1(x+1) + c_2(x+1)^{1/3}$$

ثانياً:

$$2x' - 2y' - 3x = t \quad , \quad 2x' + 2y' + 3x + 8y = 2$$

$$(2D-3)x - 2Dy = t$$

$$(2D+3)x + (2D+8)y = 2$$

$$A = \begin{vmatrix} 2D-3 & -2D \\ 2D+3 & 2D+8 \end{vmatrix} = 8(D-1)(D+3)$$

$$\Delta_x = \begin{vmatrix} t & -2D \\ 2 & 2D+8 \end{vmatrix} = 2+8t \qquad \Delta_y = \begin{vmatrix} 2D-3 & t \\ 2D+3 & 2 \end{vmatrix} = -8-3t$$

$$Ax = \Delta x \Rightarrow (D-1)(D+3)x = \frac{1}{4} + t \Rightarrow x_h = c_1 e^t + c_2 e^{-3t},$$

$$x_p = \frac{1}{D^2+2D-3}\left(\frac{1}{4}+t\right) = -\frac{11}{36} - \frac{1}{3}t$$

$$Ay = \Delta y \Rightarrow (D-1)(D+3)y = -1 - \frac{3}{8}t$$

$$\Rightarrow y_h = b_1 e^t + b_2 e^{-3t} \qquad y_p = \frac{5}{12} + \frac{1}{8}t$$

بالتعويض في المعادلة الطابقة:

$$\Leftarrow -\frac{c_1}{2} = b_1, \; \frac{9}{6}c_2 = b_2$$

$$x = c_1 e^t + c_2 e^{-3t} - \frac{11}{36} - \frac{t}{3} \quad , \quad y = -\frac{c_1}{2}e^t + \frac{3}{2}c_2 e^{-3t} + \frac{5}{12} + \frac{1}{8}t$$

145

السؤال الثاني

أولاً:

$$(D-D')(D+D')z = 1+y$$

$$z_h = f_1(y+x) + f_2(y-x) \quad , \quad z_p = \frac{1}{D-D'}\frac{1}{D+D'}(1+y)$$

$$= \frac{1}{D-D'}\int(1+a+x)\,dx = \frac{1}{D-D'}\left(x+ax+\frac{x^2}{2}\right)$$

$$= \frac{1}{D-D'}\left(x+(y-x)x+\frac{x^2}{2}\right) = \int x+(b-x)x-\frac{x^2}{2}$$

$$= \frac{x^2}{2} + \frac{bx^2}{2} - \frac{x^3}{3}, \quad b = y+x$$

$$z = z_h + z_p \qquad = \frac{x^2}{2} + \frac{yx^2}{2}$$

-1-

ثانياً :

$$y = p^2 + q$$

نفرض $p = c_1 \Leftarrow$ نعوض في $q = y - c_1^2$

$$dz = p\,dx + q\,dy \Rightarrow dz = c_1\,dx + (y - c_1^2)\,dy \Rightarrow$$

$$z = c_1 x + \frac{y^2}{2} + c_1^2 y + c_2$$

الشمس اسلم

سلم تصحيح

جامعة طرطوس
كلية العلوم
قسم الرياضيات

امتحان مقرر < معادلات تفاضلية 2 >
لطلاب السنة الثانية رياضيات
الدورة الفصلية الثانية 2021-2022

الاسم
الدرجة : 90
المدة: ساعتان

السؤال الأول: (40 درجة)

أولاً:

أوجد بطريقة النشر بجوار النقطة $x = 0$ الحل العام للمعادلة التفاضلية التالية:

$$x^2 y'' + 5xy' + 4y = 0$$

ثانياً:

أوجد الحل العام للمجموعة التفاضلية التالية:

$$x' = x - y + 4\cos 2t$$
$$y' = 3x - 2y + 8\cos 2t + 5\sin 2t$$

السؤال الثاني: (50 درجة)

أولاً:

بفرض لدينا المعادلة التالية

$$\left(x^2 + y^2 - yz\right)dx + \left(-x^2 - y^2 + xz\right)dy + \left(x - y\right)zdz = 0$$

أوجد السطوح المتعامدة مع السطوح التكاملية للمعادلة التفاضلية المفروضة.

ثانياً:

أوجد الحل العام للمعادلتين التاليتين

1)

$$(D^3 - 7DD'^2 - 6D'^3)z = \cos(x - y)$$

2)

$$(D^2 + 3DD' + 2D'^2 + D - 2)z = e^{3x+4y}$$

انتهت الأسئلة

مع تمنياتي لكم بالنجاح

مدرسة المقرر : د. منال ناصرحسين

40

السؤال الأول

أولاً

$$x^2y'' + 5xy' + 4y = 0$$

$$p(x) = \frac{5}{x} \quad , \quad q(x) = \frac{4}{x^2} \Rightarrow p_1(x) = 5 \quad , \quad q_1(x) = 4$$

5 النقطة $x = 0$ نقطة شاذة نظامية

الحل نفرض

$$y' = \sum_{n=0}^{\infty} (n+\alpha) c_n x^{n+\alpha-1} \Leftarrow y = \sum_{n=0}^{\infty} c_n x^{n+\alpha} \quad 5$$

$$y'' = \sum_{n=0}^{\infty} (n+\alpha)(n+\alpha-1) c_n x^{n+\alpha-2}$$

5 نعوض فنجد

$$\sum_{n=0}^{\infty} \left[c_n (n+\alpha)(n+\alpha-1) + 5 c_n (n+\alpha) + 4 c_n\right] x^{n+\alpha} = 0$$

1 1 نجد $\alpha_1 = \alpha_2 = -2$

$\Leftarrow c_n = 0 \; ; n \neq 0 \Leftarrow n^2 c_n = 0 \; ; n \neq 0$

$$y_1 = x^{-2} \; 1 \Rightarrow y_2 = y_1 \int \frac{e^{-\int p(x)}}{y_1^2} dx = x^{-2} \ln x \; 1$$

$$\Rightarrow y(x) = c_1 x^{-2} + c_2 x^{-2} \ln x \; 1$$

طريقة ثانية

5 تحل طريقة أولر 5 $x = e^t$

نعوض $x^2 y'' = y''_t - y'_t \quad , \quad x y' = y'_t$ 4

$$5 \quad m^2 + 4m + 4 = 0 \Rightarrow m = -2 \Rightarrow y(t) = (c_1 + c_2 t) e^{-2t} \Rightarrow$$

$$y(x) = (c_1 + c_2 \ln x) x^{-2} \; 1$$

ثانياً:

$$x' = x - y + 4\cos 2t \quad , \quad y' = 3x - 2y + 8\cos 2t + 5\sin 2t$$

تحل أي طريقة واردة في المقرر

$$\Leftarrow y = x - x' + 4\cos 2t \quad , \quad y' = x' - x'' - 8\sin 2t$$

$$x'' + x' + x = -13\sin 2t \Rightarrow m^2 + m + 1 = 0 \Rightarrow m_{1,2} = \frac{-1 \mp i\sqrt{3}}{2}$$

$$x(t) = e^{-\frac{1}{2}t}\left(c_1 \cos\frac{\sqrt{3}}{2}t + c_2 \sin\frac{\sqrt{3}}{2}t\right) + 3\sin 2t + 2\cos 2t$$

$$y(t) = \frac{1}{2} e^{-\frac{1}{2}t}\left[(3c_1 - \sqrt{3}c_2)\cos\frac{\sqrt{3}}{2}t + (3c_2 + \sqrt{3}c_1)\sin\frac{\sqrt{3}}{2}t\right] + 7\sin 2t$$

10 الطريقة

2 x_h — 2 x_p

2 y_h — 2 y_p — 2 الحل العام

أولاً :

$$(x^2+y^2-yz)\,dx+(-x^2-y^2+xz)\,dy+(x-y)z\,dz=0$$

تشكل معادلة لاغرانج

$$(x^2+y^2-yz)p+(-x^2-y^2+xz)q=(x-y)z \quad 5$$

$$\frac{dx}{x^2+y^2-yz}=\frac{dy}{-x^2-y^2+xz}=\frac{dz}{(x-y)z} \Rightarrow 5$$

$$dx+dy-dz=0 \Rightarrow x+y-z=c_1 \quad 2$$

$$xz\,dx+yz\,dy-(x^2+y^2)\,dz=0 \Rightarrow$$

$$\frac{x\,dx+y\,dy}{x^2+y^2}-\frac{dz}{z}=0 \Rightarrow \frac{x^2+y^2}{z^2}=c \quad 2$$

1 وبالتالي الحل العام

$$F\left(x+y-z,\ \frac{x^2+y^2}{z^2}\right)=0$$

ثانياً : 1)

$$(D^3-7DD'^2-6D'^3)z=\cos(x-y)$$

$$(D+D')(D+2D')(D-3D')z=\cos(x-y) \quad 5$$

$$z_h=f_1(y-x)+f_2(y-2x)+f_3(y+3x) \quad 6$$

$$z_p=\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{D+D'}\cos(x-y) \quad 3 \quad =\frac{1}{4}\int\cos(-a)\,dx \quad 3 \ ;\ y-x=a$$

$$\Rightarrow z_p=\frac{1}{4}x\cos(x-y) \quad 3 \qquad z=z_h+z_p$$

2)

$$(D^2+3DD'+2D'^2+D-2)z=e^{3x+4y}$$

$$(D+D'-1)(D+2D'+2)z=e^{3x+4y} \quad 5$$

$$z_h=e^{x}f_1(y-x)+e^{-2x}f_2(y-2x) \quad 6$$

$$z_p=\frac{1}{78}e^{3x+4y} \quad 3 \qquad z=z_h+z_p \quad 1$$

انتهى السلم

م 2022 - 2021 مسلم تصحيح مقرر معادلات تفاضلية (2)
ج ع - رياضيات 2

السؤال الأول: $\boxed{45}$

أولاً:

$$y'' - 2(x-1)y' + 2y = 0 \qquad x = 1$$

$$p(x) = -2(x-1) \ , \ q(x) = 2 \Rightarrow$$

$x = 1$ نقطة عادية (5)

نفرض $x - 1 = t \Rightarrow dx = dt \qquad y'_x = y'_t \ , \ y''_x = y''_t$

$$y''_t - 2t\,y'_t + 2y = 0 \quad ; \ t = 0 \qquad y = \sum_{n=0}^{\infty} c_n t^n \quad (5)$$

$$y'_t = \sum_{n=0}^{\infty} n c_n t^{n-1} \ , \ y''_t = \sum_{n=0}^{\infty} n(n-1) c_n t^{n-2}$$

بالتعويض

$$\sum_{n=0}^{\infty} n(n-1) c_n t^{n-2} - 2\sum_{n=2}^{\infty}(n-2)c_{n-2}t^{n-2} + 2\sum_{n=2}^{\infty} c_{n-2} t^{n-2} = 0 \quad (5)$$

$$\Rightarrow \sum_{n=2}^{\infty}\left[n(n-1)c_n - 2(n-2)c_{n-2} + 2c_{n-2}\right]t^{n-2} = 0 \Rightarrow$$

$$c_n = \frac{2(n-3)}{n(n-1)} c_{n-2} \quad (3) \ ; \ n \geq 2$$

$$c_2 = -c_0 \ , \ c_3 = c_5 = c_7 = \cdots = 0 \ ; \ c_4 = -\frac{1}{6}c_0 \ , \ c_6 = -\frac{1}{30}c_0 \ , \ \ldots$$

$$y = c_0\left[1 - t^2 - \frac{1}{6}t^4 - \frac{1}{30}t^6 + \cdots\right] + c_1 t \quad (3)$$

$$y = c_0\left[1 - (x-1)^2 - \frac{1}{6}(x-1)^4 - \frac{1}{30}(x-1)^6 + \cdots\right] + c_1(x-1) \quad (1)$$

ثانياً:

$$\left.\begin{aligned} y' &= 2y + z + e^x \\ z' &= 4y + 2z + x \end{aligned}\right\} \Rightarrow A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 2 \end{pmatrix} \ , \ |A - mI| = \begin{vmatrix} 2-m & 1 \\ 4 & 2-m \end{vmatrix} = 0$$

$$\Rightarrow m_1 = 0 \ , \ m_2 = 4 \quad (5)$$

$$m_1 = 0 \Rightarrow \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \beta_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow 2\alpha_1 + \beta_1 = 0 \Rightarrow \beta_1 = -2\alpha_1 \Rightarrow \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \beta_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix} \quad (5)$$

$$m_2 = 4 \Rightarrow \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 4 & -2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \alpha_2 \\ \beta_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow -2\alpha_2 + \beta_2 = 0 \Rightarrow \beta_2 = 2\alpha_2 \Rightarrow \begin{pmatrix} \alpha_2 \\ \beta_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} \quad (5)$$

$$\begin{pmatrix} y_h \\ z_h \end{pmatrix} = c_1\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}e^{0x} + c_2\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}e^{4x} \quad (3)$$

نستخدم طريقة لاغرانج أو أي طريقة أخرى لإيجاد y_p (3)

$$\left.\begin{aligned} y_p &= c_1(x) + c_2(x)e^{4x} \\ z_p &= -2c_1(x) + 2c_2(x)e^{4x} \end{aligned}\right\} \Rightarrow c_1' + c_2' e^{4x} = e^x \ , \ -2c_1' + 2c_2' e^{4x} = x \Rightarrow$$

$$c_1' = \frac{1}{2}e^x - \frac{1}{8}x^2 \ , \ c_2' = \frac{1}{4}xe^{-4x} + \frac{1}{2}e^{-3x} \Rightarrow c_1 = \frac{1}{2}e^x - \frac{1}{8}x^2 \ , \ c_2 = -\frac{1}{16}xe^{-4x} - \frac{1}{64}e^{-4x} - \frac{1}{6}e^{-3x} \quad (2)$$

$$\Rightarrow y = c_1 + c_2 e^{4x} + \frac{1}{3}e^x - \frac{1}{8}x^2 - \frac{1}{16}x - \frac{1}{64} \ , \ z = -2c_1 + 2c_2 e^{4x} - \frac{4}{3}e^x + \frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{8}x - \frac{1}{32}$$

$\boxed{45}$

السؤال الثاني

أولاً :

(1) $2\,dx + dy + (x-y)\,dz = 0$

(2) $dx + 2dy - (x+2y)\,dz = 0$

$$(1) \Rightarrow \begin{vmatrix} 2 & 1 & x-y \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ 2 & 1 & x-y \end{vmatrix} = -3 \neq 0 \Rightarrow$$ غير قابلة للتكامل 5

$$(2) \Rightarrow \begin{vmatrix} 1 & 2 & -(x+2y) \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ 1 & 2 & -(x+2y) \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow$$ قابلة للتكامل

نفرض $z=c \Leftarrow dz=0$ نعوض في (2) نجد 5

$dx + 2dy = 0 \Rightarrow x + 2y = \varphi(z) \Rightarrow dx + 2dy = d\varphi(z)$ 5

بالتعويض في (2) نجد

$d\varphi(z) = (x+2y)\,dz = \varphi(z)\,dz \Rightarrow d\varphi = \varphi\,dz \Rightarrow$ 2

$\ln\varphi(z) = z + c_1 \Rightarrow \varphi = e^{z+c_1} \Rightarrow x + 2y = e^{z+c_1} \Rightarrow$ 2

$dx = e^{z+c_1}\,dz - 2dy$ نعوضها في 1 2

$2(e^{z+c_1}dz - 2dy) + dy + (e^{z+c_1} - 3y)\,dz = 0 \Rightarrow y' + 3y = 3e^{z+c_1}$

$\mu = e^{3z}$

$y(z) = e^{-3z}\left(c_2 + 3\int e^{4z+c_1}\,dz\right) = e^{-3z}\left(c_2 + \frac{3}{4}e^{4z+c_1}\right)$ 2

$\Rightarrow \quad y = c_2 e^{-3z} + \frac{3}{4}e^{z+c_1}$

$x + 2y = e^{z+c_1}$

ثانياً :

$(D^3 - D^2 - 4DD'^2 + 4D'^2)z = e^{2x+y} \Rightarrow (D-2D')(D+2D')(D-1)z = e^{2x+y}$ 4

$z_h = f_1(y+2x) + f_2(y-2x) + e^x f_3(y)$ 5

$z_p = \frac{1}{D-2D'}\,\frac{1}{(D-2D')(D-1)}e^{2x+y}$ 5 $= \frac{1}{D-2D'}\left(\frac{1}{4}e^{2x+y}\right)$ 2

$= \frac{1}{4}\int e^{2x+a-2x}\,dx\ ,\ y+2x = a$ 1

$= \frac{1}{4}\int e^{a}\,dx = \frac{1}{4}x\,e^{a}$ 1 $= \frac{1}{4}x\,e^{y+2x}$ $\quad z = z_h + z_p$ 1

- انتهى الحل -

سلم تصحيح

جامعة طرطوس	امتحان مقرر < معادلات تفاضلية 2 >	الاسم
كلية العلوم	لطلاب السنة الثانية رياضيات	الدرجة : 90
قسم الرياضيات	الدورة الفصلية الثانية 2020-2021	المدة: ساعتان

السؤال الأول: (45 درجة)

أولاً:

أوجد بطريقة النشر بجوار النقطة $x = 0$ الحل العام للمعادلة التفاضلية التالية:

$$xy'' - (1+x)y' + y = 0$$

ثانياً:

أوجد الحل العام للمجموعة التفاضلية التالية:

$$x' + y' + x - 4y = 6\cos t$$
$$x' + y'' - x + 4y = -6\sin t$$

السؤال الثاني: (45 درجة)

أولاً:

بفرض لدينا المعادلة التفاضلية الجزئية التالية

$$yzq + xzp = -(x^2 + y^2)$$

1. أوجد الحل العام للمعادلة التفاضلية المفروضة.
2. أوجد السطوح المتعامدة مع السطوح التكاملية للمعادلة التفاضلية المفروضة.

ثانياً:

أوجد الحل العام للمعادلة التفاضلية الجزئية التالية

$$\left(D^2 + 3D'D + 2D'^2\right)z = e^{(x-2y)} + \sin(x+y)$$

انتهت الأسئلة

مع تمنياتي لكم بالنجاح

مدرسة المقرر : د. منال ناصر حسين

سلم تصحيح معادلات تفاضلية /2/
للطلاب سنة 2 رياضيات مسائي 2020 - 2021

السؤال الأول :

أولاً :
$$xy'' - (x+1)y' + y = 0 \Rightarrow y'' - \left(1+\frac{1}{x}\right)y' + \frac{1}{x}y = 0$$

$x=0$ نقطة شاذة $\quad P_1(x) = x \cdot P(x) = -(x+1)$ ، $q_1(x) = x^2 \cdot \frac{1}{x} = x$ (5)

$\Leftarrow$ $x=0$ نقطة عادية لكل من P_1, q_1 $\Leftarrow$ $x=0$ نقطة شاذة نظامية للمعادلة المعزولة.

نفرض أن للمعادلة حل من الشكل
$$y = \sum_{n=0}^{\infty} c_n x^{n+\alpha} \Rightarrow y' = \sum_{n=0}^{\infty}(n+\alpha)c_n x^{n+\alpha-1}$$ (5)

$$y'' = \sum_{n=0}^{\infty}(n+\alpha)(n+\alpha-1)c_n x^{n+\alpha-2}$$

نعوض في المعادلة

$$\sum_{n=0}^{\infty}(n+\alpha)(n+\alpha-1)c_n x^{n+\alpha-1} - \sum_{n=0}^{\infty}(n+\alpha)c_n x^{n+\alpha} - \sum_{n=0}^{\infty}(n+\alpha)c_n x^{n+\alpha-1} + \sum_{n=0}^{\infty}c_n x^{n+\alpha} = $$ (5)

بتوحيد القوى والمجالات نجد

$$\alpha(\alpha-2)c_0 x^{\alpha-1} + \sum_{n=1}^{\infty}\left[(n+\alpha)(n+\alpha-2)c_n - (n+\alpha-2)c_{n-1}\right]x^{n+\alpha-1} = 0$$

بالمطابقة
$$\alpha(\alpha-2)c_0 = 0$$
$$(n+\alpha)(n+\alpha-2)c_n - (n+\alpha-2)c_{n-1} = 0 \Rightarrow \begin{matrix}\alpha_1 = 0\\ \alpha_2 = 2\end{matrix} \quad , \quad c_n = \frac{1}{n+\alpha}c_{n-1}$$ (5)

لنأخذ $c_0 = 1$ ومن أجل $\alpha_1 = 0$ نجد

$$c_n = \frac{1}{n}c_{n-1} \Rightarrow c_1 = 1, c_2 = \frac{1}{2!}, c_3 = \frac{1}{3!} \ldots$$ (1)

$$y_1(x) = 1 + x + \frac{1}{2!}x^2 + \frac{1}{3!}x^3 + \ldots = e^x$$

$\Leftarrow$ $\alpha_2 = 2$ ، $c_0 = 1$

$$c_n = \frac{1}{n+2}c_{n-1} \Rightarrow c_1 = \frac{1}{3} = \frac{2}{3!} \text{ ، } c_2 = \frac{1}{4}c_1 = \frac{2}{4!} \text{ ، } c_3 = \frac{1}{5}c_2 = \frac{2}{5!}, \ldots$$ (1)

$$y_2 = x^2\left[1 + \frac{2}{3!}x + \frac{2}{4!}x^2 + \frac{2}{6!}x^4 + \ldots\right] = x^2 + \frac{2}{4!}x^4 + \frac{2}{5!}x^5 + \frac{2}{6!}x^6 + \ldots$$
$$= 2e^x - (2+x)$$ (1)

$$y = Ay_1 + By_2$$

ثانياً :
$$x' + x + y' - 4y = 6\cos t$$
$$x' - x + y'' + 4y = -6\sin t$$

$$A = \begin{vmatrix} D+1 & D-4 \\ D-1 & D^2+4 \end{vmatrix} = D(D^2+9)$$ (5) ، $$\Delta_x = \begin{vmatrix} 6\cos t & D-4 \\ -6\sin t & D^2+4 \end{vmatrix} = 24(\cos t - \sin t)$$

$$\Delta_y = \begin{vmatrix} D+1 & 6\cos t \\ D-1 & -6\sin t \end{vmatrix} = 0$$

$Hx = \Delta_x \Rightarrow D(D^2+9)x = 24(\cos t - \sin t)$ 5 $\quad x_h = c_1 + c_2\cos 3t + c_3 \sin 3t$

$Ay = \Delta_y \Rightarrow D(D^2+4)y = 0$ 5 $\quad x_p = \frac{24}{D(D^2+4)}(\cos t - \sin t)$

$y(t) = b_1 + b_2\cos 3t + b_3 \sin 3t$ 5 $\quad = 3\cos t + 3\sin t$

$x(t) = c_1 + c_2 \cos 3t + c_3 \sin 3t$

$c_1 = 4b_1$ تخفيض عدد الثوابت بالاشتقاق والتعويض

$c_2 = \frac{b_2 - 3b_3}{2}, \quad c_3 = \frac{3b_2 - b_3}{2}$ 2

$x(t) = 4b_1 + \frac{b_2 - 3b_3}{2}\cos 3t + \frac{3b_2 - b_3}{2}\sin 3t + 3\cos t + 3\sin t$

$y(t) = b_1 + b_2\cos 3t + b_3 \sin 3t$

السؤال الثاني

أولاً

-1

$yzq + xzp = -(x^2+y^2)$

$\frac{dx}{xz} = \frac{dy}{yz} = \frac{dz}{-(x^2+y^2)}$ 5 $\Rightarrow$

(1) (2) (3)

$(1),(2) \Rightarrow \ln y = \ln x + \ln c_1 \Rightarrow y = c_1 x \Rightarrow y/x = c_1$

$\frac{dx}{xz} = \frac{dz}{-x^2(1+c_1^2)} \Rightarrow x\,dx + \frac{1}{1+c_1^2} z\,dz = 0 \Rightarrow x^2 + \frac{1}{1+c_1^2}z^2 = c_2$

$\Rightarrow x^2 + \frac{x^2}{x^2+y^2}z^2 = c_2$ 5

$\Rightarrow F\left(y/x,\ x^2 + \frac{x^2}{x^2+y^2}z^2\right) = 0$ 3

- 2 نفس المعادلة ذات التفاضلات الكلية

$xz\,dx + yz\,dy - (x^2+y^2)\,dz = 0$ 5

شرط قابلية التكامل

$$\begin{vmatrix} xz & yz & -(x^2+y^2) \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ xz & yz & -(x^2+y^2) \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow$$ 5

$\frac{x\,dx + y\,dy}{x^2+y^2}$ 2 $- \frac{dz}{z} = 0 \Rightarrow \frac{1}{2}\ln (x^2+y^2) - \ln z = \ln c \Rightarrow$

$\frac{x^2+y^2}{z^2} = c$ 2

ثانياً: $(D^2 + 3D'D + 2D'^2)z = e^{(x-2y)} + \sin(x+y)$

$\Delta = (9-8)D'^2 \Rightarrow D = -D'$, $D = -2D'$

$(D+D')(D+2D')z = 0$ 5 $\Rightarrow z_h = f_1(y-x) + f_2(y-2x)$ 5

$z_p = \frac{1}{(D+D')(D+2D')}e^{x-2y} + \frac{1}{D^2+3D'D+2D'^2}\sin(x+y)$ 5 $= \frac{1}{(1-2)(1-4)}e^{x-2y} + \frac{\sin(x+y)}{\ldots}$

سلم تصحيح

جامعة طرطوس
كلية العلوم
قسم الرياضيات

امتحان مقرر < معادلات تفاضلية 2 >
لطلاب السنة الثانية رياضيات
الدورة الفصلية الأولى 2020-2021

الاسم :
الدرجة : 90
المدة: ساعتان

السؤال الأول: (45 درجة)

أولاً:
حل المجموعة التفاضلية التالية:

$$y_1' = y_2$$
$$y_2' = -y_1 + \frac{1}{\cos t}$$

ثانياً:
أوجد الحل العام للمجموعة التفاضلية التالية:

$$y' = -2y + z + 2e^{-x}$$
$$z' = y - 2z + 3x$$

السؤال الثاني: (45 درجة)

أولاً:
أوجد السطوح المتعامدة مع السطوح التكاملية للمعادلة التفاضلية التالية

$$xq - yp = 2x^2 z$$

ثانياً:

أوجد الحل العام للمعادلة التفاضلية الجزئية التالية

$$xp - 2yq = x^2 + y^2$$

انتهت الأسئلة

مع تمنياتي لكم بالنجاح

مدرسة المقرر : د. منال حسين

سلم تصحيح مقرر معادلات تفاضلية /2/
لطلاب سنة ثانية رياضيات عام 2020 - 2021

[40]

السؤال الأول

أولاً :

نوجد حل الجملة المتجانسة : (5)

$$y_1' = y_2$$

$$y_2' = -y_1 + \frac{1}{\cos t}$$

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow |A - mI| = m^2 + 1 = 0 \Rightarrow m = \mp i$$

نوجد المتجه الذاتي الموافق $m = i$:

$$\beta = +i \Leftarrow \alpha = 1 \;,\; \alpha = -i\beta \Leftarrow \begin{pmatrix} -i & 1 \\ -1 & -i \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

المتجه الذاتي الموافق (5)

$$B = \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix} \;,\; Re B = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \;,\; Im B = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} y_{1h} \\ y_{2h} \end{pmatrix} = e^{at}\left(c_1\{Re B \cos bt - Im B \sin bt\} + c_2\{Im B \cos bt + Re B \sin bt\}\right) \quad (5)$$

$$= c_1\left[\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}\cos t - \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}\sin t\right] + c_2\left[\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}\cos t + \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}\sin t\right] \Rightarrow \begin{array}{l} y_{1h} = c_1\cos t + c_2\sin t \\ y_{2h} = -c_1\sin t + c_2\cos t \end{array}$$

لحساب y_p نستخدم طريقة لاغرانج (5)

$$\begin{cases} c_2(t) = t \\ c_1(t) = \ln|\cos t| \end{cases} \Leftarrow \begin{cases} c_2' = 1 \\ c_1' = \frac{-\sin t}{\cos t} \end{cases} \Leftarrow \begin{cases} c_1'\cos t + c_2'\sin t = 0 \\ -c_1'\sin t + c_2'\cos t = \frac{1}{\cos t} \end{cases}$$

$$\Leftarrow \begin{array}{l} y_{1p} = \ln(\cos t)\cdot\cos t + t\sin t \\ y_{2p} = -\ln(\cos t)\sin t + t\cos t \end{array} \quad (2)$$

$$\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y_{1h} \\ y_{2h} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} y_{1p} \\ y_{2p} \end{pmatrix} \quad (1)$$

ثانياً :

$$\left.\begin{array}{l} y' = -2y + z + 2e^{-x} \\ z' = y - 2z + 3x \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{pmatrix} y' \\ z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} y \\ z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2e^{-x} \\ 3x \end{pmatrix} \quad (5)$$

$$|A - mI| = (-2-m)^2 - 1 = 0 \Rightarrow m_1 = -3 \;,\; m_2 = -1$$

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Leftarrow m_1 = -3$$

$$B_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} \text{ المتجه الذاتي الموافق } \Leftarrow \alpha_1 = -\beta_1 \Leftarrow \begin{pmatrix} -2+3 & 1 \\ 1 & -2+3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \beta_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (5)$$

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \Leftarrow m_2 = -1 \quad (5)$$

وبالتالي

$$\begin{pmatrix} y_h \\ z_h \end{pmatrix} = c_1\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}e^{-3x} + c_2\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}e^{-x}$$

لايجاد الحل الخاص نستخدم أي طريقة من المقرر (5) (المعاملات غير المعينة ، المؤثر العكسي ، لاغرانج) نجد

$$\begin{pmatrix} y_p \\ z_p \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}te^{-t} + \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}e^{-t} + \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}t - \frac{1}{3}\begin{pmatrix} 4 \\ 5 \end{pmatrix} \quad (2)$$

$$\begin{pmatrix} y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y_h \\ z_h \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} y_p \\ z_p \end{pmatrix}$$

السؤال الثاني

أولاً:

$$yq - yp = 2x^2 z$$

$$P = -y ,\ Q = x ,\ R = 2x^2 z$$ 5

نشكل المعادلات التفاضلية الكلية المرافقة 5

$$-y\,dx + x\,dy + 2x^2 z\,dz = 0 \Rightarrow \frac{-y\,dx + x\,dy}{x^2} + 2z\,dz = 0 \Rightarrow$$ 5

$$\mu = \frac{1}{x^2}$$

$$\frac{y}{x} + z^2 = c$$ 5

ثانياً:

$$xp - 2yq = x^2 + y^2$$

$$\underset{(1)}{\frac{dx}{x}} = \underset{(2)}{\frac{dy}{-2y}} = \underset{(3)}{\frac{dz}{x^2+y^2}}$$ 5

$$(1),(2) \Rightarrow x^2 y = a \Rightarrow x^2 = \frac{a}{y}$$ 5

$$\frac{dy}{-2y} = \frac{dz}{\frac{a}{y} + y^2} \Rightarrow \frac{a+y^2}{-2y^2}\,dy = dz \Rightarrow \left(\frac{-a}{2y^2} - \frac{1}{2}y\right)dy = dz \Rightarrow$$ 5

$$z = \frac{a}{2y} - \frac{y^2}{4} + b = \frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{4} + b \Rightarrow$$ 5

$$4z - 2x^2 + y^2 = b \Rightarrow F(x^2 y,\ 4z - 2x^2 + y^2) = 0$$

انتهى السلم

سلم تصحيح

جامعة طرطوس
كلية العلوم
قسم الرياضيات

امتحان مقرر < معادلات تفاضلية 2 >
لطلاب السنة الثانية رياضيات
الدورة الفصلية الثانية 2019-2020

الاسم :
الدرجة : 90
المدة: ساعتان

السؤال الأول: (45 درجة)

أوجد الحل العام لكل من المجموعتين التفاضليتين

.1 $$y' = 4y - z \quad , \quad z' = 4z - 4y$$

.2

$$\frac{dx}{x^2 + y^2} = \frac{dy}{2xy} = \frac{dz}{(x+y)^3 z}$$

السؤال الثاني: (45 درجة)

أولاً:

أوجد السطوح المتعامدة مع السطوح التكاملية للمعادلة التفاضلية الجزئية التالية

$$yzp - z^2 q + xy = 0$$

ثانياً:

أوجد الحل العام للمعادلة التفاضلية الجزئية التالية

$$(y-z)p + xq - x = 0$$

انتهت الأسئلة

مع تمنياتي لكم بالنجاح

مدرسة المقرر : د. منال حسين

سلم تصحيح معادلات تفاضلية /2/

2020 - 2019. للطلاب سنة 2 رياضيات ص 2

45

السؤال الأول

-1

$$y' = 4y - z \quad , \quad z' = 4z - 4y$$

5

$$A = \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ -4 & 4 \end{pmatrix} \Rightarrow |A - mI| = \begin{vmatrix} 4-m & -1 \\ -4 & 4-m \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow (4-m)^2 - 4 = 0$$

$$\Rightarrow m_1 = 2 , m_2 = 6$$

$m_1 = 2$

$$C_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} \quad 5 \quad \Leftarrow \beta_1 = 2 \Leftarrow \alpha_1 = 1 \; , \quad \beta_1 = 2\alpha_1 \quad \Leftarrow \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \beta_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$m_2 = 6$

$$C_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix} \quad 5 \quad \Leftarrow \beta_2 = -2 \Leftarrow \alpha_2 = 1 \; , \quad \beta_2 = -2\alpha_2 \quad \Leftarrow \begin{pmatrix} -2 & -1 \\ -4 & -2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \alpha_2 \\ \beta_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

5

$$Y_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} e^{2t} , \quad Y_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix} e^{6t}$$

$$\begin{vmatrix} e^{2t} & e^{6t} \\ 2e^{2t} & -2e^{6t} \end{vmatrix} = -4e^{8t} \neq 0$$ الحلان مستقلان

5

$$Y = c_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} e^{2t} + c_2 \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix} e^{6t} \Rightarrow \begin{aligned} y &= c_1 e^{2t} + c_2 e^{6t} \\ z &= 2c_1 e^{2t} - 2c_2 e^{6t} \end{aligned}$$

-2

$$\underset{(1)}{\frac{dx}{x^2+y^2}} = \underset{(2)}{\frac{dy}{2xy}} = \underset{(3)}{\frac{dz}{(x+y)^3 z}}$$

5 5

$$(1)+(2) = (3) \Rightarrow \frac{dx+dy}{(x+y)^2} = \frac{dz}{(x+y)^3 z} \Rightarrow \frac{dz}{z} = (x+y)(dx+dy) \Rightarrow \ln z = \frac{(x+y)^2}{2} + c_1$$

5 5

$$(1)+(2) = (1)-(2) \Rightarrow \frac{dx+dy}{(x+y)^2} = \frac{dx-dy}{(x-y)^2} \Rightarrow \frac{1}{(x+y)} = \frac{1}{(x-y)} + c_2$$

45

السؤال الثاني

أولاً

نشكل المعادلة ذات التفاضلات الكلية الموافقة 5

$$5 \quad yz\,dx - z^2 dy - xy\,dz = 0$$

غير تامة $\dfrac{\partial P}{\partial y} = 1 , \quad \dfrac{\partial Q}{\partial x} = 0$ 5 قابلة للكمل ضرباً

عامل تكميل

$$\frac{1}{xyz - yz^2 - xyz} = -\frac{1}{yz^2} \quad 5$$

5

$$\Rightarrow -\frac{dx}{z} + \frac{dy}{y} + \frac{x}{z^2}dz = 0 \Rightarrow -\frac{x}{z} + \ln y = c$$

ثانياً:

$$-(y-z)p + xq - x = 0$$

$$\frac{dx}{y-z} = \frac{dy}{x} = \frac{dz}{x} \quad 5$$
(1) (2) (3)

$$(2), (3) \Rightarrow dy - dz = 0 \Rightarrow y - z = c_1 \quad 5$$ نعوض في (1)

$$\frac{dx}{c_1} = \frac{dy}{x} \Rightarrow x^2 = 2c_1 y + c_2 \quad 5$$
$$y - z = c_1$$

$$\Rightarrow x^2 - 2(y-z)y = c_2$$
$$y - z = c_1$$
منفصلان

$$F(x^2 - 2(y-z)y \,,\, y-z) = 0 \quad 5$$ الحل العام

انتهى الحل.

سلم تصحيح

جامعة طرطوس كلية العلوم قسم الرياضيات	امتحان مقرر < معادلات تفاضلية 2 > لطلاب السنة الثانية رياضيات الدورة الفصلية الأولى 2019-2020	الاسم : الدرجة : 90 المدة: ساعتان

السؤال الأول: (45 درجة)

أولاً:

أوجد بطريقة النشر بجوار النقطة $x = 0$ الحل العام للمعادلة التفاضلية التالية:

$$2x(1-x)y'' + (1-x)y' + 3y = 0$$

ثانياً:

أوجد الحل العام للمجموعة التفاضلية التالية:

$$y' = -2y + z + 2e^{-x}$$
$$z' = y - 2z + 3x$$

السؤال الثاني: (45 درجة)

أولاً:

عين المنحنيات المحققة للمعادلة ذات التفاضلات الكلية التالية

$$ydx + (z-y)dy + xdz = 0$$

والواقعة في المستوي $2x - y - z = 0$

ثانياً:

أوجد الحل العام للمعادلة التفاضلية الجزئية التالية

$$\left(D^2 + 3D'D + 2D'^2\right)z = e^{(x-2y)} + \sin(x+y)$$

انتهت الأسئلة

مع تمنياتي لكم بالنجاح

مدرسة المقرر : د. منال حسون

سلم تصحيح مقرر معادلات تفاضلية /2/

2020 - 2019

س2 رياضيات م1

45

السؤال الأول

أولاً :

$(1-x)y'' + (1-x)y' + 3y = 0$

$\lim_{x\to 0} \frac{x(1-x)}{2x(1-x)} = \frac{1}{2} \, , \, \lim_{x\to 0} \frac{3x^2}{2x(1-x)} = 0 \Rightarrow$ النقطة شاذة نظامية (2)

نفرض أن للمعادلة حلاً من الشكل

$y = \sum_{n=0}^{\infty} c_n x^{n+\alpha}$ (5)

$y' = \sum_{n=0}^{\infty} c_n (n+\alpha) x^{n+\alpha-1} \, , \, y'' = \sum_{n=0}^{\infty} c_n (n+\alpha)(n+\alpha-1) x^{n+\alpha-2}$

بالتعويض نجد (2)

$\sum_{n=1} [-c_{n-1}(n-1+\alpha)(2n+2\alpha-3) + 3c_{n-1}] x^{n+\alpha} + [2c_0\alpha(\alpha-1) + c_0\alpha] x^{\alpha} = 0$

$(2\alpha(\alpha-1) + c_0\alpha) x^{\alpha} = 0$ (2) $\Rightarrow 2\alpha(\alpha-1) + \alpha = 0 \Rightarrow \alpha = 0 \, , \, \alpha = \frac{1}{2}$ (2)

$c_n (n+\alpha)(2n+2\alpha-1) + c_{n-1}(3 - (n+\alpha-1)(2n+2\alpha-3)] = 0$ (2)

$\Rightarrow c_n = \frac{2n+2\alpha-5}{2n+2\alpha-1} c_{n-1}$ (2)

$\alpha = 0 \Rightarrow c_n = \frac{2n-5}{2n-1} c_{n-1} \Rightarrow c_1 = -3 \, , \, c_2 = 1 \, , \, c_3 = \frac{1}{5} \, , \dots$ (2)

(2)

$\alpha = \frac{1}{2} \Rightarrow c_n = \frac{n-2}{n} c_{n-1} \Rightarrow c_1 = -1 \, , \, c_2 = 0 \, , \, c_3 = 0 \, , \, c_4 = 0 \, , \, c_5 = 0 \dots$

$y = A[1 - 3x + x^2 + \frac{1}{5}x^3 + \dots] + B(1-x)\sqrt{x}$ (2)

ثانياً :

$y' = -2y + z + 2e^{-x}$

$z' = y - 2z + 3x$

$\begin{pmatrix} y' \\ z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y \\ z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2e^{-x} \\ 3x \end{pmatrix}$

(5) (3)

$|A - \lambda I| = \begin{vmatrix} -2-\lambda & 1 \\ 1 & -2-\lambda \end{vmatrix} = (-2-\lambda)^2 - 1 = \lambda^2 + 4\lambda + 3 = 0 \Rightarrow \lambda_1 = -3 \, , \, \lambda_2 = -1$

$\lambda_1 = -3 \Rightarrow \begin{pmatrix} -2+3 & 1 \\ 1 & -2+3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \beta_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ (2) $\Rightarrow \alpha_1 + \beta_1 = 0 \Rightarrow \alpha_1 = -\beta_1 \Rightarrow \xi_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ (2)

$\lambda_2 = -1 \Rightarrow$ (2) $\xi_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ (2) $\quad \begin{pmatrix} y_h \\ z_h \end{pmatrix} = c_1 \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} e^{-3x} + c_2 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} e^{-x}$ (2)

لايجاد الحل الخاص نستخدم اما طريقة المعاملات غير المعينة او طريقة المؤثر التفاضلي العكسي او طريقة لاغرانج فنجد (2)

$\begin{pmatrix} y_p \\ z_p \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} te^{-t} + \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} e^{-t} - \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \end{pmatrix}$ (2)

د.منال حسين

$$dx + (z-y)\,dy + x\,dz = 0$$
$$2x - y - z = 1$$

ثانياً : أولاً

المعادلة الأولى غير قابلة للمكاملة ، نفاضل المعادلة الثانية نجد 5

$$2dx - dy - dz = 0 \quad 5$$
$$\Rightarrow 2x\,dx - x\,dy - x\,dz = 0$$

بالجمع مع المعادلة الأولى باعتبار $z = 2x - y - 1 \quad (1)$ نجد

$$(y + 2x)\,dx + (x - 2y - 1)\,dy = 0 \quad 5$$
$$5 \quad xy + x^2 - y^2 - y = c \qquad (2)$$

معادلة تامة حلها

وتكون المنحنيات المطلوبة ممثلة بتقاطع المستويين (2) مع السطح (1)

ثانياً :

$$(D^2 + 3D'D + 2D'^2)\,z = e^{x-2y} + \sin(x+y)$$

$$\Delta = (9 - 4(2))\,D'^2 = D'^2 \Rightarrow \begin{matrix} D = -D' \\ D = -2D' \end{matrix} \quad 5$$

$$\Rightarrow (D + D')(D + 2D')\,z = e^{x-2y} + \sin(x+y) \quad 5$$

$$z_h = f_1(y-x) + f_2(y-2x) \quad 5$$

$$z_p = \frac{1}{(D+D')(D+2D')}\,e^{x-2y} + \frac{1}{D^2+3D'D+2D'^2}\sin(x+y) \quad 5$$

$$= \frac{1}{(1-2)(1-4)}\,e^{x-2y} + \frac{1}{-1+3(-1)+2(-1)}\sin(x+y) \quad 5$$

$$= \frac{1}{3}\,e^{x-2y} - \frac{1}{6}\sin(x+y)$$

$$\Rightarrow z = f_1(y-x) + f_2(y-2x) + \frac{1}{3}e^{x-2y} - \frac{1}{6}\sin(x+y).$$

انتهى الحل :

د. منال حسين حسن

جامعة طرطوس
كلية العلوم
قسم الرياضيات

امتحان مقرر < معادلات تفاضلية 2 >
لطلاب السنة الثانية رياضيات
الدورة الفصلية الثالثة 2018-2019

الاسم :
الدرجة : 90
المدة: ساعتان

السؤال الأول: (40 درجة)

أولاً:

أوجد بطريقة النشر بجوار النقطة $x=0$ الحل العام للمعادلة التفاضلية التالية:

$$(1+x+2x^2)y''+(2+8x)y'+4y=0$$

ثانياً:

حل المجموعة التفاضلية التالية:

$$2(D-2)x+(D-1)y=e^t$$
$$(D+3)x+y=0$$

السؤال الثاني: (50 درجة)

أولاً:

بفرض لدينا المعادلة التفاضلية الجزئية التالية

$$Pp+Qq=R$$ حيث

$$R=2x^2z \text{ ، } Q=-y \text{ ، } P=x$$

المطلوب: أوجد السطوح المتعامدة مع السطوح التكاملية للمعادلة التفاضلية الجزئية المفروضة.

ثانياً:

أوجد الحل العام للمعادلتين التفاضليتين الجزئيتين التاليتين

1. $\left(D^2-3D'D+2D'^2\right)z=\sin(2x-y)$
2. $\left(x^2D^2-y^2D'^2\right)z=0$

انتهت الأسئلة

مع تمنياتي لكم بالنجاح

مدرسة المقرر : د. منال حسين

سلم تصحيح مقرر معادلات تفاضلية /2
لطلاب ثانية رياضيات الدورة الثانية 2018 - 19م

$\boxed{40}$

السؤال الأول أولاً:

(6) $(1+x+2x^2)y'' + (2+8x)y' + 4y = 0$

$y = \sum_{n=0}^{\infty} c_n x^n \ , \ y' = \sum_{n=0}^{\infty} n c_n x^{n-1} \ , \ y'' = \sum_{n=0}^{\infty} n(n-1) c_n x^{n-2}$

(5) بالتعويض في المعادلة

$\sum_{n=0}^{\infty} (n+2)(n+1)\left(c_{n+2} + c_{n+1} + 2c_n\right)x^n = 0 \Rightarrow c_{n+2} + c_{n+1} + 2c_n = 0$

$\Rightarrow c_{n+2} = -c_{n+1} - 2c_n$ (5)

$c_0 = 1 \ , \ c_1 = 0 \Rightarrow$ (2) $c_2 = -2 \ , \ c_3 = -c_2 - 2c_1 = 2 \ , \ c_4 = 2 \ , \ c_5 = -6 \ , \ldots$

$c_0 = 0 \ , \ c_1 = 1 \Rightarrow$ (2) $c_2 = -c_1 - 2c_0 = -1 \ , \ c_3 = -1 \ , \ c_4 = 3 \ , \ c_5 = -1 \ , \ldots$

$y_1 = 1 - 2x^2 + 2x^3 + 2x^4 - 6x^5 + \ldots$

$y_2 = x - x^2 - x^3 + 3x^4 - x^5 + \ldots \qquad y = Ay_1 + By_2$

ثانياً

$2(D-2)x + (D-1)y = e^t$

$(D+3)x + y = 0$

$A = \begin{vmatrix} 2(D-2) & D-1 \\ D+3 & 1 \end{vmatrix} = -(D^2+1)$ (5) $, \ \Delta_x = \begin{vmatrix} e^t & D-1 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = e^t$

$\Delta_y = \begin{vmatrix} 2(D-2) & e^t \\ D+3 & 0 \end{vmatrix} = -4e^t$

$\left.\begin{aligned} Ax &= \Delta_x \\ Ay &= \Delta_y \end{aligned}\right\}$ (5) $\Rightarrow \begin{aligned} -(D^2+1)x &= e^t \\ -(D^2+1)y &= -4e^t \end{aligned}$

(5)

$D^2 + 1 = 0 \Rightarrow D = \mp i \Rightarrow x_h = c_1\cos t + c_2 \sin t$

$y_h = b_1 \cos t + b_2 \sin t$

$x_p = \frac{-1}{D^2+1}e^t = -\frac{1}{2}e^t$ (2) $, \quad y_p = \frac{-1}{D^2+1}(4e^t) = \frac{4}{2}e^t = 2e^t$ (2)

$\Rightarrow x = c_1 \cos t + c_2 \sin t - \frac{1}{2}e^t \ , \quad y = b_1 \cos t + b_2 \sin t + 2e^t$

بالاشتقاق والتعويض في المعادلة نجد

(1) $b_1 = -c_2 - 3c_1 \ , \ b_2 = c_1 - 3c_2$

$x = c_1 \cos t + c_2 \sin t - \frac{1}{2}e^t \ , \quad y = (c_2 - 3c_1)\cos t + (c_1 - 3c_2)\sin t - 2e^t$

السؤال الثاني: (15)

أولاً:

نحل المعادلة ذات التفاضلات الكلية (5

$$-y\,dx + x\,dy + 2x^2 z\,dz = 0 \Rightarrow \frac{-y\,dx + x\,dy}{x^2} + 2z\,dz = 0 \quad (5$$

$$\mu = \frac{1}{x^2}$$

$$\frac{y}{x} + z^2 = c \quad (5$$

ثانياً:

-1

$$(D^2 - 3D'D + 2D'^2)z = \sin(2x - y)$$

$$(D - 2D')(D - D')z = \sin(2x - y)$$

$$z_h = f_1(y + 2x) + f_2(y + x \quad (5$$

$$z_p = \frac{1}{D^2 - 3D'D + 2D'^2} \sin(2x - y) = -\frac{1}{12}\sin(2x - y) \quad (5$$

$$z = z_p + z_h \quad (2$$

-2

$$(x^2 D^2 - y^2 D'^2)z = 0 \quad (5 \quad Y = \ln y, \quad X = \ln x$$

$$x^2 D^2 z = (B^2 - B)z \quad (5$$

$$y^2 D'^2 z = (B'^2 - B')z \Rightarrow (B^2 - B - B'^2 + B')z = 0$$

$$((B - B')(B + B') - B + B')z = 0$$

$$(2 \quad (B - B')(B + B' - 1)z = 0$$

$$(5 \quad z = f_1(Y + X) + e^X f_2(Y - X) \Rightarrow$$

$$(1 \quad z = f_1(\ln y + \ln x) + x f_2(\ln y - \ln x)$$

انتهى

جامعة طرطوس
كلية العلوم
قسم الرياضيات

امتحان مقرر < معادلات تفاضلية ٢ >
لطلاب السنة الثانية رياضيات
الدورة الفصلية الثانية ٢٠١٨-٢٠١٩

الاسم :
الدرجة : ٩٠
المدة: ساعتان

السؤال الأول: (٤٠ درجة)

أولاً:

أوجد بطريقة النشر بجوار النقطة $x = 0$ الحل العام للمعادلة التفاضلية التالية:

$$(1 + x + 2x^2)\,y'' + (2 + 8x)\,y' + 4\,y = 0$$

ثانياً:

أوجد حل المجموعة التفاضلية التالية:

$$\frac{dx}{x^2 + y^2} = \frac{dy}{2xy} = \frac{dz}{(x + y)^3 z}$$

السؤال الثاني: (٥٠ درجة)

أولاً:

بفرض لدينا المعادلة التفاضلية الجزئية التالية $Pp + Qq = R$ حيث

$$P = y^2 + z^2 + 2xy + 2xz\ ,\quad Q = x^2 + z^2 + 2xy + 2yz$$
$$R = y^2 + x^2 + 2yz + 2xz$$

المطلوب: أوجد السطوح المتعامدة مع السطوح التكاملية للمعادلة التفاضلية الجزئية المفروضة.

ثانياً:

أوجد الحل العام للمعادلتين التفاضليتين الجزئيتين التاليتين

١. $\left(D^2 - D'D\right)z = e^x + x^2 y$

٢. $\left(x^2 D^2 - y^2 D'^2\right)z = 0$

انتهت الأسئلة

مع تمنياتي لكم بالنجاح

مدرسة المقرر : د. منال حسين

سلم تصحيح مقرر معادلات تفاضلية 121

لطلاب سنة 2 رياضيات ف 2

2019 - 2018

40

السؤال الأول:

أولاً: (10)

$$(1+x+2x^2)y'' + (2+8x)y' + 4y = 0$$

$$y = \sum_{n=0}^{\infty} c_n x^n \ , \ y' = \sum_{n=0}^{\infty} n c_n x^{n-1} \ , \ y'' = \sum_{n=0}^{\infty} n(n-1) c_n x^{n-2}$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} n(n-1)c_n x^{n-2} + \sum_{n=0}^{\infty} n(n-1)c_n x^{n-1} + 2\sum_{n=0}^{\infty} n(n-1)c_n x^n + 2\sum_{n=0}^{\infty} n c_n x^{n-1} \quad (2)$$

$$+8\sum_{n=0}^{\infty} n c_n x^n + 4\sum_{n=0}^{\infty} c_n x^n = 0$$

$$\Rightarrow \sum_{n=0}^{\infty} n(n-1)c_n x^{n-2} + \sum_{n=0}^{\infty} (n(n-1)+2n) c_n x^{n-1} + \sum_{n=0}^{\infty} (2n(n-1)+8n+4) c_n = 0$$

(2)

$$\Rightarrow \sum_{n=0}^{\infty} (n+2)(n+1)(c_{n+2} + c_{n+1} + 2c_n)x^n = 0 \Rightarrow c_{n+2} + c_{n+1} + 2c_n = 0$$

(2)

$$\Rightarrow c_{n+2} = -c_{n+1} - 2c_n$$

$$c_0 = 1, c_1 = 0 \Rightarrow c_2 = -2, \ c_3 = -c_2 - 2c_1 = 2, \ c_4 = 2, \ c_5 = -6, \ldots$$

$$c_0 = 0, c_1 = 1 \Rightarrow c_2 = -c_1 - 2c_0 = -1, \ c_3 = -1, \ c_4 = 3, \ c_5 = -1, \ldots$$

$$y_1 = 1 - 2x^2 + 2x^3 + 2x^4 - 6x^5 + \ldots \ , \ y_2 = x - x^2 - x^3 + 3x^4 - x^5 + \ldots$$

(2)

$$y = c_1 y_1 + c_2 y_2$$

ثانياً:

$$\frac{dx}{x^2+y^2} = \frac{dy}{2xy} = \frac{dz}{(x+y)^3 z}$$

(1) (2) (3) (5)

$$(1)+(2)=(3) \Rightarrow \frac{dx+dy}{(x+y)^2} = \frac{dz}{(x+y)^3 z} \Rightarrow \frac{dz}{z} = (x+y)(dx+dy) \Rightarrow$$

$$\ln z = \frac{(x+y)^2}{2} + c_1 \quad (5)$$

(5) (5)

$$(1)+(2) = (1)-(2) \Rightarrow \frac{dx+dy}{(x+y)^2} = \frac{dx-dy}{(x-y)^2} \Rightarrow \frac{1}{x+y} = \frac{1}{x-y} + c_2$$

50

السؤال الثاني: تشكل المعادلة ذات التفاضلات الكلية الموافقة

أولاً:

(6)

$$(y^2+z^2+2xy+2xz)dx + (x^2+z^2+2xy+2yz)dy + (x^2+y^2+2xz+2yz)dz = 0$$

معادلة ذات تفاضليات كلية تامة

تحقق الشرط

(5)

$$\frac{\partial P}{\partial y} = 2y+2x = \frac{\partial Q}{\partial x} \ , \ \frac{\partial R}{\partial x} = \frac{\partial P}{\partial z}$$

$$\frac{\partial Q}{\partial z} = \frac{\partial R}{\partial y}$$

وهو متحققة وبالتالي حلها

$$x(y^2+z^2+2xy+2xz) + y(x^2+z^2+2xy+2yz) + z(x^2+y^2+2xz+2yz) = c$$

ثالثاً:

$$(D^2 - DD')z = e^x + x^2 y$$

$$D(D-D')z = e^x + x^2 y$$ 5

$$z_h = f_1(y) + f_2(y+x)$$

$$z_p = \frac{1}{D^2 - DD'} e^x + \frac{1}{D^2 - DD'} x^2 y$$ 5

$$\frac{1}{D^2 - DD'} e^x = e^x \quad 3 \quad , \quad \frac{1}{D(D-D')} x^2 y = \frac{1}{D}\left(\int x^2 (a-x)\right)dx \; ; \; y+x=a$$

$$= \frac{1}{D}\left(\frac{a}{3}x^3 - \frac{x^4}{4}\right) ; \; y+x=a$$

$$= \frac{1}{D}\left(\frac{(y+x)x^3}{3} - \frac{x^4}{4}\right) = \frac{1}{D}\left(\frac{yx^3}{3} + \frac{x^4}{12}\right)$$

$$= \frac{yx^4}{12} + \frac{x^5}{60}$$ 3

$$\Rightarrow z = f_1(y) + f_2(y+x) + \frac{yx^4}{12} + \frac{x^5}{60} + e^x$$ 1

$$(x^2 D^2 - y^2 D'^2) z = 0 \qquad Y = \ln y, \; X = \ln x$$ 5

$$x^2 D^2 z = (B^2 - B)z, \quad y^2 D'^2 z = (B'^2 - B')z$$ 5

$$\Rightarrow (B^2 - B - B'^2 + B')z = 0 \Rightarrow$$

$$((B-B')(B+B') - B + B')z = 0 \Rightarrow$$

$$(B-B')(B+B'-1)z = 0$$ 3

$$\Rightarrow z = f_1(Y+X) + e^X f_2(Y-X)$$ 3

$$\Rightarrow z = f_1(\ln y + \ln x) + x f_2(\ln y - \ln x)$$ 1

انتهى السلام.

بسلم تصحيح

1

جامعة طرطوس	امتحان مقرر < معادلات تفاضلية 2 >	الاسم :
كلية العلوم	لطلاب السنة الثانية رياضيات	الدرجة : 90
قسم الرياضيات	الدورة الفصلية الثانية 2017- 2018	المدة: ساعتان

السؤال الأول: (40 درجة)

أولاً:

أوجد بطريقة النشر بجوار النقطة $x = 0$ الحل العام للمعادلة التفاضلية التالية:

$$y'' - xy' + 2y = 0$$

ثانياً:

أوجد الحل العام للمجموعة التفاضلية التالية:

$$y' = -2y + z + 2e^{-x}$$
$$z' = y - 2z + 3x$$

السؤال الثاني: (50 درجة)

أولاً:

بفرض لدينا المعادلة التفاضلية الجزئية التالية

$$2(y+z)p + xq = x$$

1. أوجد الحل العام للمعادلة التفاضلية المفروضة.
2. أوجد السطوح المتعامدة مع السطوح التكاملية للمعادلة التفاضلية المفروضة.

ثانياً:

أوجد الحل العام للمعادلتين التفاضليتين الجزئيتين التاليتين

1. $\left(D^2 - 2D'D\right)z = e^{2x} + x^3 y$
2. $\left(2DD' + D'^2 - 3D'\right)z = 3\cos(3x - 2y)$

انتهت الأسئلة

مع تمنياتي لكم بالنجاح

مدرسة المقرر : د. منال حسين

سلم تصحيح مقرر معادلات تفاضلية (2)
لطلاب سنة 2 رياضيات
الدورة الفصلية الثانية 2017 - 2018

السؤال الأول : (40 درجة)

أولاً

$$y'' - xy' + 2y = 0 \qquad x = 0$$

$$y = \sum_{n=0}^{\infty} c_n x^n \Rightarrow y' = \sum_{n=0}^{\infty} n c_n x^{n-1} \quad (5) \quad , \quad y'' = \sum_{n=0}^{\infty} n(n-1) c_n x^{n-2}$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} n(n-1) c_n x^{n-2} - x \sum_{n=0}^{\infty} n c_n x^{n-1} + 2 \sum_{n=0}^{\infty} c_n x^n = 0 \quad (5)$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} \left[(n+2)(n+1) c_{n+2} + (2-n) c_n\right] x^n = 0 \Rightarrow c_{n+2} = \frac{-2+n}{(n+2)(n+1)} c_n \quad (5)$$

$$c_2 = -c_0 \qquad c_6 = \frac{2}{30} c_4 = 0$$
$$c_3 = -\frac{1}{6} c_1 \qquad c_7 = \frac{3}{42} c_5 = -\frac{1}{1680} c_1 \quad (3)$$
$$c_4 = 0 \qquad c_8 = \frac{4}{56} c_6 = 0$$
$$c_5 = \frac{1}{20} c_3 = -\frac{1}{120} c_1$$

$$y = c_0 + c_1 x - c_0 x^2 - \frac{1}{6} c_1 x^3 - \frac{1}{120} c_1 x^5 - \frac{1}{1680} c_1 x^7 - \dots \quad (2)$$
$$= c_0(1 - x^2) + c_1\left(x - \frac{1}{6}x^3 - \frac{1}{120}x^5 - \frac{1}{1680}x^7 \dots\right)$$

ثانياً :

$$y' = -2y + z + 2e^{-x}$$
$$z' = y - 2z + 3x$$

$$\begin{pmatrix} y' \\ z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} y \\ z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2e^{-x} \\ 3x \end{pmatrix}$$

$$|A - \lambda I| = \begin{vmatrix} -2-\lambda & 1 \\ 1 & -2-\lambda \end{vmatrix} = (-2-\lambda)^2 - 1 = \lambda^2 + 4\lambda + 3 = 0 \Rightarrow \quad (5)$$

$$\lambda_1 = -3 \ , \ \lambda_2 = -1$$

$$\lambda_1 = -3 \Rightarrow \begin{pmatrix} -2+3 & 1 \\ 1 & -2+3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \beta_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \alpha_1 + \beta_1 = 0 \Rightarrow \alpha_1 = -\beta_1 \quad (5)$$

وبالتالي الشعاع الذاتي الموافق هو

$$\eta_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$\lambda_2 = -1 \Rightarrow \eta_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (5)$$

$$\begin{pmatrix} y \\ z \end{pmatrix} = c_1 \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} e^{-3x} + c_2 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} e^{-x} \quad (2)$$

لايجاد الحل الخاص نستخدم (3)
إما طريقة المعاملات غير المعينة
أو طريقة الرموز الـ... التفاضلي العكسي
أو طريقة لاغرانج نجد الحل الخاص

$$\begin{pmatrix} y_p \\ z_p \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} t e^{-t} + \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} e^{-t} + \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} t - \frac{1}{3}\begin{pmatrix} 4 \\ 5 \end{pmatrix}$$

1

السؤال الثاني (50 درجة)

أولاً:

$$2(y+z)p + xq = x$$

-1 $\frac{dx}{2(y+z)} = \frac{dy}{x} = \frac{dz}{x}$ 5

$u_1 : y - z = c_1 \Leftarrow$ 3

$u_2 : x^2-(y+z)^2 = c_2 \Leftarrow \frac{dx}{2(y+z)} = \frac{dy+dz}{2x}$ 3

وبالتالي الحل العام للمعادلة المزروجة هو $F(y-z, x^2-(y+z)^2)=0$ 3

-2 نشكل المعادلة ذات التفاضلات الكلية المرافقة 3

$2(y+z)\,dx + x\,dy + x\,dz = 0 \Rightarrow \frac{2dx}{x} + \frac{dy+dz}{y+z} = 0$ 3

نتحقق من شرط قابلية المكاملة 2

$2\ln x + \ln(y+z) = \ln c \Rightarrow x^2(y+z) = c$ 3

وهي معادلة سطوح المتعامدة مع سطوح التكاملية للمعادلة المزروجة.

ثانياً:

-1 $(D^2 - 2D'D)z = e^{2x} + x^3y$

$D(D-2D')z = e^{2x} + x^3y$

$z_h = f_1(y) + f_2(y+2x)$ 5

$z_p = \frac{1}{D^2-2D'D}e^{2x} + \frac{1}{D^2-2D'D}x^3y = \frac{1}{4}e^{2x} + \frac{x^5y}{20} + \frac{x^6}{60}$ 5 2

-2 $(2DD' + D'^2 - 3D')z = 3\cos(3x-2y)$

$D'(2D + D' - 3)z = 3\cos(3x-2y)$

$z_h = f_1(x) + e^{3y} f_2(x-2y)$ 5

$z_p = \frac{1}{2DD'+D'^2-3D'}(3\cos(3x-2y))$ 5

$= \frac{3}{50}(4\cos(3x-2y) + 3\sin(3x-2y))$ 3

المدرس بسام

سلم تصحيح

جامعة طرطوس	امتحان مقرر < معادلات تفاضلية ٢ >	الاسم :
كلية العلوم	لطلاب السنة الثانية رياضيات	الدرجة : ٧٥
قسم الرياضيات	الدورة الفصلية الأولى ٢٠١٧-٢٠١٨	المدة: ساعتان

السؤال الأول: (١٥ درجة)

أوجد بطريقة النشر بجوار النقطة $x = 0$ الحل العام للمعادلة التفاضلية التالية:

$$(1+x^2)y'' + xy' - y = 0$$

السؤال الثاني: (٢٥ درجة)

حل المجموعة التفاضلية التالية:

$$y_1' = y_2$$

$$y_2' = -y_1 + \frac{1}{\cos t}$$

السؤال الثالث: (٣٥ درجة)

أوجد الحل العام للمعادلة التفاضلية الجزئية التالية

$$2xzp + 2yzq = x + y$$

ومن ثم أوجد الحل الخاص المار بالمنحني : $z = 0, \quad x = y^2$

ثانياً:

أوجد الحل العام للمعادلة التفاضلية الجزئية التالية

$$(D^3 - D^2 - 4DD'^2 + 4D'^2)z = e^{2x+y}$$

انتهت الأسئلة

مع تمنياتي لكم بالنجاح **مدرسة المقرر : د. منال حسين**

سلم تصحيح معادلات تفاضلية (2)

لطلاب سنة $_2$ رياضيات م$_1$ 2017 - 2018

15

السؤال الأول :

$$(1+x^2)y'' + xy' - y = 0$$

النقطة $x=0$ عادية

$$p(x) = \frac{x}{1+x^2} \ , \ q(x) = \frac{-1}{1+x^2}$$

$$y = \sum c_n x^n \Rightarrow y' = \sum n c_n x^{n-1} \ , \ y'' = \sum (n-1) n c_n x^{n-2}$$ 5

$$(1+x^2)\sum n(n-1) c_n x^{n-2} + x \sum n c_n x^{n-1} - \sum c_n x^n = 0$$ 5

$$\sum_{n=0}^{\infty} (n^2-1) c_n x^n + \sum_{n=0}^{\infty} (n+2)(n+1) C_{n+2} x^n = 0$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} \left((n^2-1) c_n + (n+2)(n+1) c_{n+2} \right) x^n = 0 \Rightarrow c_{n+2} = \frac{n^2-1}{-(n+2)(n+1)} c_n$$

$$c_{n+2} = \frac{1-n}{2+n} c_n \ , \ c_0 = 1 \ , \ c_1 = 0 \Rightarrow c_2 = \frac{1}{2} \ , \ c_4 = -\frac{1}{8} \ , \ c_6 = \frac{1}{16} \dots$$

$$c_3 = c_5 = c_7 = \dots = 0$$ 3

$$c_0 = 0 \ , \ c_1 = 1 \Rightarrow c_2 = c_4 = c_6 = \dots = 0 \quad \Rightarrow y_1 = 1 + \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{8}x^4 + \frac{1}{16}x^6 + \dots$$

$$c_3 = 0 = c_5 = c_7 = \dots = 0 \qquad y_2 = x$$

$$y = Ay_1 + By_2$$ 2

السؤال الثاني

$$y_1' = y_2$$

$$y_2' = -y_1 + \frac{1}{\cos t}$$

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \ , \ |A - mI| = m^2 + 1 = 0 \Rightarrow m = \mp i$$ 5

من أجل $m = i$

$$\alpha = -i\beta \Leftarrow \begin{cases} -i\alpha + \beta = 0 \\ -\alpha - i\beta = 0 \end{cases}$$

$$Im B = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix} \Leftarrow \beta = i \Leftarrow \alpha = 1$$

$$Re B = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$ 5

$$w(0) = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = 1 \neq 0$$

5

$$\begin{pmatrix} y_{1h} \\ y_{2h} \end{pmatrix} = e^{at}\left(c_1 \left[Re B \cos bt - Im B \sin bt \right] + c_2 \left[Im B \cos bt + Re B \sin bt \right] \right)$$

$$= c_1 \left[\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \cos t - \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \sin t \right] + c_2 \left[\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \cos t + \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \sin t \right]$$

$y_{1h} = c_1\cos t + c_2\sin t \quad , \quad y_{2h} = -c_1\sin t + c_2\cos t$

نحسب y_p باستخدام الافتراض

$$\Leftarrow\begin{cases} c_2 = t & \Leftarrow \quad c_2' = 1 \\ c_1 = \ln(\cos t) & \quad c_1' = \dfrac{-\sin t}{\cos t} \end{cases} \Leftarrow \begin{cases} c_1'\cos t + c_2'\sin t = 0 \\ -c_1'\sin t + c_2'\cos t = \dfrac{1}{\cos t} \end{cases}$$

$$y_{1p} = \ln(\cos t)\cos t + t\sin t$$
$$y_{2p} = -\ln(\cos t)\sin t + t\cos t$$

$$\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y_{1h} \\ y_{2h} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} y_{1p} \\ y_{2p} \end{pmatrix}$$

السؤال الثالث :

أولاً

$$2xzp + 2yzq = x + y$$

$$\frac{dx}{2xz} = \frac{dy}{2yz} = \frac{dz}{x+y}$$

$\frac{x}{y} = c_1$, $x + y - z^2 = c_2$ $\Rightarrow F\left(\frac{x}{y}, x+y-z^2\right) = 0$

الحل الخاص ـ ب $z = 0$, $x = y^2$

$$c_1^2 + c_1 = c_2 \Leftarrow \frac{y^2}{y} = c_1 \ , \ y^2 + y = c_2$$

$$\left(\frac{x}{y}\right)^2 + \left(\frac{x}{y}\right) = x + y - z^2$$

ثانياً

$$(D^3 - D^2 - 4DD'^2 + 4D'^2)z = e^{2x+y}$$

$$(D-2D')(D+2D')(D-1)z = e^{2x+y}$$

$$z_h = f_1(y+2x) + f_2(y-2x) + e^x f_3(y)$$

$$z_p = \frac{1}{D-2D'}\,\frac{1}{(D+2D')(D-1)}\,e^{2x+y} = \frac{1}{D-2D'}\left(\frac{1}{4}e^{2x+y}\right)$$

$$= \frac{1}{4}\int e^{2x+a-2x}\,dx \ ; \ a = y+2x$$

$$= \frac{1}{4}\int e^{a}\,dx = \frac{1}{4}xe^{a} = \frac{1}{4}xe^{y+2x}$$

$$z = z_h + z_p$$

- انتهى السلم -

جامعة طرطوس	امتحان مقرر < معادلات تفاضلية ٢ >	الاسم :
كلية العلوم	لطلاب السنة الثانية رياضيات	الدرجة : ٧٥
قسم الرياضيات	الدورة الفصلية الاضافية ٢٠١٦-٢٠١٧	المدة: ساعتان

السؤال الأول: (٤٠ درجة)

أولاً:

أوجد بطريقة النشر بجوار النقطة $x = 0$ الحل العام للمعادلة التفاضلية التالية:

$$(1 + x^2)y'' + xy' - y = 0$$

ثانياً:

حل المجموعة التفاضلية التالية:

$$2(D-2)x + (D-1)y = e^t$$
$$(D+3)x + y = 0$$

السؤال الثاني: (٣٥ درجة)

أولاً:

بفرض لدينا المعادلة التفاضلية الجزئية التالية

$$xq - yp = R(x, y, z)$$

١. من أجل $R(x, y, z) = 0$ ، أوجد حل خاص للمعادلة التفاضلية المفروضة يحوي المنحني $y = 0 \;\; , x^2 - z^2 = 1$.

٢. من أجل $R(x, y, z) = 2x^2 z$ ، أوجد السطوح المتعامدة مع السطوح التكاملية للمعادلة التفاضلية المفروضة.

ثانياً:

أوجد الحل العام للمعادلة التفاضلية الجزئية التالية

$$(D^3 - D^2 - 4DD'^2 + 4D'^2)z = e^{2x+y}$$

انتهت الأسئلة

مع تمنياتي لكم بالنجاح　　　　مدرسة المقرر : د. منال حسين

السؤال الأول :

أولاً :

$$(1+x^2)y'' + xy' - y = 0$$

$$p(x) = \frac{x}{1+x^2} \ , \ q(x) = \frac{-1}{1+x^2}$$

النقطة $x=0$ عادية (3)

$$y = \sum c_n x^n \Rightarrow y' = \sum n c_n x^{n-1} \ , \ y'' = \sum (n-1) n c_n x^{n-2}$$ (5)

$$(1+x^2)\sum n(n-1) c_n x^{n-2} + x \sum n c_n x^{n-1} - \sum c_n x^n = 0$$ (5)

$$\sum_{n=0}^{\infty} (n^2-1) c_n x^n + \sum_{n=0}^{\infty} (n+2)(n+1) c_{n+2} x^n = 0$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} \left((n^2-1) c_n + (n+2)(n+1) c_{n+2} \right) x^n = 0 \Rightarrow c_{n+2} = \frac{n^2-1}{-(n+2)(n+1)} c_n$$ (2)

$$c_{n+2} = \frac{1-n}{2+n} c_n \quad , c_0 = 1 \ , c_1 = 0 \Rightarrow c_2 = \frac{1}{2} \ , c_4 = -\frac{1}{8} \ , c_6 = \frac{1}{16} \ldots$$ (1)

$$c_3 = c_5 = c_7 = 0 \ldots$$

$$c_0 = 0 \ , c_1 = 1 \Rightarrow c_2 = c_4 = c_6 = \ldots = 0$$ (1)

$$c_3 = 0 = c_5 = c_7 = \ldots = 0$$

$$\Rightarrow y_1 = 1 + \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{8}x^4 + \frac{1}{16}x^6 + \ldots$$ (1)

$$y_2 = x$$ (1)

$$y = A y_1 + B y_2$$ (1)

ثانياً :

$$2(D-2)x + (D-1)y = e^t$$

$$(D+3)x + y = 0$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2(D-2) & D-1 \\ D+3 & 1 \end{vmatrix} = -(D^2+1)$$ (2)

$$\Delta_x = \begin{vmatrix} e^t & D-1 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = e^t$$ (2)

$$\Delta_y = \begin{vmatrix} 2(D-2) & e^t \\ D+3 & 0 \end{vmatrix} = -e^t - 3e^t = -4e^t$$ (2)

$$\left.\begin{matrix} \Delta x = \Delta_x \\ \Delta y = \Delta_y \end{matrix}\right\} \Rightarrow \begin{matrix} -(D^2+1)x = e^t \\ -(D^2+1)y = -4e^t \end{matrix}$$ (2) (2)

$$D^2+1 = 0 \Rightarrow D = \mp i$$ (2)

$$x_h = c_1 \cos t + c_2 \sin t$$ (2)

$$y_h = c_1 \cos t + c_2 \sin t$$

$$x_p = \frac{-1}{D^2+1} e^t = -\frac{1}{2} e^t$$ (2)

$$y_p = \frac{-1}{D^2+1}(4e^t) = \frac{4}{2}e^t = 2e^t \Rightarrow \begin{matrix} x = c_1 \cos t + c_2 \sin t - \frac{1}{2}e^t \\ y = b_1 \cos t + b_2 \sin t + 2e^t \end{matrix}$$

بالاشتقاق والتعويض في المعادلة نجد

$$b_1 = -c_2 - 3c_1 \ , \ b_2 = c_1 - 3c_2$$ (2)

$$x = c_1 \cos t + c_2 \sin t - \frac{1}{2} e^t$$

$$y = (-c_2 - 3c_1)\cos t + (c_1 - 3c_2)\sin t + 2e^t$$ (2)

السؤال الثاني :

أولاً

1. $R = 0$

$$x q - y p = R(x, y, z)$$

$$x q - y p = 0$$

$$\frac{dx}{-y} = \frac{dy}{x} = \frac{dz}{0} \quad (2)$$

$$u:\ z = b, \quad v:\ x^2 + y^2 = a \Rightarrow F(x^2+y^2, z) = 0 \quad (2)$$ الحل العام

لايجاد الحل الخاص.

$$\in \begin{cases} x^2 - z^2 = 1, \ y = 0 \\ z = b, \ x^2 + y^2 = a \end{cases} \quad (2)$$

$$z = b, \ x^2 = 1 + b^2, \ x^2 = a \Rightarrow a - 1 - b^2 = 0 \ (2) \Rightarrow (x^2+y^2) - 1 - z^2 = 0 \ (2)$$

$$x^2 + y^2 - z^2 = 1$$ هو الحل الخاص المطلوب.

2. $P = -y, \quad Q = x \ (1), \quad R = 2x^2 z$

نستعمل المضاعفات لتكامل الكلية (5)

$$-y\,dx + x\,dy + 2x^2 z\,dz = 0 \ (2) \Rightarrow \frac{-y\,dx + x\,dy}{x^2} + 2z\,dz = 0$$

$$\mu = \frac{1}{x^2}$$

$$\frac{y}{x} + z^2 = c \quad (2)$$

ثانياً

$$(D^3 - D^2 - 4DD'^2 + 4D'^2) z = e^{2x+y}$$

$$(D - 2D')(D + 2D')(D - 1) z = e^{2x+y} \quad (2)$$

$$z_h = f_1(y+2x) + f_2(y-2x) + e^x f_3(y) \quad (5)$$

$$z_p = \frac{1}{D-2D'} \cdot \frac{1}{(D+2D')(D-1)} e^{2x+y} \ (5) = \frac{1}{D-2D'} \left(\frac{1}{4} e^{2x+y}\right)$$

$$= \frac{1}{4} \int e^{2x + a - 2x} \, dx \ ; \quad y + 2x = a$$

$$= \frac{1}{4} \int e^{a} \, dx = \frac{1}{4} x e^{a} = \frac{1}{4} x e^{y+2x} \ (2) \Rightarrow z = z_h + z_p \ (1)$$

انتهى السلم

عمران

جامعة طرطوس
كلية العلوم
قسم الرياضيات

امتحان مقرر < معادلات تفاضلية ٢ >
لطلاب السنة الثانية رياضيات
الدورة الفصلية الثانية ٢٠١٦-٢٠١٧

الاسم :
الدرجة : ٧٥
المدة: ساعتان

السؤال الأول: (٤٠ درجة)

أولاً:

أوجد بطريقة النشر بجوار النقطة $x = 0$ الحل العام للمعادلة التفاضلية التالية:

$$4xy'' + 2y' + y = 0$$

ثانياً:

أوجد الحل العام للمجموعة التفاضلية التالية:

$$y' = 2y + z + e^{x}$$
$$z' = 4y + 2z + x$$

السؤال الثاني: (٣٥ درجة)

أولاً:

أوجد الحل العام للمعادلة التفاضلية الجزئية التالية

$$2xzp + 2yzq = x + y$$

ومن ثم أوجد الحل الخاص المار بالمنحني : $z = 0, x = y^2$

ثانياً:

أوجد الحل العام للمعادلة التفاضلية الجزئية التالية

$$\left(D^2 + 3D'D + 2D'^2\right)z = e^{(x-2y)} + \sin(x + y)$$

انتهت الأسئلة

مع تمنياتي لكم بالنجاح

مدرسة المقرر : د. منال حسين

سلم تصحيح مقرر معادلات تفاضلية (2) رياضيات سنة 2 الفصل الثاني

2016 - 2017

السؤال الأول: أ) أوجد بطريقة السلاسل حلاً بجوار $x=0$

$$4xy'' + 2y' + y = 0$$

نقطة $x=0$ نقطة شاذة نظامية (5)

$P_1(x) = xP(x) = \frac{1}{2}$ ، $q_1(x) = x^2 q(x) = \frac{x}{4}$

يمكن أن للمعادلة حل من الشكل

$$y = \sum_{n=0}^{\infty} c_n x^{n+\alpha} \qquad y' = \sum (n+\alpha) c_n x^{n+\alpha-1}$$ (5)

$$y'' = \sum_{n=0}^{\infty} (n+\alpha)(n+\alpha-1) c_n x^{n+\alpha-2}$$

بتعويض في المعادلة نجد

$$\sum_{n=0}^{\infty} [4(n+\alpha)(n+\alpha-1) + 2(n+\alpha)] c_n x^{n+\alpha} + \sum_{n=1}^{\infty} c_{n-1} x^{n+\alpha} = 0$$ (5)

$$(4\alpha(\alpha-1) + 2\alpha) c_0 x^{\alpha} + \sum_{n=1}^{\infty} (2(n+\alpha)(2n+2\alpha-1) c_n + c_{n-1}) x^{n+\alpha} = 0$$

$4\alpha(\alpha-1) + 2\alpha c_0 = 0$ ، $c_0 = 1 \Rightarrow \alpha_1 = \frac{1}{2}$ ، $\alpha_2 = 0$

$2(n+\alpha)(2n+2\alpha-1) c_n + c_{n-1} = 0$ ، $c_n = \frac{-c_{n-1}}{2(n+\alpha)(2n+2\alpha-1)}$

الفرق بين α_1 ، α_2 عدد غير صحيح $\Leftarrow$ لإيجاد y_1 ، y_2 نعوض عن α_1 ، α_2 في الدستور التدريجي

من أجل α_1:

$$c_n = \frac{-c_{n-1}}{2(n+\frac{1}{2})(2n+1-1)} = -\frac{c_{n-1}}{(2n+1)(2n)}$$

$c_1 = \frac{-1}{3!}$ ، $c_2 = \frac{1}{5!}$ ، $c_3 = \frac{-1}{7!} \dots \Rightarrow c_n = \frac{(-1)^n}{(2n+1)!}$

$$y_1 = \sum \frac{(-1)^n}{(2n+1)!} x^{n+\frac{1}{2}} = \sin\sqrt{x}$$ (1)

من أجل α_2:

$$c_n = \frac{-c_{n-1}}{2n(2n-1)}$$

$c_1 = \frac{-c_0}{2} = \frac{-1}{2}$ ، $c_2 = \frac{c_1}{4.3} = \frac{1}{4!}$ ، $c_3 = \frac{-1}{6!} \Rightarrow c_n = \frac{(-1)^n}{2n!}$

$$y_2 = \sum (-1)^n \frac{x^n}{2n!} = (-1)^n \frac{(\sqrt{x})^{2n}}{2n!} = \cos\sqrt{x}$$ (1)

(1)

$$y = A\cos\sqrt{x} + B\sin\sqrt{x}$$

$$y' = 2y + z + e^{x}$$
$$z' = 4y + 2z + x$$

$$= \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$$

$$|A - mI| = \begin{vmatrix} 2-m & 1 \\ 4 & 2-m \end{vmatrix} = (2-m)^2 - 4 = 0 \Rightarrow m_1 = 0 ,\ m_2 = 4 \quad 5$$

$$m_1 = 0 \Rightarrow \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \beta_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow 2\alpha_1 + \beta_1 = 0 \Rightarrow \beta_1 = -2\alpha_1$$

$$5 \quad \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \beta_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$$

$$m_2 = 4 \Rightarrow \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 4 & -2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \alpha_2 \\ \beta_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow -2\alpha_2 + \beta_2 = 0 \Rightarrow \beta_2 = 2\alpha_2$$

$$\begin{pmatrix} \alpha_2 \\ \beta_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} \quad 5$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} y_h \\ z_h \end{pmatrix} = c_1 \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix} e^{0x} + c_2 \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} e^{4x} \quad 2$$

نستخدم طريقة لاغرانج (مثلاً) لإيجاد الحل الخاص [يمكن استخدام أي طريقة أخرى]

$$\left.\begin{aligned} y_p &= c_1(x) + c_2(x)\, e^{4x} \\ z_p &= -2c_1(x) + 2c_2(x)\, e^{4x} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \left.\begin{aligned} c_1' + c_2' e^{4x} &= e^{x} \\ -2c_1' + 2c_2' e^{4x} &= x \end{aligned}\right\} \Rightarrow \quad 1$$

$$c_2' = \frac{1}{4} x e^{-4x} + \frac{1}{2} e^{-3x}$$

$$c_1' = \frac{1}{2} e^{x} - \frac{1}{8} x^2$$

$$c_2 = -\frac{1}{16} x e^{-4x} - \frac{1}{4(16)} e^{-4x} - \frac{1}{6} e^{-3x}$$

$$\Rightarrow c_1 = \frac{1}{2} e^{x} - \frac{1}{8} x^2 \quad 1$$

$$y = c_1 + c_2 e^{4x} + \frac{1}{3} e^{x} - \frac{1}{8} x^2 - \frac{1}{16} x - \frac{1}{4(16)} \quad 1$$

$$z = -2c_1 + 2c_2 e^{4x} - \frac{8}{6} e^{x} + \frac{1}{4} x^2 - \frac{1}{8} x - \frac{1}{2(16)}$$

السؤال الثاني

أولاً

$$2xz\,p + 2yz\,q = x + y$$

$$\frac{dx}{2xz} = \frac{dy}{2yz} = \frac{dz}{x+y} \quad 3$$

$$\left.\begin{aligned} \frac{x}{y} &= c_1 \quad 3 \\ x + y - z^2 &= c_2 \quad 3 \end{aligned}\right\} \Rightarrow F\left(\frac{x}{y}, x+y-\ldots\right) \quad 1$$

الحل الخاص المار ب

$$z = 0$$
$$x = y^2$$

$$c_1^2 + c_1 = c_2 \quad 1 \Leftarrow \frac{y^2}{y} = c_1 ,\ y^2 + y = c_2$$

$$(D^2 + 3D'D + 2D'^2)z = e^{x-2y} + \sin(x+y)$$

$$\Delta = (9 - 4(2))D'^2 = D'^2 \Rightarrow D = -D'$$

$$D = -2D'$$

5

$$(D + D')(D + 2D')z = e^{x-2y} + \sin(x+y)$$

$$z_c = f_1(y-x) + f_2(y-2x)$$ 5

$$z_p = \frac{1}{(D+D')(D+2D')} e^{x-2y} + \frac{1}{D^2 + 3D'D + 2D'^2} \sin(x+y)$$ 5

$$= \frac{1}{(1-2)(1-4)} e^{x-2y} + \frac{1}{-1 + 3(-1) + 2(-1)} \sin(x+y)$$ 1

$$= \frac{1}{3} e^{x-2y} - \frac{1}{6} \sin(x+y)$$

$$z = f_1(y-x) + f_2(y-x) + \frac{1}{3} e^{x-2y} - \frac{1}{6} \sin(x+y)$$ 1

انتهى السؤال

جامعة طرطوس
كلية العلوم
قسم الرياضيات

امتحان مقرر < معادلات تفاضلية ٢ >
لطلاب السنة الثانية رياضيات
الدورة الفصلية الأولى ٢٠١٦-٢٠١٧

الاسم : [redacted]
الدرجة : ٧٥
المدة: ساعتان

السؤال الأول: (٢٠ درجة)

أوجد بطريقة النشر بجوار النقطة $x = 0$ الحل العام للمعادلة التفاضلية التالية:

$$\left(1 + x^2\right)y'' + xy' - y = 0$$

السؤال الثاني: (٢٠ درجة)

حل المجموعة التفاضلية التالية:

$$2(D-2)x + (D-1)y = e^t$$
$$(D+3)x + y = 0$$

السؤال الثالث: (٣٥ درجة)

أوجد الحل العام للمعادلتين التاليتين:

.١

$$\left(x^2D^2 + xD - D'^2\right)z = 0$$

.٢

$$(D - 2D')^2(D + 3D')z = e^{2x+y}$$

انتهت الأسئلة

مع تمنياتي لكم بالنجاح

مدرسة المقرر : د. منال حسين

2016 - 2017

ص 1

سلم تصحيح مقرر معادلات تفاضلية /2

لطلاب السنة الثانية رياضيات

20

السؤال الأول

$$(1+x^2)y'' + xy' - y = 0$$

$P(x) = 1 + x^2$ ، $P(0) = 1 \neq 0$ النقطة $x=0$ نقطة عادية

10

نفرض

$$y = \sum_{n=0}^{\infty} c_n x^n \Rightarrow y' = \sum_{n=1}^{\infty} n c_n x^{n-1} \text{ ، } y'' = \sum_{n=2}^{\infty} n(n-1) c_n x^{n-2}$$

بالتعويض نجد

5

$$(1+x^2)\sum_{n=0}^{\infty} n(n-1) c_n x^{n-2} + \sum_{n=0}^{\infty} n c_n x^n - \sum_{n=0}^{\infty} c_n x^n = 0$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} n(n-1) c_n x^{n-2} + \sum_{n=0}^{\infty} n(n-1) c_n x^n + \sum_{n=0}^{\infty} (n-1) c_n x^n = 0$$

$$\sum_{n=0}^{\infty}\left[(n+2)(n+1) c_{n+2} + (n+1)(n-1) c_n\right] x^n = 0$$

بالمطابقة [illegible]

$$c_{n+2} = -\frac{(n-1)}{n+2} c_n$$

$c_1 = 1$ ، $c_0 = 0$

$c_2 = c_4 = \dots = c_{2k} = 0$ ، $c_3 = 0$ ، $c_5 = c_7 = \dots = 0 \Rightarrow y_1 = x$

$c_1 = 0$ ، $c_0 = 1$

$c_3 = c_5 = \dots = c_{2k+1} = 0$

$c_2 = \frac{1}{2}$ ، $c_4 = -\frac{1}{8}$ ، $c_6 = -\frac{3}{6} \cdot -\frac{1}{8} = \frac{1}{16}$ ، $c_8 = \frac{-5}{8} \cdot \frac{1}{16}$

$$\Rightarrow c_{2k} = -\frac{(2k-3)}{2k} c_{2k-2} = \frac{(2k-3)(2k-5)}{2k(2k-2)} c_{2k-4} = \dots = (-1)^{k+1} \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdots (2k-3)}{2^k k!}$$

1

$$y_2 = 1 + \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{8}x^4 + \frac{1}{16}x^6 - \frac{5}{128}x^8 + \dots$$

$$\Rightarrow y = Ax + B\left(1 + \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{8}x^4 + \frac{1}{16}x^6 - \frac{5}{128}x^8 - \dots\right)$$

السؤال الثاني [24]

$$A = \begin{vmatrix} 2(D-2) & D-1 \\ D+3 & 1 \end{vmatrix} = -(D^2+1) \quad (2)$$

$$\Delta_x = \begin{vmatrix} e^t & D-1 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = e^t \;,\; \Delta_y = \begin{vmatrix} 2(D-2) & e^t \\ D+3 & 0 \end{vmatrix} = -4e^t \quad (3)$$

$$\left.\begin{aligned} Ax &= \Delta x \\ Ay &= \Delta y \end{aligned}\right\} \quad -(D^2+1)x = e^t \quad (3) \qquad -(D^2+1)y = -4e^t \quad (1)\;(1)$$

$$D^2+1=0 \Rightarrow D = \pm i$$

$$x_h = c_1\cos t + c_2 \sin t \quad (3)$$

$$y_h = b_1\cos t + b_2 \sin t$$

$$x_p = \frac{-1}{D^2+1} e^t = -\frac{1}{2} e^t \quad (1)$$

$$y_p = \frac{-1}{D^2+1}(4e^t) = \frac{4}{2}e^t = 2e^t \quad (1) \Rightarrow$$

$$x = c_1\cos t + c_2 \sin t - \frac{1}{2}e^t$$

$$y = b_1\cos t + b_2 \sin t + 2e^t$$

$$b_1 = -c_2 - 3c_1 \;,\; b_2 = c_1 - 3c_2$$

السؤال الثالث [35]

1-

$$(x^2D^2 + xD - D'^2)\,z = 0 \qquad B = \frac{\partial}{\partial X} \;,\; X = \ln x \quad (5)$$

$$xDz = Bz \;,\; x^2D^2z = (B^2-B)z$$

$$(B^2 - B + B - D'^2)z = 0 \Rightarrow (B^2 - D'^2)z = 0 \Rightarrow (B-D')(B+D')z = 0$$

$$z = f_1(y+X) + f_2(y-X) = f_1(y+\ln x) + f_2(y-\ln x) \quad (5)$$

2-

$$(D-2D')^2(D+3D')z = e^{2x+y}$$

$$z_h = f_1(y+2x) + x f_2(y+2x) + f_3(y-3x) \quad (5)$$

$$z_p = \frac{1}{(D-2D')^2(D+3D')} e^{2x+y} = \frac{1}{5} \frac{1}{(D-2D')^2} e^{2x+y} \quad (1)\;(2)$$

$$= \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{D-2D'} \int e^{2x+(a-2x)}\, dx = \frac{1}{5}\frac{1}{D-2D'}\, x\, e^{a} \;;\; a = 2x+y$$

$$= \frac{1}{5} \frac{1}{D-2D'}\, x\, e^{2x+y} = \frac{1}{5}\int x\, e^{2x+(a-2x)}\, dx = \frac{1}{5}\int x e^{a}\, dx \quad (2)\;(1)$$

$$= \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{2} x^2 e^{a} \;;\; a = 2x+y \Rightarrow z_p = \frac{1}{10} x^2 e^{2x+y} \Rightarrow z = z_h + z_p$$

سلم تصحيح

جامعة طرطوس	امتحان مقرر < معادلات تفاضلية ٢ >	الاسم :
كلية العلوم	لطلاب السنة الثالثة رياضيات	الدرجة : ٧٥
قسم الرياضيات	الدورة الاضافية ٢٠١٥-٢٠١٦	المدة: ساعتان

السؤال الأول: (١٥ درجة)

أوجد الحل العام للمعادلة التفاضلية التالية:

$$3(1+x)y'' - (1+x)y' + y = 0$$

السؤال الثاني: (٢٠ درجة)

حل المجموعة التفاضلية التالية:

$$y' = z$$

$$z' = 8y - 2z + e^{t}$$

السؤال الثالث: (40 درجة)

أولاً

أوجد السطوح التكاملية للمعادلة التفاضلية الجزئية التالية

$$x^2 p + y^2 q = z$$

ثانياً

أوجد الحل العام للمعادلة التفاضلية التالية

$$(D - D')(D + D')z = 1 + y$$

انتهت الأسئلة

مع تمنياتي لكم بالنجاح — مدرسة المقرر: د. منال حسين

2016 - 2015 ت3

سلم تصحيح مقرر معادلات تفاضلية /2/

السؤال الأول 15

$3(1+x)^2 y'' - (x+1)y' + y = 0$ 2 2

$x+1 = z$ ، $y' = \frac{dy}{dx} = \frac{dy}{dz}\cdot\frac{dz}{dx} = y'_z$ ، $y'' = y''_z \Rightarrow 3z^2 y''_z - z y'_z + y = 0$

$z = e^t$ 2 ، $z y'_z = y'_t$ ، $z^2 y''_z = y''_t - y'_t \Rightarrow 3y''_t - 4y'_t + y = 0$ 2

$m_1 = 1 , m_2 = \frac{1}{3}$ 2 $\Leftarrow 3m^2 - 4m + 1 = 0$ 1

$y(t) = c_1 e^{t} + c_2 e^{t/3} \Rightarrow y(z) = c_1 z + c_2 z^{1/3} \Rightarrow y(x) = c_1(x+1) + c_2(x+1)^{1/3}$ 2 2

السؤال الثاني

$y' = z$

$z' = 8y - 2z + e^t$

$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 8 & -2 \end{pmatrix}$ ، $|A - mI| = \begin{vmatrix} -m & 1 \\ 8 & -2-m \end{vmatrix} = m^2 + 2m - 8 = 0$ 6

$m_1 = 2$ ، $m_2 = -4$

$m_1 = 2 \Rightarrow \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 8 & -4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} -2\alpha + \beta = 0 \\ 8\alpha - 4\beta = 0 \end{cases} \Rightarrow 2\alpha = \beta$

$\alpha = 1 \Rightarrow \beta = 2$

$m_2 = -4 \Rightarrow \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 8 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \beta = -4\alpha$

$\alpha = 1 \Rightarrow \beta = -4$

$\begin{pmatrix} y_h \\ z_h \end{pmatrix} = c_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} e^{2t} + c_2 \begin{pmatrix} 1 \\ -4 \end{pmatrix} e^{-4t}$ 5

بطريقة لاغرانج نوجد الحل الخاص:

$c_1' e^{2t} + c_2' e^{-4t} = 0$

$2c_1' e^{2t} - 4c_2' e^{-4t} = e^{t}$ 5

بالحل نجد $c_1 = -\frac{1}{6} e^{-t}$ ، $c_2 = -\frac{1}{30} e^{5t}$

أو بطريقة المؤثر التفاضلي

$Dy - z = 0$

$-8y + (D+2)z = e^t$

$\Delta = D^2 + 2D - 8 = 0$ ، $\Delta_y = e^t$ ، $\Delta_z = e^t$

$y_p = -\frac{1}{5} e^t$ ، $z_p = -\frac{1}{5} e^t$ 4 $y_h = c_1 e^{2t} + c_2 e^{-4t}$

$z_h = 2c_1 e^{2t} - 4c_2 e^{-4t}$

السؤال الثالث:

أولاً

$\frac{dx}{x^2} = \frac{dy}{y^2} = \frac{dz}{z}$ 3 3 3 $\Rightarrow \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = c_1$ 3

$\ln z + \frac{1}{x} = c_2$ 3

$\Rightarrow F\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{y} , \ln z + \frac{1}{x}\right) = 0$ 3

ثانياً:

ثالثاً:

$$(D-D')(D+D')z = 1+y$$

$$z_h = f_1(y+x) + f_2(y-x) \quad 6$$

$$z_p = \frac{1}{D-D'}\,\frac{1}{D+D'}(1+y) \quad 6$$

$$= \frac{1}{D-D'}\int (1+a+x)\,dx \quad ; \; y = a-mx = a+x$$

$$= \frac{1}{D-D'}\left(x+ax+\frac{x^2}{2}\right) = \frac{1}{D-D'}\left(x+(y-x)x+\frac{x^2}{2}\right) \quad 2$$

$$= \int x+(b-x)x-\frac{x^2}{2}\,dx = \frac{x^2}{2}+b\frac{x^2}{2}-\frac{1}{2}x^3 \quad ; \; b=y+x$$

$$= \frac{x^2}{2}+\frac{yx^2}{2} \quad 6$$

$$z = z_h + z_p \quad 2$$

جامعة طرطوس
كلية العلوم
قسم الرياضيات

امتحان مقرر < معادلات تفاضلية ٢ >
لطلاب السنة الثانية رياضيات
الدورة الفصلية الثانية ٢٠١٥-٢٠١٦

الاسم : محمد أحمد حفوم
الدرجة : ٧٥
المدة: ساعتان

السؤال الأول: (١٥ درجة)

أوجد التكامل العام للمعادلة التفاضلية التالية (بطريقة تغيير التابع أو طريقة تغيير المتحول بعد التأكد من إمكانية استخدام الطريقة)

$$y'' - \frac{2}{x} y' + (1 + \frac{2}{x^2}) y = xe^x$$

السؤال الثاني: (٢٠ درجة)

حل المجموعة التفاضلية التالية:

$$y' = z$$

$$z' = 8y - 2z + e^t$$

السؤال الثالث: (٤٠ درجة)

أولاً

بفرض لدينا المعادلة التفاضلية الجزئية التالية

$$x^2 p + y^2 q = z$$

١. أوجد السطوح التكاملية للمعادلة التفاضلية الجزئية المفروضة

٢. أوجد السطوح المتعامدة مع السطوح التكاملية للمعادلة التفاضلية الجزئية المفروضة

ثانياً

أوجد الحل العام للمعادلة التفاضلية التالية

$$\left(D^2 - D'^2\right) z = 1 + y$$

انتهت الأسئلة

مع تمنياتي لكم بالنجاح

مدرسة المقرر : د. منال حسين

سلم تصحيح مقرر معادلات تفاضلية /2/

سنوات سنة 2 رياضيات

2016 - 2015

السؤال الأول:

$P = -\frac{2}{x}$, $q = 1 + \frac{2}{x^2}$

$q - \frac{P'}{2} - \frac{P^2}{4} = 1$ (3) $u = e^{-\frac{1}{2}\int P\,dx} = e^{\int \frac{dx}{x}} = x$ (2)

$y = u.v = x.v$ (3) , $\frac{dy}{dx} = x\frac{dv}{dx} + v$, $\frac{d^2y}{dx^2} = x\frac{d^2v}{dx^2} + 2\frac{dv}{dx}$ (2)

$\Rightarrow \frac{d^2v}{dx^2} + v = e^x$ (2)

$v = c_1\cos x + c_2\sin x + \frac{1}{D^2+1}e^x = c_1\cos x + c_2\sin x + \frac{1}{2}e^x$ (2)

$\Rightarrow y = c_1 x\cos x + c_2 x\sin x + \frac{1}{2}x e^x$ (1)

السؤال الثاني:

$y' = z$

$z' = 8y - 2z + e^t$ (3)

$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 8 & -2 \end{pmatrix}$, $|A - mI| = \begin{vmatrix} -m & 1 \\ 8 & -2-m \end{vmatrix} = -m(m+2) - 8 = m^2 + 2m - 8 = 0$

$\Delta = 4 - 4(-8) = 36$

(3) $m_1 = \frac{-2+6}{2} = 2$, $m_2 = \frac{-2-6}{2} = -4$

$m_1 = 2$

$\begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 8 & -4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow -2\alpha + \beta = 0 \Rightarrow \beta = 2\alpha$

[illegible]

$m_2 = -4$

$\begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 8 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{matrix} 4\alpha + \beta = 0 \\ 8\alpha + 2\beta = 0 \end{matrix} \Rightarrow \beta = -4\alpha$

$\alpha = 1 \Rightarrow \beta = -4$

$\begin{pmatrix} y_h \\ z_h \end{pmatrix} = c_1\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}e^{2t} + c_2\begin{pmatrix} 1 \\ -4 \end{pmatrix}e^{-4t}$ (5)

طريقة لاغرانج لتوحيد الحل الخاص

$c_1' = -c_2' e^{-4t}e^{-2t} = -c_2' e^{-6t} \Leftarrow \begin{cases} c_1' e^{2t} + c_2' e^{-4t} = 0 \\ 2c_1' e^{2t} - 4c_2' e^{-4t} = e^t \end{cases}$ (5)

$-6c_2' = e^t e^{4t} = e^{5t} \Rightarrow c_2' = -\frac{1}{6}e^{5t} \Rightarrow c_2 = -\frac{1}{30}e^{5t}$

$c_1' = \frac{1}{6}e^{5t}e^{-6t} = \frac{1}{6}e^{-t} \Rightarrow c_1 = -\frac{1}{6}e^{-t}$

$\Rightarrow \begin{pmatrix} y \\ z \end{pmatrix} = c_1\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}e^{2t} + c_2\begin{pmatrix} 1 \\ -4 \end{pmatrix}e^{-4t} - \frac{1}{6}e^{-t}\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}e^{2t} - \frac{1}{30}e^{5t}\begin{pmatrix} 1 \\ -4 \end{pmatrix}e^{-4t}$

$y = c_1 e^{2t} + c_2 e^{-4t} - \frac{1}{5} e^{t}$ (4)

$z = 2c_1 e^{2t} - 4c_2 e^{-4t} - \frac{1}{5} e^{t}$

طريقة ثانية طريقة المؤثر التفاضلي

$Dy - z = 0$

$-8y + (D+2)z = e^{t}$

(3) $\Delta = D^2 + 2D - 8 = 0$ (3)

$(D-2)(D+4) = 0$ (3)

$\Delta_y = e^{t} \qquad \Delta_z = e^{t}$

$y_p = -\frac{1}{5} e^{t}$ (4) $\quad z_p = -\frac{1}{5} e^{t} \quad ; \quad y_h = c_1 e^{2t} + c_2 e^{-4t}$ (5)

$z_h = 2c_1 e^{2t} - 4c_2 e^{-4t}$

السؤال الثالث :

أولاً

-1

$\Leftarrow \quad \frac{dx}{x^2} = \frac{dy}{y^2} = \frac{dz}{z}$ (3) (3) (3)

$\frac{1}{x} - \frac{1}{y} = c_1 \quad ; \quad c_2 - \frac{1}{x} = \ln z \Rightarrow \ln z + \frac{1}{x} = c_2$ (3) (3)

$F\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{y}, \ln z + \frac{1}{x}\right) = 0$ (1)

2 - نشكل المعادلة ذات التفاضلات الكلية

$x^2 dx + y^2 dy + z dz = 0$

$\frac{x^3}{3} + \frac{y^3}{3} + \frac{z^2}{2} = c$

ثانياً

$(D^2 - D'^2) z = 1 + y$

(5) $(D - D')(D + D') z = 1 + y \Rightarrow z_h = f_1(y+x) + f_2(y-x)$ (5)

$z_p = \frac{1}{D - D'} \frac{1}{D + D'} (1 + y)$ (5)

$= \frac{1}{D - D'} \int (1 + a + x)\, dx$ (1) $\quad ; \quad y = a + mx = a + x$

$= \frac{1}{D - D'} \left(x + ax + \frac{x^2}{2}\right) = \frac{1}{D - D'} \left(x + (y - x)x + \frac{x^2}{2}\right)$ (1)

$= \int x + (b - x)x - \frac{x^2}{2}\, dx$ (1) $= \frac{x^2}{2} + b\frac{x^2}{2} - \frac{1}{2}x^3 \quad ; \quad b = y + x$

$= \frac{x^2}{2} + \frac{y x^2}{2}$ (1) $\qquad$ انتهى الحل $\qquad z = z_h + z_p$ (1)

سلم تصحيح

جامعة طرطوس	امتحان مقرر < معادلات تفاضلية ٢ >	الاسم :
كلية العلوم	لطلاب السنة الثانية رياضيات	الدرجة : ٧٥
قسم الرياضيات	الدورة الفصلية الأولى ٢٠١٥-٢٠١٦	المدة: ساعتان

السؤال الأول: (١٥ درجة)

أوجد بطريقة النشر بجوار النقطة $x=0$ الحل العام للمعادلة التفاضلية التالية:

$$xy'' + (x-1)y' - y = 0$$

السؤال الثاني: (٢٠ درجة)

حل المجموعة التفاضلية التالية:

$$2(D-2)x + (D-1)y = e^t$$
$$(D+3)x + y = 0$$

السؤال الثالث: (٢٥ درجة)

أوجد السطح التكاملي للمعادلة التفاضلية الجزئية

$$xq - yp = 0$$

والمار بالمنحني المعطى بالمعادلتين :

$$x = 0 \ , \ y^2 - z = 0$$

السؤال الرابع: (١٥ درجة)

أوجد الحل العام للمعادلة التفاضلية التالية

$$(D - D')(D + D')z = 1 + y$$

انتهت الأسئلة

مع تمنياتي لكم بالنجاح

مدرسة المقرر : د. منال حسين

سلم تصحيح مقرر معادلات تفاضلية /2/

لطلاب السنة الثانية رياضيات

2016 - 2015 م

سؤال الأول :

$$xy'' + (x-1)y' - y = 0$$

النقطة شاذة نظامية (3)

$$\lim_{x\to 0} \frac{x(x-1)}{x} = -1 , \quad \lim_{x\to 0} \frac{-x^2}{x} = 0 \Rightarrow$$

نفرض أن المعادلة حل من الشكل

$$y = \sum_{n=0}^{\infty} c_n x^{n+\alpha} \quad (3)$$

$$y' = \sum_{n=0}^{\infty} c_n (n+\alpha) x^{n+\alpha-1}$$

$$y'' = \sum_{n=0}^{\infty} c_n (n+\alpha)(n+\alpha-1) x^{n+\alpha-2}$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} [(n+\alpha)(n+\alpha-1) - (n+\alpha)] c_n x^{n+\alpha-1} + \sum_{n=0}^{\infty} (n+\alpha-1) c_n x^{n+\alpha} = 0 \quad (3)$$

$$(\alpha^2 - 2\alpha) c_0 x^{\alpha-1} + \sum_{n=1}^{\infty} [(n+\alpha)(n+\alpha-2) c_n + (n+\alpha-2) c_{n-1}] x^{n+\alpha-1} = 0$$

$$(\alpha^2 - 2\alpha) c_0 = 0 , \quad (n+\alpha-2)[(n+\alpha) c_n + c_{n-1}] = 0 \quad (2)$$

بالفرض $1 = c_0$ نجد (1)

$\alpha_1 = 2 , \alpha_2 = 0$ (الفرق عدد صحيح)

نعوض α_1 نجد (1) $c_n = -\frac{c_{n-1}}{n+2}$

$$c_2 = \frac{2}{4!} , c_1 = \frac{-2}{3!} , c_0 = 1 , \quad \ldots \quad c_3 = \frac{(-1)^3 2}{5!}$$

$$y_1 = x^2 \left(1 - \frac{2}{3!}x + \frac{2}{4!}x^2 - \frac{2}{5!}x^3 + \cdots + \frac{(-1)^n}{(n+2)!}x^n + \cdots\right)$$

$$= 2e^{-x} - 2(x-1)$$

لنعوض α_2 نجد (1)

$$\Leftarrow (n-2)(nc_n + c_{n-1}) = 0$$

$$c_0 = 1$$

$$c_1 = -1$$

نختار c_2 كما نريد $\Leftarrow \forall c_2$ تحقق $0 \times c_2 = 0$

$c_2 = 0$ فإن الثوابت معدومة $\Leftarrow$

$$\Leftarrow y_2 = 1 - x$$

(1)

$$y = 2A(e^{-x} - (x-1)) + B(x-1)$$

سؤال الثاني :

(3)

$$A = \begin{vmatrix} 2(D-2) & D-1 \\ D+3 & 1 \end{vmatrix} = -(D^2+1)$$

$$\Delta_x = \begin{vmatrix} e^t & D-1 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = e^t \quad , \quad \Delta_y = \begin{vmatrix} 2(D-2) & e^t \\ D+3 & 0 \end{vmatrix} = -e^t - 3e^t = -4e^t$$

$$\left.\begin{array}{l} A x = \Delta_x \\ A y = \Delta_y \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{array}{l} -(D^2+1)\,x = e^t \\ -(D^2+1)\,y = -4e^t \end{array}$$

$D^2+1=0 \Rightarrow D = \mp i$

$x_h = c_1 \cos t + c_2 \sin t$

$y_h = b_1 \cos t + b_2 \sin t$

$x_p = -\frac{1}{D^2+1} e^t = -\frac{1}{2} e^t$

$y_p = -\frac{1}{D^2+1}(-4e^t) = \frac{4}{2} e^t = 2e^t$

$\Rightarrow x = c_1 \cos t + c_2 \sin t - \frac{1}{2} e^t$

$y = b_1 \cos t + b_2 \sin t + 2e^t$

بالاشتقاق والتعويض في المعادلة

$b_1 = -c_2 - 3c_1 \quad , \quad b_2 = c_1 - 3c_2$

السؤال الثالث :

$x q - y p = 0$

$$\frac{dx}{-y} = \frac{dy}{x} = \frac{dz}{0}$$

$$\left.\begin{array}{l} u : z = b \\ v : x^2 + y^2 = a \end{array}\right\} \Rightarrow f(x^2 + y^2, z) = 0$$

$$\left\{\begin{array}{l} y^2 - z = 0 \quad , \quad x = 0 \\ z = b \quad , \quad x^2 + y^2 = a \end{array}\right.$$

$a - b = 0$

$x^2 + y^2 - z = 0$

وهو السطح التكاملي المطلوب

السؤال الرابع

$(D - D')(D + D')\,z = 1 + y$

$z_h = f_1(y + x) + f_2(y - x)$

$z_p = \frac{1}{D - D'} \frac{1}{D + D'}(1 + y) = \frac{1}{D - D'} \int (1 + a + x)\,dx = \frac{1}{D - D'}(x + ax + \ldots$

$y - x = \ldots$

$= \frac{1}{D - D'}\left(x + (y - x)x + \frac{x^2}{2}\right) = \int x + (b - x)x - \frac{x^2}{2}\,)dx = \frac{x^2}{2} + b\frac{x^2}{2} \ldots$

$; b = y - x$

$\ldots z(x) = z_h + z_p$

سلم تصحيح

جامعة تشرين
كلية العلوم الثانية
قسم الرياضيات

امتحان مقرر < معادلات تفاضلية ٢ >
لطلاب السنة الثانية رياضيات
الدورة التكميلية ٢٠١٤-٢٠١٥

الاسم :
الدرجة : ٧٥
المدة: ساعتان

السؤال الأول: (١٥ درجة)

أوجد بطريقة النشر بجوار النقطة $x = 2$ الحل العام للمعادلة التفاضلية التالية:

$$y'' + (x-1)y' + y = 0$$

السؤال الثاني: (٢٥ درجة)

أوجد الحل العام لكل من المجموعتين التفاضليتين

١. $x' = 3x + 3y$ ، $y' = -x - y$

٢. $\dfrac{dx}{xy} = \dfrac{dy}{y^2} = \dfrac{dz}{xyz - x^2 z}$

السؤال الثالث: (٢٠ درجة)

عين المنحنيات المحققة للمعادلة ذات التفاضلات الكلية التالية.

$$ydx + (z - y)dy + xdz = 0$$

والواقعة في المستوي :

$$2x - y - z = 0$$

السؤال الرابع: (١٥ درجة)

أوجد تكامل تام للمعادلة التفاضلية الجزئية التالية

$$2z + p^2 + qy + 2y^2 = 0$$

انتهت الأسئلة

مع تمنياتي لكم بالنجاح

مدرسة المقرر : د. منال حسين

سلم تصحيح مقرر معادلات تفاضلية (2)

لطلاب س2 رياضيات م3 2014 - 2015

15

سؤال الأول :

$$y'' + (x-1)y' + y = 0$$

نفرض $x - 2 = z$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{dz}\cdot\frac{dz}{dx} = y'_z$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{dy'_z}{dz}\cdot\frac{dz}{dx} = y''_z$$

$$y''_z + (z+1)y' + y = 0$$

$z = 0$ نقطة عادية

$$y = \sum c_n z^n \quad , \quad y' = \sum n c_n z^{n-1}$$

5

$$y'' = \sum n(n-1) c_n z^{n-2}$$

بالتعويض :

3

$$\sum_{n=0} n(n-1)c_n z^{n-2} + \sum_{n=0} n c_n z^n + \sum_{n=0} n c_n z^{n-1} + \sum_{n=0} c_n z^n =$$

$$\sum_{n=2}\left(n(n-1)c_n + (n-2)c_{n-2} + (n-1)c_{n-1} + c_{n-2}\right)z = 0 \qquad n \geq$$

2

$$n(n-1)c_n = -(n-1)\left(c_{n-1} + c_{n-2}\right) \Rightarrow c_n = \frac{-1}{n}\left[c_{n-1} + c_{n-2}\right]$$

نفرض $c_1 = 0 \quad , \quad c_0 = 1$

$$c_2 = \frac{-1}{2}(c_1 + c_0) \Rightarrow c_2 = -\frac{1}{2}$$

2

$$c_3 = -\frac{1}{3}(c_2 + c_1) \Rightarrow c_3 = -\frac{1}{3}\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{6}$$

$$c_4 = -\frac{1}{4}(c_3 + c_2) = -\frac{1}{4}\left(-\frac{2}{6}\right) = \frac{1}{12}$$

$c_1 = 1 \quad , \quad c_0 = 0$

$$-\frac{1}{3}\left(-\frac{1}{2} + 1\right) = -\frac{1}{6}$$

2

$$y = A\left[1 - \frac{1}{2}z^2 + \frac{1}{6}z^3 + \frac{1}{12}z^4 + \dots\right] + B\left[z - \frac{1}{2}z^2 - \frac{1}{6} + \frac{1}{6}z^4 + \dots\right]$$

$$y = A\left[1 - \frac{1}{2}(x-2)^2 + \frac{1}{6}(x-2)^3 + \frac{1}{12}(x-2)^4 + \dots\right]$$
$$+ B\left[(x-2) - \frac{1}{2}(x-2)^2 - \frac{1}{6}(x-2)^3 + \frac{1}{6}(x-2)^4 + \dots\right]$$

2.5

السؤال الثاني

$y' = -x - y$ ، $x' = 3x + 3y$

$$\begin{vmatrix} 3-\lambda & 3 \\ -1 & -1-\lambda \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow -3 + \lambda^2 - 2\lambda + 3 = 0 \Rightarrow \lambda_1 = 2 ، \lambda_2 = 0$$

من أجل $\lambda_1 = 2$

$$\alpha + 3\beta = 0$$
$$-\alpha - 3\beta = 0$$

من أجل $\beta = 1 \Leftarrow \alpha = -3 \Leftarrow$ الحل الأساسي الأول $x_1 = -3e^{2t}$ ، $y_1 = e^{2t}$

من أجل $\lambda_2 = 0$

$$\alpha = -\beta \Leftarrow \begin{cases} 3\alpha + 3\beta = 0 \\ -\alpha - \beta = 0 \end{cases}$$

من أجل $\alpha = 1 \Leftarrow \beta = -1 \Leftarrow x_2 = 1$ ، $y_2 = -1$

$\Leftarrow$ الحل العام

$$x = -3c_1 e^{2t} + c_2$$
$$y = c_1 e^{2t} - c_2$$

$$\frac{dx}{xy} = \frac{dy}{y^2} = \frac{dz}{xyz - x^2 z}$$

$(1) = (2) \Rightarrow \frac{dx}{x} = \frac{dy}{y} \Rightarrow u_1 : \frac{x}{y} = c_1$ ، $(2) = (3) \Rightarrow \frac{dy}{y^2} = \frac{dz}{c_1 y^2 z - c \dots}$

$(c_1 - c_1^2)\,dy = \frac{dz}{z} \Rightarrow (c_1 - c_1^2)\,y = \ln z + c_2 \Rightarrow \left(\frac{x}{y} - \frac{x^2}{y^2}\right)y - \ln z =$

ثالثاً : 20

$$y\,dx + (z-y)\,dy + x\,dz = 0 \quad (1)$$

$$2x - y - z = 0 \quad (2)$$

2

المعادلة الأولى غير قابلة للمكاملة ، نفاضل المعادلة الثانية

$$2dx - dy - dz = 0$$ 5

$$\Rightarrow 2x\,dx - x\,dy - x\,dz$$

3

بالجمع مع المعادلة الأولى باعتبار $z = 2x - y$

5

$$(y + 2x)\,dx + (2x - y - y - x)\,dy = 0$$

$$(y + 2x)\,dx + (x - 2y)\,dy = 0$$

معادلة تامة 5

$$xy + x^2 - y^2 = c$$

سؤال الرابع : 15

$$2z + p^2 + qy + 2y^2 = 0$$

$$\underset{(1)}{\frac{dx}{-2p}} = \underset{(2)}{\frac{dy}{-y}} = \underset{(3)}{\frac{dz}{-2p^2 - qy}} = \underset{(4)}{\frac{dp}{2p}} = \frac{dq}{2q + 4y} = \frac{dg}{0}$$ 3

$\Leftarrow (4) , (2)$ 2

$$p y^2 = a$$

3

$$dz = p\,dx + q\,dy = \frac{a}{y^2}\,dx - \left(2z + \frac{a^2}{y^5} + 2y\right) dy$$ 2

2 2

$$y^2\,dz + 2yz\,dy = a\,dx - \left(\frac{a^2}{y^3} + 2y^3\right) dy$$

2

$$y^2 z = ax + \frac{a^2}{2}\,\frac{1}{y^2} - \frac{1}{2}\,y^4 + b$$

ادي ثم

جامعة تشرين	امتحان مقرر < معادلات تفاضلية ٢ >	الاسم :
كلية العلوم الثانية	لطلاب السنة الثانية رياضيات	الدرجة : ٧٥
قسم الرياضيات	الدورة الفصلية الثانية ٢٠١٤-٢٠١٥	المدة: ساعتان

السؤال الأول: (١٥ درجة)

أوجد الحل العام للمعادلة التفاضلية التالية:

$$3(1+x)^2 y'' - (1+x)y' + y = 0$$

السؤال الثاني: (١٥ درجة)

أوجد الحل العام للمجموعة التفاضلية التالية:

$$y' = \cos x + z \quad ، \quad z' = 1 - y$$

السؤال الثالث: (١٥ درجة)

عين المنحنيات المحققة للمعادلة ذات التفاضلات الكلية التالية

$$ydx + (z-y)dy + xdz = 0$$

والواقعة في المستوي :

$$2x - y - z = 0$$

السؤال الرابع: (٣٠ درجة)

١- أوجد الحل العام للمعادلة التفاضلية الجزئية التالية

$$(D^2 + 3D'D - 2D - 3D' + 1)z = e^{x+y}$$

٢- أوجد تكامل تام للمعادلة التفاضلية الجزئية التالية

$$2z + p^2 + qy + 2y^2 = 0$$

انتهت الأسئلة

مع تمنياتي لكم بالنجاح مدرسة المقرر: د. منال حسين

سلم تصحيح مقرر معادلات تفاضلية 2

لطلاب سنة رياضيات جع

مصطفى حديث

2014 - 2015

السؤال الأول :

$3(x+1)^2 y'' - (x+1)y' + y = 0$ 2

2

$x+1 = 3 \,،\; y' = \frac{dy}{dx} = \frac{dy}{d3}\cdot\frac{d3}{dx} = y'_{3} \,،\; y'' = y''_{3}$ 2

$3^2 y''_{3} - 3y'_{3} + y = 0$ 2 $\,،\; 3 = e^t \,،\; 3y'_{3} = y'_t \,،\; 3^2 y''_{3} = y''_t - y'_t$

$3y''_t - 4y'_t + 2y = 0$ 2 $\quad 3m^2 - 4m + 1 = 0 \,،\; m_1 = 1 \,،\; m_2 = \frac{1}{3}$ 2

2

$y(t) = c_1 e^t + c_2 e^{\frac{1}{3}t} \quad ، \quad y(3) = c_1 3 + c_2 3^{1/3}$

$y(x) = c_1(x+1) + c_2(x+1)^{1/3}$ 1

السؤال الثاني :

$y' = \cos x + 3 \quad ، \; 3' = 1 - y$

$3 = y' - \cos x \Rightarrow 3' = y'' + \sin x \Rightarrow y'' + y = 1 - \sin x$ 5

$m^2 + 1 = 0 \Rightarrow m = \mp i \Rightarrow y_h = c_1\cos x + c_2 \sin x$

1 $\quad y_p = A + Bx\sin x + Cx\cos x$

0 $\quad y' = B\sin x + Bx\cos x + C\cos x - Cx\sin x$

1 $\quad y'' = 2B\cos x - Bx\sin x - 2C\sin x - Cx\cos x$

$A + 2B\cos x - 2C\sin x = 1 - \sin x$

$A = 1 \,،\; B = 0 \,،\; C = \frac{1}{2}$

5

$y_p = 1 + \frac{1}{2}x\cos x \Rightarrow \boxed{y = c_1\cos x + c_2\sin x + 1 + \frac{1}{2}x\cos x}$

$y' = -c_1\sin x + c_2\cos x + \frac{1}{2}\cos x - \frac{1}{2}x\sin x$

$\boxed{3 = -c_1\sin x + c_2\cos x - \frac{1}{2}x\sin x - \frac{1}{2}\cos x}$ 5

السؤال الثالث:

$$y\,dx + (z-y)\,dy + x\,dz = 0 \quad (1)$$

$$2x - y - z = 1 \quad (2)$$

المعادلة الأولى غير قابلة للمكاملة ، نفاضل المعادلة الثانية

$$2dx - dy - dz = 0$$

$$\Rightarrow 2x\,dx - x\,dy - x\,dz = 0$$

بالجمع مع المعادلة الأولى باعتبار $z = 2x - y - 1$

$$(y+2x)\,dx + (2x - y - 1 - y - x)\,dy = 0$$

$$(y+2x)\,dx + (x - 2y - 1)\,dy = 0$$

معادلة تامة

$$xy + x^2 - y^2 - y = c \quad (3)$$

وتكون المنحنيات المطلوبة ممثلة بتقاطع المستوي (3) مع السطوح (1)

السؤال الرابع:

أ-

$$(D^2 + 3D'D - 2D - 3D' + 1)z = e^{x+y}$$

$$(D-1)(D+3D'-1)z = e^{x+y} \Rightarrow z_h = e^x f_1(y) + e^x f_2(y-3x)$$

$$z_p = \frac{1}{D-1} \cdot \frac{1}{D+3D'-1} e^{x+y}$$

$$= \frac{1}{D-1}\left(\frac{1}{1+3-1} e^{x+y}\right) = \frac{1}{3}\frac{1}{D-1} e^{x+y}$$

$$= \frac{1}{3} e^x \int e^{-x} e^{x+a}\,dx \ ; \ y = a - mx = a$$

$$= \frac{1}{3} e^x \int e^{-x+x+a}\,dx = \frac{1}{3} e^x e^a x$$

$$= \frac{1}{3} x e^{x+y}$$

-2

$2z + p^2 + qy + 2y^2 = 0$ 5

$$\frac{dx}{-2p} = \frac{dy}{-y} = \frac{dz}{-2p^2 - qy} = \frac{dp}{2p} = \frac{dq}{2q+4y} = \frac{dg}{0}$$

(1) (2) (3) (4)

2

$py^2 = a \Leftarrow (4),(2)$

3

$dz = p\,dx + q\,dy = \frac{a}{y^2}dx - \left(2z + \frac{a^2}{y^5} + 2y\right)dy$

$y^2 dz + 2yz\,dy = a\,dx - \left(\frac{a^2}{y^3} + 2y^3\right)dy$

5

$y^2 z = ax + \frac{a^2}{2}\frac{1}{y^2} - \frac{1}{2}y^4 + b$

أو بأخذ (1)، (4) نحصل

$y^2\left[(x+a)^2 + y^2 + 2z\right] = b$

جامعة تشرين
كلية العلوم الثانية
قسم الرياضيات

امتحان مقرر < معادلات تفاضلية ٢ >
لطلاب السنة الثانية رياضيات
الدورة الفصلية الأولى ٢٠١٤-٢٠١٥

الاسم :
الدرجة : ١٠٠
المدة: ساعتان

السؤال الأول: (٢٥ درجة)

أوجد بطريقة النشر بجوار النقطة $x = 0$ الحل العام للمعادلة التفاضلية التالية:

$$xy'' + (x-1)y' - y = 0$$

السؤال الثاني: (٢٥ درجة)

أوجد الحل العام بطريقة المؤثر التفاضلي للمجموعة التفاضلية التالية:

$$y' - 4y + z = 1 - 5t \quad , \quad z' - y - 2z = t - 1$$

السؤال الثالث: (٢٥ درجة)

أوجد السطح التكاملي للمعادلة التفاضلية الجزئية

$$xq - yp = 0$$

والمار بالمنحني المعطى بالمعادلتين :

$$x = 0 \ , \ y^2 - z = 0$$

السؤال الرابع: (٢٥ درجة)

أوجد الحل العام للمعادلة التفاضلية الجزئية التالية

$$(D^3 - D^2 - 4DD'^2 + 4D'^2)z = e^{2x+y}$$

انتهت الأسئلة

مع تمنياتي لكم بالنجاح .... مدرسة المقرر : د. منال حسين

سلم تصحيح

جامعة تشرين
كلية العلوم الثانية
قسم الرياضيات

امتحان مقرر < معادلات تفاضلية 2 >
لطلاب السنة الثانية - المستوى الرابع
الفصل الصيفي للعام الدراسي 2014-2013

الدرجة: 60
المدة: ساعة و نصف

السؤال الأول: (15 درجة)

لتكن المعادلة التفاضلية التالية: $2x(1-x)y''+(1-x)y'+3y=0$

1. بين طبيعة النقطة $x=0$.
2. أوجد بطريقة النشر بجوار النقطة $x=0$ الحل العام للمعادلة التفاضلية السابقة.

السؤال الثاني: (15 درجة)

حل المجموعة التفاضلية التالية:

$$y_1' = y_2$$

$$y_2' = -y_1 + \frac{1}{\cos t}$$

السؤال الثالث: (30 درجة)

أوجد الحل العام للمعادلتين التفاضليتين الجزئيتين التاليتين:

1. $2xzp+2yzq=x+y$
2. $(D-D')(D+D')z=1+y$

مع تمنياتي لكم بالنجاح

مدرسة المقرر : د. منال حسين

سلم تصحيح معادلات تفاضلية /2/ م3

س2 رياضيات الفصل الصيفي 2013 - 2014

السؤال الأول: (1) $\lim_{x\to 0} x p(x) = \frac{1}{2}$, $\lim x^2 q(x) = 0$ (1)

$$2x(1-x)y'' + (1-x)y' + 3y = 0$$

وبالتالي النقطة (1) نظامية

2- نفرض أن للمعادلة حلاً من الشكل (1)

$$y = \sum_{n=0}^{\infty} c_n x^{n+\alpha} \qquad y' = \sum (n+\alpha) c_n x^{n+\alpha-1} \ (1)$$

$$y'' = \sum (n+\alpha)(n+\alpha-1) c_n x^{n+\alpha-2} \ (1)$$

بالتعويض نجد

$$\sum c_n (n+\alpha)(n+\alpha-1) x^{n+\alpha} - \sum_{n=0}^{\infty} 2c_n (n+\alpha)(n+\alpha-1) x^{n+\alpha+1} + \sum_{n=0}^{\infty} c_n (n+\alpha) x^{n+\alpha} - \sum_{n=0}^{\infty} c_n (n+\alpha) x^{n+\alpha+1} + \sum_{n=0}^{\infty} 3 c_n x^{n+\alpha}$$

(2)

$$c_0 \alpha(\alpha-1) + c_0\alpha) x^\alpha + \sum_{n=1}^{\infty} \left(-c_{n-1}(n-1+\alpha)(2n+2\alpha-3) + 3c_{n-1}\right] x^{n+\alpha} = 0$$

(1) (1)

$$(\alpha-1)+\alpha = 0 \Rightarrow \alpha = 0,\ \alpha = \frac{1}{2}$$

(1) (1)

$$(n+\alpha)(2n+2\alpha-1) + c_{n-1}\left(3 - (n+\alpha-1)(2n+2\alpha-3)\right] = 0 \Rightarrow c_n = \frac{2n+2\alpha-5}{2n+2\alpha-1} c_{n-1}$$

$c_0 = 1$ (1)

$$\alpha = 0 \Rightarrow c_n = \frac{2n-5}{2n-1} c_{n-1} \Rightarrow c_1 = -3c_0 = -3 ,\ c_2 = -\frac{1}{3}c_1 = 1 ,\ c_3 = \frac{1}{5} , \ldots$$

(1)

$$\alpha = \frac{1}{2} \Rightarrow c_n = \frac{2n-4}{2n} c_{n-1} \Rightarrow c_n = \frac{n-2}{n} c_{n-1} \Rightarrow c_1 = -c_0 = -1 ,\ c_2 = 0 ,\ c_3 = 0 = c_4$$

(1)

$$y = A\left(1 - 3x + x^2 + \frac{1}{5}x^3 + \cdots\right) + B(1-x)\sqrt{x}$$

(2)

السؤال الثاني:

(1) (1)

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} ,\ |A - mI| = m^2 + 1 = 0 \Rightarrow m = \mp i$$

من أجل $m = i = a + bi$ نوجد الشعاع الذاتي المرافق

(1)

$$\begin{pmatrix} -i & 1 \\ -1 & -i \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$-i\alpha + \beta = 0 \quad (1)$$
$$-\alpha - i\beta = 0 \Rightarrow \alpha = -i\beta \quad (1)$$

$$\alpha = 1 \Rightarrow \beta = i \Rightarrow B = \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix} ,\ \mathrm{Re}B = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} ,\ \mathrm{Im}B = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$W(0) = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = 1 \neq 0$$

(1)

$$\begin{pmatrix} y_{1h} \\ y_{2h} \end{pmatrix} = e^{at}\left(c_1\{\mathrm{Re}B\cos bt - \mathrm{Im}B\sin bt\} + c_2\{\mathrm{Im}B\cos bt + \mathrm{Re}B\sin bt\}\right)$$

(1)

$$= c_1\left[\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}\cos t - \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}\sin t\right] + c_2\left[\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}\cos t + \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}\sin t\right]$$

(1)

$$y_{1h} = c_1\cos t + c_2\sin t ,\ y_{2h} = -c_1\sin t + c_2\cos t$$

لحساب y_p نستخدم طريقة لاغرانج (1)

$$\begin{cases} c_1'\cos t + c_2'\sin t = 0 \\ -c_1'\sin t + c_2'\cos t = \frac{1}{\ldots} \end{cases} \Rightarrow c_2' = 1 \Rightarrow c_2 = t \ldots

السؤال الثالث :

$$2xzp + 2yzq = x+y$$

$$\frac{dx}{2xz} = \frac{dy}{2yz} = \frac{dz}{x+y}$$

$(1)=(2) \Rightarrow \frac{dx}{x} = \frac{dy}{y} \Rightarrow \frac{x}{y} = c_1 = u_1$

$(1)+(2)=(3) \Rightarrow \frac{dx+dy}{2(x+y)z} = \frac{dz}{x+y} \Rightarrow dx+dy = 2z\,dz \Rightarrow x+y-z^2 = c_2 = u_2$

$$\Rightarrow F\left(\frac{x}{y}, x+y-z^2\right) = 0$$

-2

$$(D-D')(D+D')z = 1+y$$

$$z_h = f_1(y+x) + f_2(y-x)$$

$$z_p = \frac{1}{D-D'}\,\frac{1}{D+D'}(1+y) = \frac{1}{D-D'}\int(1+a+x)\,dx = \frac{1}{D-D'}\left(x+ax+\frac{x^2}{2}\right),\ y-x$$

$$= \frac{1}{D-D'}\left(x+(y-x)x+\frac{x^2}{2}\right) = \int x+(b-x)x-\frac{x^2}{2}\,dx$$

$$= \frac{x^2}{2} + b\frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{2} \quad ,\ b = y+x$$

$$z_p = \frac{x^2}{2} + \frac{yx^2}{2}$$

$$z(x,y) = z_h + z_p$$

انتهت الأسئلة

مع تمنياتي بالنجاح

سلم تصحيح

جامعة تشرين
كلية العلوم الثانية
قسم الرياضيات

امتحان مقرر < معادلات تفاضلية 2 >
لطلاب السنة الثانية - المستوى الرابع
الفصل الثاني للعام الدراسي 2013-2014

الدرجة: 60
المدة: ساعة و نصف

السؤال الأول: (15 درجة)

لتكن المعادلة التفاضلية التالية: $(1+x^2)y''+xy'-y=0$

1. بين طبيعة النقطة $x=0$.
2. أوجد بطريقة النشر بجوار النقطة $x=0$ الحل العام للمعادلة التفاضلية السابقة.

السؤال الثاني: (15 درجة)

حل المجموعة التفاضلية التالية:

$$2(D-2)x+(D-1)y=e^t$$
$$(D+3)x+y=0$$

السؤال الثالث: (15 درجة)

1. أوجد مجموعة التوابع f لكي تحقق المعادلة التفاضلية التالية شرط قابلية الحل

$$(y+z)dx+xdy+f(x,y,z)dz=0$$

2. برهن ان $f(x,y,z)=x$ هو أحد التوابع السابقة.
3. أوجد حل المعادلة التفاضلية السابقة من أجل $f(x,y,z)=x$.

السؤال الرابع: (15 درجة)

أوجد الحل العام للمعادلة التفاضلية الجزئية التالية

$$(D^3-D^2-4DD'^2+4D'^2)z=e^{2x+y}$$

مع تمنياتي لكم بالنجاح

مدرسة المقرر : د. منال حسين

08-06-14

سلم تصحيح مقرر معادلات تفاضلية /2/ 4 م ـــ س 2 رياضيات

فصل ثاني 2013 - 2014

السؤال الأول :

$$(1+x^2)y'' + xy' - y = 0$$

النقطة عادية (2)

$$p(x) = \frac{x}{1+x^2} \ (1), \quad q(x) = \frac{-1}{1+x^2}$$

$$y = \sum c_n x^n \ (1) \Rightarrow y' = \sum n c_n x^{n-1} \ (1), \quad y'' = \sum (n-1) n c_n x^{n-2} \ (1)$$

$$(1+x^2)\sum n(n-1) c_n x^{n-2} + x \sum n c_n x^{n-1} - \sum c_n x^n = 0$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} (n^2-1) c_n x^n + \sum_{n=0}^{\infty} (n+2)(n+1) c_{n+2} x^n = 0 \ (1)$$

$$\sum \left((n^2-1) c_n + (n+2)(n+1) c_{n+2} \right) x^n = 0 \Rightarrow c_{n+2} = \frac{n^2-1}{-(n+2)(n+1)} c_n \ (1)$$

$$\Rightarrow c_{n+2} = \frac{1-n}{2+n} c_n \ (1)$$

$$c_0 = 1, c_1 = 0 \Rightarrow c_2 = \frac{1}{2} \ (1), \ c_4 = -\frac{1}{8}, \ c_6 = \frac{1}{16} \ldots$$

$$c_3 = c_5 = c_7 = 0 \ldots$$

$$c_0 = 0, c_1 = 1 \ (1) \Rightarrow c_2 = c_4 = c_6 = \ldots = 0 \ (1)$$

$$c_3 = 0 = c_5 = c_7 = \ldots = 0$$

$$(1) \Rightarrow y_1 = 1 + \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{8}x^4 + \frac{1}{16}x^6 + \ldots$$

$$(1) \ y_2 = x$$

$$y = A y_1 + B y_2 \ (1)$$

السؤال الثاني :

$$2(D-2)x + (D-1)y = e^t$$

$$(D+3)x + y = 0$$

$$\Delta = (1) \begin{vmatrix} 2(D-2) & D-1 \\ D+3 & 1 \end{vmatrix} = (1) -(D^2+1)$$

$$\Delta_x = (1) \begin{vmatrix} e^t & D-1 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} (1) = e^t, \quad \Delta_y = (1) \begin{vmatrix} 2(D-2) & e^t \\ D+3 & 0 \end{vmatrix} (1) = -e^t - 3e^t = -4e^t$$

$$(1) \ \Delta x = \Delta_x, \ \Delta y = \Delta_y \Rightarrow -(D^2+1)x = e^t, \ -(D^2+1)y = -4e^t$$

$$D^2+1 = 0 \Rightarrow D = \mp i \ (1)$$

$$x_h = c_1 \cos t + c_2 \sin t \ (1)$$

$$y_h = c_1 \cos t + c_2 \sin t$$

$$x_p = -\frac{1}{D^2+1} e^t \ (1) = -\frac{1}{2} e^t \ (1)$$

$$(1) \ y_p = -\frac{1}{D^2+1}(4e^t) = \frac{4}{2}e^t = 2e^t \ (1)$$

$$\Rightarrow x = c_1 \cos t + c_2 \sin t - \frac{1}{2}e^t \ (1)$$

$$y = b_1 \cos t + b_2 \sin t + 2e^t$$

$$b_1 = -c_2 - 3c_1 \ (1), \quad b_2 = c_1 - 3c_2$$

بالاشتقاق والتعويض في المعادلة نجد

$$x = c_1 \cos t + c_2 \sin t - \frac{1}{2}e^t$$

$$y = (-c_2 - 3c_1)\cos t + (c_1 - 3c_2)\sin t - 2e^t$$

الثالث :

1- $(y+z)\,dx + x\,dy + f\,dz = 0$

$$\begin{vmatrix} y+z & x & f \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ y+z & x & f \end{vmatrix} \;(1) = (y+z)\frac{\partial f}{\partial y} - x\frac{\partial f}{\partial x} + x = 0 \quad (1)\;(1)$$

$$-x\frac{\partial f}{\partial x} + (y+z)\frac{\partial f}{\partial y} = -x \Rightarrow \frac{dx}{-x} = \frac{dy}{y+z} = \frac{dz}{0} = \frac{df}{-x} \quad (1)$$

$$\left.\begin{aligned} z &= c_1 \;(2) \\ f &= x + c_2 \\ x(y+z) &= c_3 \end{aligned}\right\} \Rightarrow F(z, f-x, x(y+z)) = 0 \quad (1)$$

$$f - x = H(z, x(y+z))$$

$$f = x + H \quad (1)$$

2- نختار $H=0$ مثلاً $f = x$ هو أحد التوابع المطلوبة (2)

3- (5)

$$(y+z)\,dx + x\,dy + x\,dz = 0 \Rightarrow x(y+z) = c$$

$$\frac{dx}{x} + \frac{dy+dz}{y+z} = 0$$

السؤال الرابع :

$$(D^3 - D^2 - 4DD'^2 + 4D'^2)z = e^{2x+y}$$

$$(D-2D')(D+2D')(D-1)z = e^{2x+y} \quad (1)\;(1)$$

1- $z_h = f_1(y+2x) + f_2(y-2x) + e^x f_3(y)$ (1) (1) (1)

$$z_p = \frac{1}{D-2D'}\,\frac{1}{(D+2D')(D-1)}\,e^{2x+y} \;(2) = \frac{1}{D-2D'}\left(\frac{1}{4}e^{2x+y}\right) \;(2)$$

$$= \frac{1}{4}\int e^{2x+a-2x}\,dx \;(1), \quad y+2x = a \;(1)$$

$$= \frac{1}{4}\int e^{a}\,dx \;(1) = \frac{1}{4}x e^{a} \;(1) = \frac{1}{4}x e^{y+2x}$$

$$z = z_h + z_p \quad (1)$$

انتهى

جامعة تشرين	امتحان مقرر < معادلات تفاضلية 2 >	الاسم :
كلية العلوم الثانية	لطلاب السنة الثانية رياضيات	الدرجة : 75
قسم الرياضيات	الدورة الفصلية الثانية 2013-2012	المدة: ساعتان

السؤال الأول: (15 درجة)

أوجد بطريقة النشر بجوار النقطة $x=0$ الحل العام للمعادلة التفاضلية التالية:

$$4xy''+2y'+y=0$$

السؤال الثاني: (20 درجة)

أوجد الحل العام للمجموعة التفاضلية التالية:

$$x'=x+2y-z \quad , \quad y'=y+z \quad , \quad z'=2z$$

السؤال الثالث: (20 درجة)

أوجد المعادلة التفاضلية الجزئية لكل من العلاقتين التاليتين:

1. $z=f(x-y);$ f تابع اختياري
2. $z=ax^2+by^2+ab$; a,b ثوابت اختيارية

السؤال الرابع: (20 درجة)

أوجد الحل العام للمعادلتين التفاضليتين الجزئيتين التاليتين:

1. $2xzp+2yzq=x+y$
2. $\left(D^2-3D'D+2D'^2\right)z=\sin(2x-y)$

انتهت الأسئلة

مع تمنياتي لكم بالنجاح

مدرسة المقرر : د. منال حسين

12 - 06 - 13

سلم تصحيح مقرر معادلات تفاضلية /2/ س2 ل ف2 2012-2013

نظام فصلي

السؤال الأول : $n=0$ نقطة شاذة ، $p_1(x) = x p(x) = \frac{1}{2}$ ، $q_1(x) = x^2 q(x) = \frac{x}{4}$ ⇐ $n=0$ نقطة شاذة نظامية (5)

نفرض أن للمعادلة حل من الشكل $y = x^\alpha \sum_{n=0}^{\infty} c_n x^n$ ، $y' = \sum (n+\alpha) c_n x^{n+\alpha-1}$ (3)

$y'' = \sum (n+\alpha)(n+\alpha-1) x^{n+\alpha-2}$ ، نعوض في المعادلة نجد

(4)

$$\left(4\alpha(\alpha-1)+2\alpha\right) c_0 x^\alpha + \sum_{n=1}^{\infty} \left(2(n+\alpha)(2n+2\alpha-1) c_n + c_{n-1}\right) x^{n+\alpha} = 0$$

x^α : $4\alpha(\alpha-1)+2\alpha c_0 = 0 \qquad c_0 = 1 \Rightarrow \alpha_1 = \frac{1}{2} , \alpha_2 = 0$ (1)

$x^{n+\alpha}$: $2(n+\alpha)(2n+2\alpha-1) c_n + c_{n-1} = 0 \Rightarrow c_n = \dfrac{-c_{n-1}}{2(n+\alpha)(2n+2\alpha-1)}$

الفرق بين α_1, α_2 عدد غير صحيح ⇐ لإيجاد y_1, y_2 نعوض α_1, α_2 في العلاقة التدريجية

y_1 : $c_n = -\dfrac{c_{n-1}}{2(n+\frac{1}{2})(2n+1-1)} = \dfrac{-c_{n-1}}{2n(2n+1)} \Rightarrow c_1 = -\frac{1}{3!} , c_2 = \frac{1}{5!} , c_3 = \frac{-1}{7!}$

$\Rightarrow c_n = \dfrac{(-1)^n}{(2n+1)!}$

$\Rightarrow y_1 = \sum \dfrac{(-1)^n}{(2n+1)!} x^{n+\frac{1}{2}} = \sin\sqrt{x}$ (1)

y_2 : $c_n = \dfrac{-c_{n-1}}{2n(2n-1)} \Rightarrow c_1 = -\frac{1}{2!} , c_2 = \frac{1}{4!} , c_3 = \frac{-1}{6!} \Rightarrow c_n = \dfrac{(-1)^n}{2n!}$

$\Rightarrow y_2 = \sum \dfrac{(-1)^n}{2n!} x^n = \sum \dfrac{(-1)^n}{2n!} (\sqrt{x})^{2n} = \cos\sqrt{x}$ (1)

$\Rightarrow y = A\cos\sqrt{x} + B\sin\sqrt{x}$

السؤال الثاني

$$\begin{vmatrix} 1-m & 2 & -1 \\ 0 & 1-m & 1 \\ 0 & 0 & 2-m \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow (1-m)(1-m)(2-m) = 0$$

(5)

$\Rightarrow m_{1,2} = 1$ (4) ، $m_3 = 2$

من أجل $m_{1,2} = 1$ نفتش عن حل من الشكل

$$\left.\begin{aligned} x &= (\alpha_1+\beta_1 t)e^t \\ y &= (\alpha_2+\beta_2 t)e^t \\ z &= (\alpha_3+\beta_3 t)e^t \end{aligned}\right\} \Rightarrow \begin{aligned} x' &= (\alpha_1+\beta_1 t)e^t + \beta_1 e^t \\ y' &= (\alpha_2+\beta_2 t)e^t + \beta_2 e^t \\ z' &= (\alpha_3+\beta_3 t)e^t + \beta_3 e^t \end{aligned}$$

(2) (2)

بالتعويض نجد

$\alpha_1 + \beta_1 t + \beta_1 = \alpha_1 + 2\alpha_2 - \alpha_3 + (\beta_1 + 2\beta_2 - \beta_3)t$

$\alpha_2 + \beta_2 + \beta_2 t = \alpha_2 + \alpha_3 + (\beta_2 + \beta_3)t$

$\alpha_2 + \beta + \beta t = 2\alpha_2 + 2\beta t$

بالمطابقة نجد أن

$\alpha_1+\beta_1=\alpha_1+2\alpha_2-\alpha_3 \Rightarrow \beta_1=2\alpha_2-\alpha_3$

$\beta_1=\beta_1+2\beta_2-\beta_3 \Rightarrow \beta_3=2\beta_2$

$\alpha_2+\beta_2=\alpha_2+\alpha_3 \Rightarrow \beta_2=\alpha_3$

$\beta_2=\beta_2+\beta_3 \Rightarrow \beta_3=0 \Rightarrow \boxed{\beta_2=\beta_3=\alpha_3=0}$

$\boxed{\beta_1=2\alpha_2}$

نأخذ $\alpha_1=c_1$ ، $\beta_1=c_2$ ، $\alpha_2=\frac{1}{2}\beta_1=\frac{1}{2}c_2$

$x=(c_1+c_2t)e^t$ (1)

$y=\frac{1}{2}c_2e^t$

$z=0$

من أجل $m=2$

$\gamma=\alpha=\beta \Leftarrow \begin{cases}-\alpha+2\beta-\gamma=0 & (5)\\ -\beta+\gamma=0\end{cases}$

نضع $\beta=\alpha=\gamma=1 \Rightarrow x_3=e^{2t}, y_3=e^{2t}, z_3=e^{2t}$

ويصبح الحل العام

$x=(c_1+c_2t)e^t+c_3e^{2t}$ (1)

$y=\frac{1}{2}c_2e^t+c_3e^{2t}$

$z=c_3e^{2t}$

السؤال الثالث:

- $z=f(x-y)$ ، $z_x=\frac{\partial f}{\partial u}\cdot\frac{\partial u}{\partial x}=p$ (4)

(4) $z_y=\frac{\partial f}{\partial u}\cdot\frac{\partial u}{\partial y}=-\frac{df}{du}=q$ $\Big\}\Rightarrow p+q=0$ (2)

- $ax^2+by^2+ab=z \Rightarrow z_x=2ax \Rightarrow a=\frac{p}{2x}$ (4)

(1) $z_y=2by \Rightarrow b=\frac{q}{2y} \Rightarrow z=\frac{p}{2x}x^2+\frac{q}{2y}y^2+\frac{pq}{4xy} \Rightarrow$

$2xyz=x^2yp+xy^2q$ (2)

السؤال الرابع:

$2xzp + 2yzq = x+y$

$$\frac{dx}{2xz} = \frac{dy}{2yz} = \frac{dz}{x+y} \quad (5)$$

$(1) = (2) \Rightarrow \frac{dx}{x} = \frac{dy}{y} \Rightarrow \frac{x}{y} = c_1 = u_1 \quad (2)$

$(1)+(2) = (3) \Rightarrow \frac{dx+dy}{2(x+y)z} = \frac{dz}{x+y} \Rightarrow dx+dy = 2z\,dz$

$x+y-z^2 = c_2 = u_2 \quad (2) \Rightarrow F\left(\frac{x}{y},\ x+y-z^2\right) = 0 \quad (1)$

$(D^2 - 3D'D + 2D'^2)z = \sin(2x-y)$

$\Delta = 9D'^2 - 4(2D'^2) = D'^2 \quad (3) \Rightarrow D = \frac{3D'+D'}{2} = 2D', \quad D = \frac{3D'-D'}{2} = D' \quad (2) \Rightarrow$

$(D-2D')(D-D')z = 0 \Rightarrow z_h = f_1(y+2x) + f_2(y+x)$

$$z_p = \frac{1}{D^2 - 3D'D + 2D'^2}\sin(2x-y) \quad (3) = -\frac{1}{12}\sin(2x-y) \quad (1)$$

$z = z_p + z_h \quad (1)$

انتهى

جامعة تشرين	امتحان مقرر < معادلات تفاضلية 2 >	الاسم :
كلية العلوم الثانية	لطلاب السنة الثانية رياضيات	الدرجة : 75
قسم الرياضيات	الدورة الفصلية الأولى 2012-2013	المدة: ساعتان

السؤال الأول: (15 درجة)

لتكن المعادلة التفاضلية التالية: $2x(1-x)y''+(1-x)y'+3y=0$

1. بين طبيعة النقطة $x=0$.
2. أوجد بطريقة النشر بجوار النقطة $x=0$ الحل العام للمعادلة التفاضلية السابقة.

السؤال الثاني: (20 درجة)

أوجد الحل العام للمجموعة التفاضلية التالية:

$$x'=-x+3y \quad , \quad y'=2y \quad , \quad z'=2x-y+z \,.$$

السؤال الثالث: (20 درجة)

أوجد المعادلة التفاضلية الجزئية لكل من العلاقتين التاليتين:

1. $z=f(x-y);$ f تابع اختياري
2. $z=ax^2+by^2+ab\,;$ a,b ثوابت اختيارية

السؤال الرابع: (20 درجة)

أوجد الحل العام للمعادلتين التفاضليتين الجزئيتين التاليتين:

1. $2xzp+2yzq=x+y$
2. $\left(D^2-D'D-D'-1\right)z=e^{(3x+y)}$

انتهت الأسئلة

مع تمنياتي بالنجاح للجميع

مدرسة المقرر : د. منال حسين

2013-02-12

معادلات تفاضلية 2

$y = A\left[1-3x+x^2+\frac{1}{5}x^3\right]+B(1-x)\sqrt{x}$ 1

السؤال الثاني:

$= -x+3y-y' = 2y-z' = 2x-y+z$

$\begin{vmatrix} \cdot & 3 & 0 \\ 0 & 2-m & 0 \\ 2 & -1 & 1-m \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow$ 3 $m=1,\ m=-1,\ m=2$

من أجل $m=2$

$-3\alpha+3\beta=0$

$0\beta=0$

$2\alpha-\beta-\gamma=0$ 5

$\gamma=1 \Leftarrow \alpha=1 \Leftarrow \beta=1$

$x_1=e^{2t},\ y_1=e^{2t},\ z_1=e^{2t}$

من أجل $m=-1$

$3\beta=0$

$2\alpha-\beta+2\gamma=0$ 5

$2\alpha=-2\gamma \Leftarrow \beta=0$

$\gamma=-1 \Leftarrow \alpha=1$

$x_2=e^{-t},\ y_2=0,\ z_2=-e^{-t}$

من أجل $m=1$

$\left.\begin{array}{l}-2\alpha+3\beta=0\\ \beta=0\\ 2\alpha-\beta=0\end{array}\right\} \Rightarrow \alpha=\beta=0,\ \gamma=1$ 5

$x_3=0,\ y_3=0,\ z_3=e^{t}$

$= c_1e^{2t}+c_2e^{-t},\ y=c_1e^{2t}$ 2 $,\ z=c_1e^{2t}-c_2e^{-t}+c_3e^{t}$

السؤال الثالث: 10

$z=f(x-y),\ z_x=\frac{\partial f}{\partial u}\frac{\partial u}{\partial x}=p$

$z_y=\frac{\partial f}{\partial u}\frac{\partial u}{\partial y}=-\frac{df}{du}=q$ $\Big\} \Rightarrow p+q=0$

$ax^2+by^2+ab=z \Rightarrow z_x=2ax \Rightarrow a=\frac{p}{2x},\ z_y=2by \Rightarrow b=\frac{q}{2y}$

$\frac{p}{2x}x^2+\frac{q}{2y}y^2+\frac{pq}{4xy} \Rightarrow 2xyz=x^2yp+xy^2q$ 10

السؤال الرابع:

$2xzp + 2yzq = x + y$

$\frac{dx}{2xz} = \frac{dy}{2yz} = \frac{dz}{x+y}$ (3)

$(1)=(2) \Rightarrow \frac{dx}{x} = \frac{dy}{y} \Rightarrow \frac{x}{y} = c_1 : u_1$ (3)

$(1)+(2) = (3) \Rightarrow \frac{dx+dy}{2(x+y)z} = \frac{dz}{x+y} \Rightarrow dx + dy = 2z\,dz \Rightarrow$

$x + y - z^2 = c_2 : u_2$ (3)

$\Rightarrow F\left(\frac{x}{y}, x+y-z^2\right) = 0$ (1)

$(D^2 - D'D - D' - 1)z = e^{3x+y}$

$\Delta = D'^2 - 4(-D'-1) = D'^2 + 4D' + 4 \Rightarrow D = D' + 1, \quad D = -1$

$(D - D' - 1)(D+1)z = e^{3x+y}$ (3)

$z_h(x) = e^{x} f_1(y+x) + e^{-x} f_2(y)$ (3)

$z_p(x) = \frac{1}{(D-D'-1)} \frac{1}{D+1} e^{3x+y} = \frac{1}{4} e^{3x+y}$ (3)

$z(x) = e^{x} f_1(y+x) + e^{-x} f_2(y) + \frac{1}{4} e^{3x+y}$ (1)

حيث f_1, f_2 توابع اختيارية.

انتهت