كلية العلوم

القسم : الرياضيات

السنة : الثانية

اسئلة دوراة محلولة

تحليل عددي١

A 2 Z1 LIBRARY

Facebook Group : A to Z مكتبة

كلية العلوم (فيزياء ، كيمياء ، رياضيات ،علم الحياة)

يمكنكم طلب المحاضرات برسالة نصية (SMS) أو عبر (What's app) على الرقم TEL: 0931497960

جامعة طرطوس | مقرر تحليل عددي ١/س٢ /رياضيات | الاسم الثلاثي:

كلية العلوم | الدورة الفصلية الأولى للعام الدراسي ٢٠٢٤/٢٠٢٥ | الرقم الجامعي:

السؤال الأول: (٢٠ درجة)

١- لتكن لدينا الدالة $f(x)=\frac{e^x+2x}{x^2+1}$ والمطلوب: -أ- أحسب قيمة هذه الدالة في النقطة $x=3,1416$ (عدد مدور)

-ب- أحسب الخطأ المطلق والنسبي المرتكبين في حساب هذه القيمة.

٢- أوجد بطريقة التقريبات المتتالية، الجذر التقريبي للمعادلة: $f(x)=e^x-x^2=0$ ، الواقع داخل المجال $[-1.5,-0.5]$، $\varepsilon=0,005$ (ملاحظة: $x=\sqrt{x^2}=\mp\sqrt{e^x}$)

السؤال الثاني: (٢٥ درجة) لتكن لدينا الدالة $f(x)=xe^x$ المعطاة بالجدول التالي:

x_i	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6
y_i	0.11051	0.24428	0.40495	0.59672	0.82436	1.09327

أ. اكتب جدول الفروق التراجعية لهذه الدالة.

ب. أوجد قيمة تقريبية للدالة في النقطة x=0.15 باستخدام $p_2(x)$ (التراجعية دون ايجادها) ، واحسب الخطأ المرتكب.

ت. احسب القيمة التقريبية لمشتق الدالة y' في النقطة x=0.2 باستخدام كثيرة حدود نيوتن الأمامية الممكنة (دون ايجادها) واحسب عبارة الخطأ المرتكب.

ث. احسب القيمة التقريبية للتكامل $\int_{0.1}^{0.6} f(x)dx$ بطريقتي المستطيلات وسيمبسون (إن أمكن) واذكر عبارة الخطأ المرتكب بعد إيجاد قيمة التكامل.

السؤال الثالث: (٢٥درجة) ١- اختر احدى السؤالين التاليين: أ. لتكن لدينا الدالة المعطاة y=f(x) المعطاة في الجدول التالي:

x_i	2	2.5	3
y_i	0.69315	0.91625	1.0956

والمطلوب: أوجد حدوديات لاغرانج ثم أوجد كثيرة حدود الاستيفاء بطريقة لاغرانج

ب. لتكن لدينا الدالة المعطاة y=f(x) المعطاة في الجدول التالي:

x_i	1	2	3	4
y_i	2	5	8	11

والمطلوب: أ. إيجاد كثيرة حدود الاستيفاء $P_1(x)$ لها بطريقة المربعات الصغرى

٢- لتكن لدينا جملة المعادلات الخطية:

$$\begin{aligned} 3x_1-x_2-x_3&=1\\ -x_1+4x_2-x_3&=2\\ -x_1-x_2+5x_3&=3 \end{aligned}$$

والمطلوب: أ - ادرس وجود حل للجملة

ب - اوجد بطريقة جاكوبي حل جملة المعادلات $X^{(2)}$ حيث $X^{(0)}=\beta$

ج - احسب الخطأ المرتكب

مع تمنياتنا بالتوفيق والنجاح

طرطوس في ٢٠٢٥/٢/١٦م.

مدرس المقرر: أ.د. نضال ابراهيم حسن

Ato Z

سلم توزيع الدرجات = لقرر تحليل عددي "1" - سنة ثانية رياضيات - فصل أول

إجابة السؤال الأول: 1- أ- إن قيمة الدالة بالعطاة (10) 20 عشرون

$$f(x)=\frac{e^x+2x}{x^2+1}=\frac{e^{3.1416}+2(3.1416)}{(3.1416)^2+1}=2.706992508$$

ب- الخطأ المطلق: $\delta_x \le 5\times10^{-5}$

$$(\delta_f)_{max} \le \left|\frac{\partial f}{\partial x}\right| \delta_x$$

$$\frac{\partial f}{\partial x}=\frac{df}{dx}=\frac{e^x(x^2-2x+1)-2x^2+2}{(x^2+1)^2} \Rightarrow (\delta_f)_{max}=0.000037408 2$$

الخطأ النسبي:

$$(e_f)_{max}=\left(\frac{\delta_f}{|f|}\right)_{max} \le \frac{0.000037408 2}{2.706992508}=0.000013819026$$

2- لنختار (10)

$$x^2=e^x \Rightarrow x=\mp\sqrt{e^x}=g_{1,2}(x)$$

$$g_1(x)=\sqrt{e^x} \Rightarrow |g_1'(x)|=\frac{e^x}{2\sqrt{e^x}} \Rightarrow \frac{e^{-1}}{2\sqrt{e^{-1}}}=|g_1'(x_0)|=|g_1'(-1)|<1$$

$$g_2(x)=-\sqrt{e^x} \Rightarrow |g_2'(x)|=\left|\frac{1}{2}\sqrt{e^x}\right|<1$$

إذا الخيارين موفقين ولكن بعد أن:

$$x_{n+1}=g_1(x_n) \notin [-0.5,-1.5]$$

وبالتالي الخيار الأول غير موفق

وبالتالي الخيار موفق

$$x_{n+1}=g_2(x_n)=-\sqrt{e^{x_n}} \in [-0.5,-1.5]$$

$$x_1=g_2(x_0)=-\sqrt{e^{-1}}=-0.63212$$

$$x_2=g_2(x_1)=-\sqrt{e^{-0.63212}}=-0.73840315$$

$$x_3=g_2(x_2)=-\sqrt{e^{-0.73840315}}=-0.69128605$$

$$x_4=g_2(x_3)=-\sqrt{e^{-0.69128605}}=-0.707765096$$

$$x_5=g_2(x_4)=-\sqrt{e^{-0.70776509}}=-0.701957408$$

$$x_6=g_2(x_5)=-\sqrt{e^{-0.701957408}}=-0.703998746$$

شرط التوقف:

$$|X_6-X_5|=|-0.703998746+0.701957408|=0.002<\varepsilon$$

فالجذر التقريبي هو: $x_6=-0.703998746$

A to Z

إجابة سؤال الامتحان

x_i	y_i	∇y_i	$\nabla^2 y_i$	$\nabla^3 y_i$	$\nabla^4 y_i$	$\Delta^5 y_i$
-1	0.11051					
		0.13377				
-2	0.24428		0.0269			
		0.16067		0.00472		
-3	0.40495		0.0311		0.0057	
		0.19177		0.00477		0.00006
-4	0.59672		0.03587		0.00063	
		0.22764		0.0054		
-5	0.82436		0.04127			
		0.26891				
-6	1.09327					

(3) (أ

$$P_2(x) = y_n + \nabla y_n R + \frac{R(R+1)}{2!}\nabla^2 y_n$$

$$R = \frac{x - x_n}{h}$$

(ب (6)

$$R = \frac{0.15 - 0.6}{0.1}$$

$$R = -4.5$$

$$P_2(0.15) = 1.09327 + (-4.5)(0.26891) + \frac{(-4.5)(-3.5)}{2}(0.04127)$$

$$= 1.09327 - 1.210095 + 0.32500125$$

$$= 0.20817625$$

$$\varepsilon \leq \frac{R(R+1)(R+2)}{3!}\nabla^3 y_n = \frac{(-4.5)(-3.5)(-2.5)}{6}(0.0054) = -0.0354375$$

(ج (8)

$$y' \cong P_n'(0.2) = \frac{1}{h}\sum_{k=1}^{n}(-1)^{k+1}\frac{1}{k}\Delta^k y_1$$

$$= \frac{1}{0.1}\left[\Delta y_1 - \frac{1}{2}\Delta^2 y_1 + \frac{1}{3}\Delta^3 y_1 - \frac{1}{4}\Delta^4 y_1\right]$$

$$= \frac{1}{0.1}\left[0.16067 - \frac{1}{2}(0.0311) + \frac{1}{3}(0.00477) - \frac{1}{4}(0.00063)\right]$$

$$= 1.4655525$$

$$\varepsilon'(0.2) = (-1)^n \frac{h^n}{n+1} f^{(n+1)}(s) : s \in [0.2, 0.6] \Rightarrow n = 4 \Rightarrow M = \max\{f^{(5)}(0.2), f^{(5)}(0.6)\}$$

$f = x \cdot e^x \Rightarrow f'(x) = e^x + x \cdot e^x = e^x(1+x)$, $f''(x) = e^x(1+x) + e^x = e^x(2+x)$, ... $f^{(5)} = e^x(5+x)$

$f^{(5)}(0.2) = e^{0.2}(5+0.2) = 6.351294$, $f^{(5)}(0.6) = e^{0.6}(5+0.6) = 10.203865$

$$\varepsilon'(0.2) = \frac{h^4}{5}(10.203865) = 0.00020407$$

A to Z

تتمة إجابة السؤال الثاني : ث) 1- الراضية : (8)

$$S \approx \int_{0.1}^{0.6} f(x)dx = h[y_0+y_1+y_2+y_3+y_4]$$

$$=0.1[0.11051+0.24428+0.40495+0.59672+0.82436] = 0.21808$$

وهذه مساحة مربعة

2- المنطيدة الناجية :

$$S \approx \int_{0.1}^{0.6} f(x)dx = h[y_1+y_2+y_3+y_4+y_5]$$

$$=0.1[0.24428+0.40495+0.59672+0.82436+1.09327] = 0.31635$$

وهذه مساحة مربعة

طالب بالمساحة بطريقة سيمبسون نجد

العدد فردي وبالتالي لا يمكن الطالب بطريقة سيمبسون

الخطأ يساوي :

$$\varepsilon \leq \frac{b-a}{2} h M \quad : \quad M = \max\{|f'(x_0)|, |f'(x_4)|\}$$

$$n = \frac{b-a}{h} = \frac{0.6-0.1}{0.1} = \frac{0.5}{0.1} = 5$$

إجابة السؤال الثالث : 1-) (25 علامة) (12)

(أ) نوجد مضاريب لاغرانج $L_i(x)$:

$$L_0(x) = \frac{(x-x_1)(x-x_2)}{(x_0-x_1)(x_0-x_2)} = \frac{(x-2.5)(x-3)}{(2-2.5)(2-3)} = \frac{1}{0.5}(x^2-5.5x+7.5)$$

$$L_1(x) = \frac{(x-x_0)(x-x_2)}{(x_1-x_0)(x_1-x_2)} = \frac{(x-2)(x-3)}{(2.5-2)(2.5-3)} = -\frac{1}{0.25}(x^2-5x+6)$$

$$L_2(x) = \frac{(x-x_0)(x-x_1)}{(x_2-x_0)(x_2-x_1)} = \frac{(x-2)(x-2.5)}{(3-2)(3-2.5)} = \frac{1}{0.5}(x^2-4.5x+5)$$

نوجد كثيرة حدود لاغرانج بالعلاقة

$$P_n(x) = \sum_{i=0}^{2} L_i(x) y_i$$

$$P_2(x) = L_0(x)y_0 + L_1(x)y_1 + L_2(x)y_2$$

$$= \frac{1}{0.5}(x^2-5.5x+7.5)(0.69315) - \frac{1}{0.25}(x^2-5x+6)(0.91625) +$$

$$+ \frac{1}{0.5}(x^2-4.5x+5)(1.09561)$$

$$= -0.08748x^2 + 0.83986x - 0.63665$$

A to Z

تتمة إجابة السؤال الثالث: 1)

ب - باعتبار لدينا أربع نقاط معطاة في الجدول $P_1(x) = P_m(x)$ وبالتالي هذا يعني أن: عندما $m=1$ (12) هذا يعني أن $S=0,1$ لو بدلنا $S=0$ في العلاقة:

$$a_0 \sum_{i=0}^{3} (x_i)^0 + a_1 \sum_{i=0}^{3} (x_i)^1 = \sum_{i=0}^{3} (x_i)^0 y_i$$

$$a_0(1+1+1+1) + a_1(1+2+3+4) = 2+5+8+11$$

$$4a_0 + 10a_1 = 26 \quad (1)$$

$$a_0 \sum_{i=0}^{3} (x_i)^1 + a_1 \sum_{i=0}^{3} (x_i)^2 = \sum_{i=0}^{3} (x_i)^1 y_i$$

$$a_0(1+2+3+4) + a_1(1+4+9+16) = 80$$

$$10a_0 + 30a_1 = 80 \quad (2)$$

بالحل المشترك

$$a_0 = -1 \ , \ a_1 = 3$$

بالتعويض في كثيرة الحدود الخطية نجد:

$$P_1(x) = 3x - 1$$

تتمة إجابة السؤال الثالث: 2-)

(13)

$$\begin{cases} x_1 = \frac{1}{3} + \frac{1}{3}x_2 + \frac{1}{3}x_3 \\ x_2 = \frac{1}{2} + \frac{1}{4}x_1 + \frac{1}{4}x_3 \\ x_3 = \frac{3}{5} + \frac{1}{5}x_1 + \frac{1}{5}x_2 \end{cases} \quad \alpha = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{4} & 0 & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{5} & \frac{1}{5} & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow \|\alpha\| = \max\{0.66666, 0.5, 0.4\} = 0.66666 < 1$$

وإذاً يوجد حل للجملة

$$\beta = \left[\frac{1}{3}, \frac{1}{2}, \frac{3}{5}\right]^T$$

(1) $x_1 = 0.33333 + 0.16666 + 0.2 = 0.69999$

(1) $x_2 = 0.5 + 0.83333 + 0.125 = 1.45833$

(1) $x_3 = 0.6 + 0.06666 + 0.1 = 0.76666$

(1) $X = (0.69999, 1.45833, 0.76666)$

(2) $x_1 = 0.33333 + 0.48611 + 0.25555 = 1.074993$

(2) $x_2 = 0.5 + 0.1749975 + 0.191665 = 0.866662$

(2) $x_3 = 0.6 + 0.139998 + 0.291666 = 1.031664$

(2) $X = (1.074993, 0.866662, 1.031664)$

$$\|\beta\| = \sqrt{(0.66666)^2 + (0.5)^2 + (0.4)^2} = 0.9243\overset{5683}{}$$

$$\varepsilon \leq \frac{\|\alpha\|^{k+1}}{1-\|\alpha\|}\|\beta\| \Rightarrow \varepsilon \leq \frac{(0.66666)^3}{0.33334}(0.9243583) = 0.82160943$$

إجابة السؤال الثالث: (12) 1- أ- لنوجد حدوديات (معاملات) لاغرانج: (25)

$$L_0(x)=\frac{(x-x_1)(x-x_2)}{(x_0-x_1)(x_0-x_2)}=\frac{(x-2.5)(x-3)}{(2-2.5)(2-3)}=0.5(x^2-5.5x+7.5)$$

$$L_1(x)=\frac{(x-x_0)(x-x_2)}{(x_1-x_0)(x_1-x_2)}=\frac{(x-2)(x-3)}{(2.5-2)(2.5-3)}=-0.25(x^2-5x+6)$$

$$L_2(x)=\frac{(x-x_0)(x-x_1)}{(x_2-x_0)(x_2-x_1)}=\frac{(x-2)(x-2.5)}{(3-2)(3-2.5)}=0.5(x^2-4.5x+5)$$

ب-

$$P_n(x)=\sum_{i=0}^{n} L_i(x)\,y_i$$

بالتعويض نوجد كثيرة حدود لاستيفاء

$$P_2(x)=L_0(x)y_0+L_1(x)y_1+L_2(x)y_2$$

$$=0.5(x^2-5.5x+7.5)(0.69315)-0.25(x^2-5x+6)(0.91625)+$$

$$0.5(x^2-4.5x+5)(1.09561)=0.66533(25x^2-3.22595x+3.96393$$

ج- تطبيق طريقة هورنر (5) (13)

	+1	−1	+1	+1	−1
$x=2$		2+	2+	6+	14
	+1	+1	3	7	13 = f(2)
$x=2$		2+	6+	18+	
	1	3	9	25 = f′(2)	
$x=2$		2+	10+		
	1	5	19 = f″(2)/2! ⇒ f″(2) = 19×2 = 38		
$x=2$		2+			
	1	7 = f‴(2)/3! ⇒ f‴(2) = 7×6 = 42			
$x=2$					
	1 = f⁽⁴⁾(2)/4! ⇒ f⁽⁴⁾(2) = 1×24 = 24				

مكتبة A+Z

تتمة حل السؤال الثالث :

8- ب

x	$f(x)$
0	-1
1	+1

$x^4 - x^3 + x^2 + x - 1 = 0$

$x_0 = \frac{1-0}{2} = 0.5 \Leftarrow [0,1]$ وبما أن الجذر يقع في المجال

لنوجد الخيارات المكنة وأيها موضر :

$x = g_1(x) = -x^4 + x^3 - x^2 + 1 \Rightarrow |g_1'(x_0)| = |-4x_0^3 + 3x_0^2 - 2x_0| = 0.375 < 1$

$x = g_2(x) = \sqrt[4]{x^3 - x^2 - x + 1} \Rightarrow |g_2'(x)| = \frac{3x^2 - 2x - 1}{4\sqrt[4]{(x^3 - x^2 - x + 1)^3}} = \frac{1.25}{1.916} < 1$

نطبيق دستور التقريبات المتتالية :

$x_{n+1} = g(x_n)$

$x_1 = g(x_0) = \sqrt[4]{0.125 - 0.25 - 0.5 + 1} = 0.782542$

$x_2 = g(x_1) = 0.5388257$, $x_3 = g(x_2) = 0.756362$, $x_4 = g(x_3) = 0.5682320$

$x_5 = g(x_4) = 0.7352857$, $x_6 = g(x_5) = 0.5905157 32$, $x_7 = g(x_6) = 0.7186262$

$x_8 = g(x_7) = 0.6073473 21$ ..... $x = 0.66211$

$f(0.6621) = 0.00243 < \varepsilon$

مكتبة A to Z

سلم توزيع الدرجات لمقرر تحليل عددي (1) سنة ثانية رياضيات - فصل ثاني 2024
c.e4

إجابة السؤال الأول: P-1 (12) 20

$$f(x,y,z)=\frac{e^{2.5}-\sin(4.25)}{(2.5)\ln(5.125)}=3.2010866$$

$$\frac{\partial f}{\partial x}=\frac{e^x(x\ln z)-\ln z(e^x-\sin y)}{x^2\ln^2 z}=\frac{e^x[x-1]+[\sin y]}{x^2\ln z}$$

$$=\frac{12.18249396(2.5-1)-0.894989358}{6.25(1.634130525)}$$

$$=1.701577818$$

$$\frac{\partial f}{\partial y}=\frac{-\cos y(x\ln z)}{x^2\ln^2 z}=-\frac{\cos y}{x\ln z}=\frac{0.446087489}{4.085326313}=0.1091926215$$

$$\frac{\partial f}{\partial z}=\frac{-\frac{x}{z}(e^x-\sin y)}{x^2\ln^2 z}=\frac{-e^x+\sin y}{z x\ln^2 z}=\frac{-13.07748332}{34.21476711}$$

$$=-0.3822175516$$

$$\delta_x\le 5\times10^{-2},\ \delta_y\le 5\times10^{-3},\ \delta_z\le 5\times10^{-4}$$

$$(\delta_f)_{max}\le\sum_{i=1}^{3}\left|\frac{\partial f}{\partial x_i}\right|\delta_{x_i}=\left|\frac{\partial f}{\partial x}\right|\delta_x+\left|\frac{\partial f}{\partial y}\right|\delta_y+\left|\frac{\partial f}{\partial z}\right|\delta_z$$

$$=1.701577818\times5\times10^{-2}+0.1091926215\times10^{-3}\times5+$$

$$0.3822175516\times5\times10^{-4}=$$

$$=0.0850788909+0.0005459631+0.0001911875$$

$$0.085152598$$

$$(e_f)_{max}\le\frac{(\delta_f)_{max}}{|f|}=\frac{0.085152598}{3.2010866}=0.026578128$$

مكتبة A to Z

صيغة المعادلة $y' = 1 - \frac{y}{x}$

تتمة إجابة السؤال الأول : ب -

$$y_1 = y_0 + \frac{h}{2}(y'_0 + \bar{y}'_1)$$

(8)

$$\bar{y}'_1 = f(x_1, \bar{y}_1), \quad \bar{y}_1 = y_0 + h y'_0 \Rightarrow y'_0 = 1 - \frac{y_0}{x_0} = 1 - \frac{2}{2} = 1 - 1 = 0$$

$$\bar{y}_1 = 2 + (0.02)(0)2 \Rightarrow \bar{y}'_1 = 1 - \frac{\bar{y}_1}{x_1} = 1 - \frac{2}{2 + 0.02} = 0.00990099009$$

$$y_1 = 2 + \frac{0.02}{2}(0 + 0.00990099009) = 2.000099009$$

ملاحظة : إذا حلّ الطالب المعادلة التفاضلية بطريقة أخرى يحصل على نصف درجة السؤال

مكتبة A to Z

إجابة السؤال الثاني : P-3 (25)

x_i	y_i	Δy_i	$\Delta^2 y_i$	$\Delta^3 y_i$	$\Delta^4 y_i$	$\Delta^5 y_i$
0.1	0.11051					
		0.13377				
0.2	0.24428		0.0269			
		0.16067		0.0042		
0.3	0.40495		0.0311		0.00057	
		0.19177		0.00477		0.00006
0.4	0.59672		0.03587		0.00063	
		0.22764		0.0054		
0.5	0.82436		0.04127			
		0.26891				
0.6	1.09327					

مكتبة A to Z

$$P_2(x) = y_n + R\nabla y_n + \frac{R(R+1)}{2!}\nabla^2 y_n$$

ب- (6) $R = \frac{x - x_n}{h}$

$$R = \frac{0.15}{0.1}\ \frac{0.6}{} = -4.5$$

$$P_2(0.15) = 1.09327 + (-4.5)(0.26891) + \frac{(-4.5)(-3.5)}{2!}(0.04127) = 0.2081762$$

الخطأ الترتيبي : $\varepsilon \le \frac{R(R+1)(R+2)}{3!}\nabla^3 y_n = \frac{(-4.5)(-3.5)(-2.5)}{3!}(0.0054)$

$$= -0.0354375$$

ج- (8) $y'(0.2) = \frac{1}{h}\sum_{k=1}^{4}(-1)^{k+1}\frac{1}{k}\Delta^k y_i = \frac{1}{h}\left[\Delta y_1 - \frac{1}{2}\Delta^2 y_1 + \frac{1}{3}\Delta^3 y_1 - \frac{1}{4}\Delta^4 y_1\right]$

$$= \frac{1}{0.1}\left[0.16067 - \frac{0.0311}{2} + \frac{0.00477}{3} - \frac{0.00063}{4}\right]$$

$$= 1.465525$$

الخطأ الترتيبي : $R_n(x_0) = \frac{h^n}{n+1}f^{(n+1)}(c) : c \in [0.2, 0.6] \Rightarrow R(x_0) = \frac{h^4}{5}M$;

$M = \max\{|f^{(5)}(0.2)|, |f^{(5)}(0.6)|\}$, $f(x) = x \cdot e^x \Rightarrow f'(x) = e^x + x \cdot e^x = e^x(1+x)$

$f''(x) = e^x(1+x) + e^x = e^x(2+x)$, $f''' = e^x(3+x)$, $f'''' = e^x(4+x)$

تتمة إجابة السؤال الثاني ت :

$f^{(4)}(0.2) = e^{0.2}(4+0.2) = 5.129891584$

$f^{(4)}(0.6) = e^{0.6}(4+0.6) = 8.38174648$

$R^1(0.2) = \frac{(0.1)^4}{5}(8.38174648) = 0.0000167634$

8

ت - 1- الاستقراء الداخلية :

$$\int_{0.1}^{0.6} f(x)\,dx = h\,[y_0+y_1+y_2+y_3+y_4]$$

$$= 0.1[0.11051+0.24428+0.40495+0.59672+0.82436]$$

$$= 0.218082$$ وحدة مساحة

2- الاستقراء الخارجية :

$$\int_{0.1}^{0.6} f(x)\,dx = h\,[y_1+y_2+y_3+y_4+y_5]$$

$$= 0.1[0.24428+0.40495+0.59672+0.82436+1.09327]$$

$$= 0.302981$$ وحدة مساحة

أخطاء الرتب :

$$\varepsilon = \frac{b-a}{2} h f'(c) : \quad c \in [0.1, 0.6]$$

$$\varepsilon \le \frac{b-a}{2} h M : \quad M = \max\{|f'(0.1)|, |f'(0.6)|\}$$

$f'(x) = e^x(1+x)$

$1.215688 = f'(0.1) = e^{0.1}(1+0.1)$

$2.91539 = f'(0.6) = e^{0.6}(1+0.6)$

$M = 2.91539$

$$\varepsilon \le \frac{0.6-0.1}{2}(0.1)(2.91539) = 0.072884$$

بما أن

$$n = \frac{b-a}{h} = \frac{0.6-0.1}{0.1} = 5$$ عدد فردي

و يمكن تطبيق طريقة سيمبسون .

مكتبة A to Z

جامعة طرطوس — مقرر تحليل عددي ١/س٢ /رياضيات — الاسم الثلاثي:

كلية العلوم – قسم الرياضيات — الدورة الفصلية الاولى للعام الدراسي ٢٠٢٣/٢٠٢٤ — الرقم الجامعي:

السؤال الأول: (٢٠ درجة)

١- احسب الخطأ المطلق والنسبي المرتكبين في حساب قيمة الدالة $f(x,y)=\sin(e^{xy})$ وذلك في النقطة $(x,y)=(0.5,1.12)$ (اعداد مدورة)

٢- أوجد بطريقة التقريبات المتتالية ، الجذر التقريبي للمعادلة: $f(x)=3x-\cos x-1=0$ ، معتبراً أن $x_0=0.5$ ، $\varepsilon=0.05$

السؤال الثاني: (٢٥ درجة) ١- لتكن لدينا الدالة $y=e^x$ المعطاة بالجدول التالي:

x_i	0	0.2	0.4	0.6	0.8	1
y_i	1	1.2214	1.4918	1.8221	2.2255	2.7183

أ- اكتب جدول الفروق الأمامية لهذه الدالة. - ب- أوجد القيمة التقريبية للدالة عند النقطة $x=0.25$ باستخدام كثيرة حدود نيوتن الامامية $p_3(x)$ (دون ايجادها) واحسب الخطأ المرتكب ج- احسب قيمة المشتق الأول للدالة في النقطة $x=0.2$ باستخدام كثيرة حدود نيوتن الأمامية الممكنة (دون ايجادها) واوجد الخطأ المرتكب –ج- احسب القيمة التقريبية للتكامل $\int_0^1 f(x)dx$ بطريقتي شبه المنحرف، وسيمبسون (إن أمكن) واحسب الخطأ المرتكب.

٢- أوجد بطريقة منشور تايلور الحل العددي y_1 للمعادلة التفاضلية: $y'=y(x-1)$ والشرط الابتدائي $y(0)=1$ و $h=0.1$ مستخدماً اربعة حدود من متسلسلة تايلور

السؤال الثالث: (٢٥درجة) ١- لتكن لدينا الدالة المعطاة $y=e^x$ المعطاة في الجدول التالي:

x_i	-1	0	1
y_i	e^{-1}	1	e

والمطلوب: أوجد حدوديات لاغرانج ثم أوجد كثيرة حدود الاستيفاء بطريقة لاغرانج

٢- لتكن لدينا جملة المعادلات الخطية:

$$3x_1-x_2-x_3=1$$
$$x_1+4x_2-x_3=4$$
$$x_1+x_2-5x_3=-3$$

والمطلوب: أ- ادرس وجود حل للجملة

ب- اوجد بطريقة غاوس سيدل حل جملة المعادلات $X^{(2)}$ حيث β =$X^{(0)}$

ج- احسب الخطأ المرتكب

مكتبة A to Z

مع تمنياتنا بالتوفيق والنجاح
طرطوس في ٢٠٢٤/٢/٤م.

مدرس المقرر: أ.د. نضال ابراهيم حسن

سلم توزيع الدرجات: لمقرر تحليل عددي 1 سنة ثانية رياضيات - فصل أول c.c1 / c.c2

20

إجابة السؤال الأول: (10)

$$f(x,y)=\sin(e^{x\cdot y}) \Rightarrow f(0.5,1.12)=\sin(e^{0.5\times(1.12)})=0.9838658$$

الخطأ المطلق:

$$(\delta_f)_{max} \le \left|\frac{\partial f}{\partial x}\right|\delta_x+\left|\frac{\partial f}{\partial y}\right|\delta_y \quad , \quad \delta_x \le 5\times10^{-2}, \delta_y \le 5\times10^{-3}$$

$$\frac{\partial f}{\partial x}=y\cdot e^{x\cdot y}\cos(e^{x\cdot y})=-0.3507938 \Rightarrow \left|\frac{\partial f}{\partial x}\right|=0.3507938$$

$$\frac{\partial f}{\partial y}=x\cdot e^{x\cdot y}\cos(e^{x\cdot y})=-0.1566044 \Rightarrow \left|\frac{\partial f}{\partial y}\right|=0.1566044$$

$$(\delta_f)_{max} \le (0.3507938)\times0.05+(0.1566044)\times0.005=$$

$$0.01753969+0.000783022=0.018322712$$

الخطأ النسبي:

$$(e_f)_{ma} \le \frac{(\delta_f)_{max}}{|f(x,y)|}=\frac{0.018322712}{0.9838658}=0.01862318\,2$$

---

(10)

$$f(x)=3x-\cos x-1=0$$

$$3x=\cos x+1 \Rightarrow g(x)=\frac{1}{3}(\cos x+1)=x$$

$$g'(x)=\frac{1}{3}(-\sin x) \Rightarrow |g'(x_0)|=\left|\frac{\sin x_0}{3}\right|<1 \quad , \forall x\in\mathbb{R}$$

وبالتالي طريقة موصنر

$$|g'(0.5)|=0.1598085<1$$

نكتب دستور التقريبات المتتالية، ونوجد قيمة الحل:

$$x_{n+1}=g(x_n)$$

$$x_1=g(x_0)=\frac{\cos x_0+1}{3}=0.62586$$

$$x_2=g(x_1)=\frac{\cos x_1+1}{3}=0.60348$$

$$x_3=g(x_2)=\frac{\cos x_2+1}{3}=0.607787$$

$$|x_3-x_2|=|0.60348-0.607787|=0.004<0.005=\varepsilon$$

فالحل التقريبي المطلوب:

$$x_3=0.607787$$

مكتبة A to Z

25 السؤال الثاني:

x_i	y_i	Δy_i	$\Delta^2 y_i$	$\Delta^3 y_i$	$\Delta^4 y_i$
0	1				
		0.2214			
0.2	1.2214		0.049		
		0.2704		0.0109	
0.4	1.4918		0.0599		0.0023
		0.3303		0.0132	
0.6	1.8221		0.0731		0.0008
		0.4034		0.0163	
0.8	2.2255		0.0894		
		0.4928			
1	2.7183				

مكتبة A to Z

$$P_3(x) = y_0 + R\Delta y_0 + \frac{R(R-1)}{2!}\Delta^2 y_0 + \frac{R(R-1)(R-2)}{3!}\Delta^3 y_0$$

$$R = \frac{x - x_0}{h}$$

$$R = \frac{0.25 - 0}{0.2} = 1.25$$

$$P_3(0.25) = 1 + (1.25)(0.2214) + \frac{(1.25)(0.25)}{2!}(0.049) + \frac{(1.25)(0.25)(-0.75)}{3!}(0.0023)$$

$$= 1.28493164$$

$$\ell \leq \frac{R(R-1)(R-2)(R-3)}{4!}\Delta^4 y_0 = \frac{(1.25)(0.25)(-0.75)(-1.75)}{24}(0.0008)$$

$$= 0.00000136718750$$

$$y'(x_1) = \frac{1}{h}\sum_{k=0}^{3}(-1)^k \frac{1}{k+1}\Delta^{k+1} y_1$$

$$= \frac{1}{0.2}\left[\Delta y_1 - \frac{1}{2}\Delta^2 y_1 + \frac{1}{3}\Delta^3 y_1 - \frac{1}{4}\Delta^4 y_1\right] = \frac{1}{0.2}\left[0.2704 - \frac{0.0599}{2} + \frac{0.0132}{3} - \frac{0.0031}{4}\right] = 1.220375$$

25

واجابة السؤال الثالث: 1)

لتوحيد حدود بيانات الأغراض أولاً:

(11)

$$L_0(x)=\frac{(x-x_1)(x-x_2)}{(x_0-x_1)(x_0-x_2)}=\frac{1}{2}(x^2-x)$$

$$L_1(x)=\frac{(x-x_0)(x-x_2)}{(x_1-x_0)(x_1-x_2)}=-(x^2-1)$$

$$L_2(x)=\frac{(x-x_0)(x-x_1)}{(x_2-x_0)(x_2-x_1)}=\frac{1}{2}(x^2+x)$$

بالتعويض في صيغة لاغرانج الاستيفائية نجد:

$$P_2(x)=L_0(x)y_0+L_1(x)y_1+L_2(x)y_2$$

$$=0.5(x^2-x)e^{-1}-(x^2-1)(1)+0.5(x^2+x)\cdot e$$

$$=\frac{e^2-2e+1}{2e}x^2+\frac{e^2-1}{2e}x+1=0.54308x^2+1.175201x+1$$

مكتبة A to Z

(14)

ج)

$$\left.\begin{aligned}x_1&=\frac{1}{3}+\frac{1}{3}x_2+\frac{1}{3}x_3\\x_2&=1-\frac{1}{4}x_1+\frac{1}{4}x_3\\x_3&=\frac{3}{5}+\frac{1}{5}x_1+\frac{1}{5}x_2\end{aligned}\right\}\Rightarrow q=\begin{bmatrix}0&\frac{1}{3}&\frac{1}{3}\\-\frac{1}{4}&0&\frac{1}{4}\\-\frac{1}{5}&-\frac{1}{5}&0\end{bmatrix}\Rightarrow\|q\|=\max\{0.66,0.5,0.4\}=0.66<1$$

يوجد حل مستقر للحل

$$X^{(0)}=\beta=(0.33333,1,0.6)$$

أيجاد الجذر $X^{(2)}$:

$$\left.\begin{aligned}x_1^{(1)}&=\frac{1}{3}+\frac{1}{3}(1)+\frac{1}{3}(0.6)=0.86666\\x_2^{(1)}&=1-\frac{1}{4}(0.86666)+\frac{1}{4}(0.6)=0.933335\\x_3^{(1)}&=\frac{3}{5}+\frac{1}{5}(0.86666)+\frac{1}{5}(0.933335)=0.959999\end{aligned}\right\}\Rightarrow X^{(1)}=(0.86666,0.933335,0.959999)$$

$$\left.\begin{aligned}x_1^{(2)}&=\frac{1}{3}+\frac{1}{3}(0.933335)+\frac{1}{3}(0.959999)=0.964444\\x_2^{(2)}&=1-\frac{1}{4}(0.964444)+\frac{1}{4}(0.959999)=0.9988886\\x_3^{(2)}&=\frac{3}{5}+\frac{1}{5}(0.964444)+\frac{1}{5}(0.9988886)=0.9926665\end{aligned}\right\}\Rightarrow X^{(2)}=(0.964444,0.998888,0.992665)$$

الخطأ المرتكب:

$$\|X^{(1)}-X^{(0)}\|=\sqrt{(0.533327)^2+(0.066665)^2+(0.359999)^2}=0.64690122$$

$$\varepsilon\le\frac{\|q\|^2}{1-\|q\|}\|X^{(1)}-X^{(0)}\|$$

$$\varepsilon\le\frac{0.4356}{0.34}(0.64690122)=0.582879462$$

تتمة الجواب على السؤال الثاني: 1) د) الخطأ المرتكب في الاستنتاج

$$R_n(x_1)=(-1)^n\frac{h^n}{n+1}f^{(n+1)}(s)$$

حيث $s\in[0.2,1]$

$$R'_n(x_1)=\frac{h^4}{4+1}f^{(5)}(s)\Rightarrow R(x_1)\le\frac{h^4}{5}M : M=\max\{|f^{(5)}(0.2)|,|f^{(5)}(1)|\}$$

$$f(x)=e^x\Rightarrow f'(x)=f''(x)=f^{(3)}(x)=f^{(4)}(x)=f^{(5)}(x)=e^x\Rightarrow \begin{cases} e^{0.2}=1.2214 \\ e^1=2.71828 \end{cases}$$

$$M=\max\{1.2214,2.71828\}=2.71828$$

$$R(0.2)\le\frac{(0.2)^4}{5}(2.71828)=0.000173969$$

5 - لنوجد التكامل بطريقة شبه المنحرف

5

$$S\simeq\int_0^1 f(x)dx\simeq\frac{h}{2}[y_1+2(y_2+y_3+y_4)+y_5]$$

$$=\frac{0.2}{2}[1+2(1.2214+1.4918+1.8221+2.2255)+2.7183]=$$

$$=1.72399$$

وحدة مربعة

الخطأ المرتكب

$$\varepsilon\le\frac{b-a}{12}h^2f''(c) : c\in[0,1]$$

$$\varepsilon\le\frac{b-a}{12}h^2M : M=\max\{|f''(0)|,|f''(1)|\}$$

$$f=e^x\Rightarrow f'(x)=e^x\Rightarrow f''(x)=e^x\Rightarrow f''(0)=e^0=1,\quad f''(1)=e^1=2.7183$$

$$M=2.7183$$

$$\varepsilon\le\frac{1-0}{12}(0.2)^2(2.7183)=0.009061$$

التكامل بطريقة سيمبسون: نلاحظ أن:

$$n=\frac{b-a}{h}=\frac{1}{0.2}=5$$ فردي

وبما أن عدد المجالات فردي لا يمكن حساب التكامل.

لا داعي لحساب الخطأ في هذه الطريقة لأنه لا توجد صيغة محددة

مكتبة A to Z

تتمة حل السؤال الثاني: (8) ج)

نكتب متسلسة تايلور بأربعة حدود ومنه يكون

$$y' = y(x-1)$$

$$y_{n+1} = y_n + h y'_n + \frac{h^2}{2!} y''_n + \frac{h^3}{3!} y'''_n$$

$$y_1 = y_0 + h y'_0 + \frac{h^2}{2!} y'_0 + \frac{h^3}{3!} y'''_0$$

لحساب المشتقات المطلوبة عند النقطة البدائية:

$$y' = y(x-1) \Rightarrow y'_0 = y_0(x_0-1) = -1$$

$$y'' = y + y'(x-1) \Rightarrow y''_0 = y_0 + y'_0(x_0-1) = 2$$

$$y''' = 2y' + (x-1)y'' \Rightarrow y'''_0 = 2y'_0 + (x_0-1)y''_0 = -4$$

بالتعويض نجد:

$$y_1 = 1 + 0.1(-1) + \frac{(0.1)^2}{2}(2) + \frac{(0.1)^3}{6}(-4) = 0.909333$$

A to Z مكتبة

جامعة طرطوس — مقرر تحليل عددي ١/س٢ /رياضيات — الاسم الثلاثي:

كلية العلوم — الدورة الفصلية الثانية للعام الدراسي ٢٠٢٢/٢٠٢٣ — الرقم الجامعي:

A to Z

السؤال الأول: (٢٠ درجة)

١- لتكن لدينا الدالة $f(x)=\frac{e^x+2x}{x^2+1}$ والمطلوب: -أ- أحسب قيمة هذه الدالة في النقطة $x=3,1416$ (عدد مدور)،

-ب- أحسب الخطأ المطلق والنسبي المرتكبين في حساب هذه القيمة.

٢- أوجد بطريقة التقريبات المتتالية، الجذر التقريبي للمعادلة: $f(x)=e^x-x^2=0$، معتبراً أن $x_0=-1$، $\varepsilon=0,005$

(ملاحظة: $x=\sqrt{x^2}=\mp\sqrt{e^x}$)

السؤال الثاني: (٢٥ درجة) ١- لتكن لدينا الدالة المعطاة بالجدول التالي:

x_i	1.25	1.26	1.27	1.28	1.29	1.3
y_i	1.3914	1.37696	1.34783	1.30456	1.2478	1.1786

-أ- اكتب جدول الفروق الأمامية لهذه الدالة. - ب- احسب قيمة المشتق الأول للدالة في النقطة $x=1,255$ باستخدام كثيرة حدود نيوتن الأمامية الممكنة (دون إيجادها) واذكر عبارة الخطأ المرتكب -ج- أذكر القوانين التي تعطي القيمة التقريبية للتكامل بطريقتي شبه المنحرف، وسيمبسون، ثم اذكر القوانين التي تعطي الخطأ المرتكب في كل منهما،

وأخيراً: احسب القيمة التقريبية للتكامل $\int_{1.25}^{1.3} f(x)dx$ بطريقتي شبه المنحرف، وسيمبسون (إن أمكن).

٢- أوجد بطريقة رانج- كوتا الحل العددي y_1 للمعادلة التفاضلية: $y'=x.y^{\frac{1}{3}}$ والشرط الابتدائي $y(1)=1$ و $h=0.1$

السؤال الثالث: (٢٥درجة) أ. لتكن لدينا الدالة المعطاة y=f(x) المعطاة في الجدول التالي:

x_i	2	2.5	3
y_i	0.69315	0.91625	1.0956

والمطلوب: أوجد حدوديات لاغرانج ثم أوجد كثيرة حدود الاستيفاء بطريقة لاغرانج

٢- لتكن لدينا جملة المعادلات الخطية:

$$\begin{aligned} 3x_1-x_2-x_3&=1\\ -x_1+4x_2-x_3&=2\\ -x_1-x_2+5x_3&=3 \end{aligned}$$

والمطلوب: ١- ادرس وجود حل للجملة

٢- اوجد بطريقة جاكوبي حل جملة المعادلات $X^{(2)}$ حيث $X^{(0)}=\beta$

٣- احسب الخطأ المرتكب

مع تمنياتنا بالتوفيق والنجاح

طرطوس في ٢٠٢٣/٧/١٨م.

مدرس المقرر: أ.د. نضال ابراهيم حسن

سلم توزيع الدرجات لمقرر تحليل عددي (1) سنة ثانية رياضيات - فصل ثاني 2022-2023

إجابة السؤال الأول: (20)

أ- حساب قيمة الدالة: (10)

$$f(x)=\frac{e^x+2x}{x^2+1}=\frac{e^{3.1416}+2(3.1416)}{(3.1416)^2+1}=2.706992508$$

ب-

$$(\delta_f)_{max}\le\left|\frac{\partial f}{\partial x}\right|\delta_x,\quad \delta_x\le 5\times10^{-5}$$

$$\frac{\partial f}{\partial x}=\frac{dL}{dx}=\frac{e^x(x^2-2x+1)-2x^2+2}{(x^2+1)^2}=\frac{88.3951212}{118.1493033}=0.74816455$$

بالتبديل نجد:

$$(\delta_f)_{max}\le 0.74816455\times5\times10^{-5}=0.0000374082$$

$$(e_f)_{max}\le\frac{(\delta_f)_{max}}{|f|}=\frac{0.0000374082}{2.706992508}=0.00001381902$$

ج- نلاحظ أنه (10)

$$\forall x\in[-1,0]\Rightarrow g(x)=\mp\sqrt{e^x}\in[-1,0]$$

$$\forall x\in[-1,0]\Rightarrow |g'(x)|=\left|\mp\sqrt{e^x}\right|<1$$

$x_{n+1}=g(x_n)$

β- نفرض $g_1(x)=\sqrt{e^x}$ نلاحظ أن

$$x_1=g(x_0)=\sqrt{e^{-1}}=0.60653$$

$$x_2=g(x_1)=\sqrt{e^{0.60653}}=1.354273$$

$x_3=1.96823$, $x_4=2.675448$

$x_5=3.81036$, $x_6=6.720627$ من الواضح أن هذه الطريقة لا تعمل بشكل جيد وليست فعالة.

ب- نفرض $g_2(x)=-\sqrt{e^x}$

$$x_1=g_2(x_0)=-\sqrt{e^{-1}}=-0.60653$$

$$x_2=g_2(x_1)=-\sqrt{e^{-0.60653}}=-0.738403$$

$$x_3=g_2(x_2)=-0.9128605$$

$$x_4=g_2(x_3)=-0.707765\Rightarrow|f(x_4)|=|-0.008|>\varepsilon$$

$$x_5=g_2(x_4)=-0.703998\Rightarrow|f(x_5)|=|0.002|<\varepsilon$$

نلاحظ أن الاختيار موفق

والجذر المطلوب:

$$x_5=-0.703998$$

إجابة السؤال الثاني : (-1)

25

x_i	y_i	Δy_i	$\Delta^2 y_i$	$\Delta^3 y_i$	$\Delta^4 y_i$	$\Delta^5 y_i$
.25	1.3914					
		-0.01444				
.26	1.37696		-0.01469			
		-0.02913		0.00055		
			-0.01414		0.0001	
.27	1.34783			0.00065		0.0003
		-0.04327				
			-0.01349		0.0004	
.28	1.30456			0.00105		
		-0.05676				
			-0.01244			
.29	1.2478					
		-0.0692				
.	1.1786					

-ب 4

$$y'(0.26) = \frac{1}{h}\sum_{k=0}^{n}(-1)^k \frac{1}{k+1}\Delta^{k+1} y_1$$

-ج 5

$$= \frac{1}{h}\left[\Delta y_1 - \frac{1}{2}\Delta^2 y_1 + \frac{1}{3}\Delta^3 y_1 - \frac{1}{4}\Delta^4 y_1\right]$$

$$= \frac{1}{0.01}\left[-0.02913 + \frac{0.01414}{2} + \frac{0.00065}{3} - \frac{0.0004}{4}\right]$$

$$= -2.1964334$$

$$\varepsilon \leq \frac{h^n}{n+1} M \quad : M = \max\{|f^{(n+1)}(x_0)|, |f^{(n+1)}(x_n)|\}$$

8 - التكامل بطريقة شبه المنحرف

$$S \cong \int_a^b f(x)\,dx = \frac{h}{2}[y_0 + y_n + 2(y_1 + y_2 + \cdots + y_{n-1})]$$

- الخطأ المرتكب بطريقة شبه المنحرف: $\{|f^{(2)}(x_0)|, |f^{(2)}(x_n)|\}$

$$\varepsilon \leq \frac{b-a}{12} h^2 M \quad : M = \max$$

- التكامل بطريقة سيمبسون:

$$S \cong \frac{h}{3}[y_0 + y_n + 4(y_1 + y_3 + \cdots y_{n-1}) + 2(y_2 + y_4 + \cdots + y_{n-2})]$$

- الخطأ المرتكب بطريقة سيمبسون:

$$\varepsilon \leq \frac{b-a}{180} h^4 M \quad : M = \max\{|f^{(4)}(x_0)|, |f^{(4)}(x_n)|\}$$

- نتيجة التكامل بطريقة شبه المنحرف:

$$S \cong \frac{h}{2}[y_0 + y_5 + 2(y_1 + y_2 + y_3 + y_4)]$$

$$= \frac{0.01}{2}[1.3914 + 1.1786 + 2(1.37696 + 1.34783 + 1.30456 + 1.2478)] = 0.0656215$$

وهذه مرفوضة

- نتيجة التكامل بطريقة سيمبسون: نشترط أن n عدد زوجي

$$n = \frac{b-a}{h} = \frac{1.3 - 1.25}{0.01} = 5$$

إذاً لا يمكن إيجاد التكامل بطريقة سيمبسون

A to Z

تتمة إجابة السؤال الثاني: ج- نطبق القانون: (8)

$$y_1 = y_0 + \frac{1}{6}\left[K_1^{(0)} + 2(K_2^{(0)} + K_3^{(0)}) + K_4^{(0)}\right]$$

$$K_1^{(0)} = h\,f(x_0, y_0) = (0.1)\left[(1)\cdot(1^{\frac{1}{3}})\right] = 0.1$$

$$K_2^{(0)} = h\,f\left(x_0 + \frac{h}{2}, y_0 + \frac{K_1^{(0)}}{2}\right) = (0.1)\left[(1.05)(1.05^{\frac{1}{3}})\right] = 0.1067216$$

$$K_3^{(0)} = h\,f\left(x_0 + \frac{h}{2}, y_0 + \frac{K_2^{(0)}}{2}\right) = (0.1)\left[(1.05)(1.0533608)^{\frac{1}{3}}\right] = 0.10683536$$

$$K_4^{(0)} = h\,f\left(x_0 + h, y_0 + K_3^{(0)}\right) = (0.1)\left[(1.1)(1.10683536)^{\frac{1}{3}}\right] = 0.113785527$$

$$y_1 = 1 + \frac{1}{6}\left[0.1 + 2(0.1067216 + 0.10683536) + 0.113785527\right] = 1.10681658$$

إجابة السؤال الثاني: أ- لنوجد معاملات (مضاريب) لاغرانج $L_i(x)$ بالشكل: (13) (25)

$$L_0(x) = \frac{(x-x_1)(x-x_2)}{(x_0-x_1)(x_0-x_2)} = \frac{(x-2.5)(x-3)}{(2-2.5)(2-3)} = 0.5(x^2 - 5.5x + 7.5)$$

$$L_1(x) = \frac{(x-x_0)(x-x_2)}{(x_1-x_0)(x_1-x_2)} = \frac{(x-2)(x-3)}{(2.5-2)(2.5-3)} = -0.25(x^2 - 5x + 6)$$

$$L_2(x) = \frac{(x-x_0)(x-x_1)}{(x_2-x_0)(x_2-x_1)} = \frac{(x-2)(x-2.5)}{(3-2)(3-2.5)} = 0.5(x^2 - 4.5x + 5)$$

بالتبديل في كثيرة حدود لاغرانج:

$$P_n(x) = \sum_{i=0}^{n} L_i(x)\, y_i$$

$$P_2(x) = L_0(x)y_0 + L_1(x)y_1 + L_2(x)y_2$$

$$= 0.5(x^2 - 5.5x + 7.5)(0.69315) - 0.25(x^2 - 5x + 6)(0.91625)$$

$$+ 0.5(x^2 - 4.5x + 5)(1.0956)$$

$$= 0.6653125x^2 - 3.22595x + 3.963937$$

A to Z

(12) ب - ج : إجابة السؤال الثالث

$$x_1 = \frac{1}{3} + \frac{1}{3}x_2 + \frac{1}{3}x_3$$
$$x_2 = \frac{2}{4} + \frac{1}{4}x_1 + \frac{1}{4}x_3$$
$$x_3 = \frac{3}{5} + \frac{1}{5}x_1 + \frac{1}{5}x_2$$

$$\Rightarrow \alpha = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{4} & 0 & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{5} & \frac{1}{5} & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow \|\alpha\| = \max\{0.666, 0.5, 0.4\}$$
$$= 0.66666 < 1$$

وذا يوجد حلة لمعادلات هل متقاربة .

د - $X^{(0)} = \beta = \left[\frac{1}{3}, \frac{2}{4}, \frac{3}{5}\right] = [0.33333, 0.5, 0.6]$

$$x_1^{(1)} = \frac{1}{3} + \frac{1}{3}\left(\frac{1}{2}\right) + \frac{1}{3}\left(\frac{3}{5}\right) = 0.69999$$
$$x_2^{(1)} = \frac{1}{2} + \frac{1}{4}\left(\frac{1}{3}\right) + \frac{1}{4}\left(\frac{3}{5}\right) = 0.73333$$
$$x_3^{(1)} = \frac{3}{5} + \frac{1}{5}\left(\frac{1}{3}\right) + \frac{1}{5}\left(\frac{1}{2}\right) = 0.76666$$

$$\Rightarrow X^{(1)} = (0.69999, 0.73333, 0.76666)$$

$$x_1^{(2)} = \frac{1}{3} + \frac{1}{3}(0.73333) + \frac{1}{3}(0.76666) = 0.83333$$
$$x_2^{(2)} = \frac{1}{2} + \frac{1}{4}(0.69999) + \frac{1}{4}(0.76666) = 0.86666$$
$$x_3^{(2)} = \frac{3}{5} + \frac{1}{5}(0.69999) + \frac{1}{5}(0.73333) = 0.88665$$

$$\Rightarrow X^{(2)} = (0.83333, 0.86666, 0.88665)$$

الخطوات هو :

أ - الخطأ المرتكب :

$$X^{(2)} = X^{(K)} \Rightarrow K = 2$$

$$\varepsilon \leq \frac{\|\alpha\|^{K+1}}{1 - \|\alpha\|} \|\beta\|$$

$$\|\beta\| = \sqrt{(0.33333)^2 + (0.5)^2 + (0.6)^2} = 0.8491807$$

$$\varepsilon \leq \frac{(0.66666)^3}{0.33334}(0.8491807) = 0.7547895 48$$

A to Z

جامعة طرطوس — الفصل الأول ٢٠٢٢/٢٠٢٣ — الاسم

كلية العلوم — مقرر تحليل عددي (١) — العلامة : ٧٠

قسم الرياضيات — السنة الثانية — المدة : ساعتان

السؤال الأول : ١- لتكن لدينا الدالة : $f(x)=\frac{\ln x}{xe^x}$ والمطلوب : ا – أحسب قيمة الدالة في النقطة $x=3.25$_ (عدد مدور)

ب- أحسب الخطأ المطلق والنسبي المرتكبين في هذا الحساب .

٢- لتكن لدينا كثيرة الحدود التالية : $p_4(x)=x^4-7x^3+12x^2+4x-16$

والمطلوب : أ- أوجد قيمتها وقيمة جميع المشتقات في النقطة $x=2$ بطريقة هورنر

ب- أوجد بطريقة نيوتن – رافسون الجذر التقريبي للمعادلة : $p_4(x)=0$

في المجال $[-1، 2]$، و $\varepsilon=0.05$

السؤال الثاني : لتكن لدينا الدالة $y=f(x)$ المعطاة بالجدول التالي :

x_i	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5
y_i	1	1.0948	1.1787	1.2509	1.3105	1.3570

والمطلوب : أ – أوجد جدول الفروق الامامية

ب-أوجد كثيرة حدود نيوتن الامامية $P_2(x)$

ج - أوجد قيمة الدالة في النقطة $x=0.15$ ، باستخدام $P_3(x)$ (دون ايجادها) ثم أوجد الخطأ المرتكب

د – أوجد $p_4'(0.1)$ ، باستخدام طريقة نيوتن الامامية واكتب عبارة الخطأ المرتكب

ه – أوجد $\int_0^{0.5} f(x)dx$ باستخدام طريقتي شبه المنحرف وسيمبسون واكتب عبارة الخطأ المرتكب

السؤال الثالث : لتكن لدينا جملة المعادلات الخطية التالية :

$$4x_1-x_2+x_3=-3$$
$$x_1+5x_2-x_3=-2$$
$$-x_1+x_2+6x_3=7$$

والمطلوب : أ – ادرس وجود حل لهذه الجملة

ب – أوجد الحل $X^{(2)}$ علماً أن $X^{(0)}=\beta$ ، بطريقة غاوس - سيدل

ج – أوجد الخطأ المرتكب

توزيع الدرجات : (25-30-15)

طرطوس ٢٠٢٣/١/٢٩ مع تمنياتي لكم بالتوفيق والنجاح

مدرس المقرر

أ.د نضال إبراهيم حسن

أ- الإجابة السؤال الثالث : 4

15

$$x_1 = \frac{-3}{4} + \frac{1}{4}x_2 - \frac{1}{4}x_3$$

$$x_2 = \frac{-2}{5} - \frac{1}{5}x_1 + \frac{1}{5}x_3$$

$$x_3 = \frac{7}{6} + \frac{1}{6}x_1 - \frac{1}{6}x_2$$

$$\Rightarrow \beta = \begin{bmatrix} \frac{-3}{4} \\ \frac{-2}{5} \\ \frac{7}{6} \end{bmatrix}, \quad \alpha = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{4} & -\frac{1}{4} \\ -\frac{1}{5} & 0 & \frac{1}{5} \\ \frac{1}{6} & -\frac{1}{6} & 0 \end{bmatrix}$$

$$\|\alpha\| = \max_{1 \le i \le 3} \sum_{j=1}^{3} |a_{ij}| = \max\{0.5, 0.4, 0.33\} = 0.5 < 1$$

وبالتالي فإن طريقة المعادلات تملك حلاً مشتركاً.

ب- 8

$$x_1^{(1)} = \frac{-3}{4} + \frac{1}{4}\left(\frac{-2}{5}\right) - \frac{1}{4}\left(\frac{7}{6}\right) = -1.14166$$

$$x_2^{(1)} = \frac{-2}{5} - \frac{1}{5}(-1.14166) + \frac{1}{5}\left(\frac{7}{6}\right) = 0.06166$$

$$x_3^{(1)} = \frac{7}{6} + \frac{1}{6}(-1.14166) - \frac{1}{6}(0.06166) = 0.966107$$

$$X^{(1)} = (-1.14166, 0.06166, 0.966107)$$

$$x_1^{(2)} = \frac{-3}{4} + \frac{1}{4}(0.06166) - \frac{1}{4}(0.966107) = -0.989985$$

$$x_2^{(2)} = \frac{-2}{5} - \frac{1}{5}(-0.989985) + \frac{1}{5}(0.966107) = -0.008716$$

$$x_3^{(2)} = \frac{7}{6} + \frac{1}{6}(-0.989985) - \frac{1}{6}(-0.008716) = 1.003127$$

$$X^{(2)} = (-0.989985, -0.008716, 1.003127)$$

3

ت- الخطأ المرتكب : $k = 2$

$$E \le \frac{\|\alpha\|^k}{1 - \|\alpha\|} \|X^{(1)} - X^{(0)}\|$$

$$\|X^{(1)} - X^{(0)}\| = \sqrt{0.153397 + 0.1649708 + 0.04022} = \sqrt{0.3585893} = 0.5988264$$

$$E \le \frac{(0.5)^2}{0.5}(0.5988264) = 0.179296529$$

د. ضاحي عيسى

جامعة طرطوس
كلية العلوم
قسم الرياضيات

الفصل الأول ٢٠٠٢/٢٠٠٣
مقرر: تحليل عددي (١)
السنة: ثانية رياضيات

سلم توزع العلامات:

السؤال الأول: ١- لتكن لدينا الدالة $f(x)=\frac{\ln x}{x\cdot e^x}$ والمطلوب: (10) (25)

أ- احسب قيمة الدالة في النقطة $x=3.25$ (عدد مقدر)

ب- احسب الخطأ المطلق والنسبي المرتكبين في الحساب بالعلاقة

ج-

$$f(x)=\frac{1.17865}{83.818604}=0.0140619\ ,\quad \delta_x \le 5\times10^{-3}$$

$$(\delta f)_{max} \le \left|\frac{\partial f}{\partial x}\right| \delta_x \Rightarrow \frac{\partial f}{\partial x}=\frac{\frac{1}{x}(xe^x)-[e^x+xe^x]\ln x}{x^2\cdot e^{2x}}$$

$$\frac{e^x-e^x(1+x)\ln x}{x^2e^{2x}}=\frac{1-(1+x)\ln x}{x^2\cdot e^x}$$

$$\frac{\partial f}{\partial x}(x_0)=\frac{1-(1+3.25)(1.17865)}{28.7118518}=\frac{-4.0092625}{28.7118518}=-0.139637$$

$$(\delta f)_{max} \le (0.139637)(5\times10^{-3})=0.000698189$$

$$(e_f)_{max} \le \frac{(\delta f)_{max}}{|f|}=\frac{0.000698189}{0.0140619}=0.049651147\,2$$

(15)

ب- لتكن لدينا كثيرة الحدود التالية: $P_4(x)=x^4-7x^3+12x^2+4x-16$

١- أوجد بطريقة هورنر ما يلي: $P_4(2), P_4'(2), P_4''(2), P_4'''(2), P_4^{(4)}(2)$ (6)

	1	-7	12	4	-16
$x=2$		2	-10	4	16
	1	-5	2	8	$0=P_4(2)$
$x=2$		2	-6	-8	
	1	-3	-4	$0=\frac{P'(2)}{1!}$	$\Rightarrow P'(2)=0$
$x=2$		2	-2		
	1	-1	$-6=P''(2)/2!$	$\Rightarrow P''(2)=-6\times2=-12$	
$x=2$		2			
	1	$+1=P'''(2)/3!$	$\Rightarrow P'''(2)=+1\times6=+6$		

$$1=\frac{P^{(4)}}{4!}\Rightarrow P^{(4)}(2)=4!=24$$

٥- أوجد بطريقة نيوتن رافسون الجذر التقريبي في الفترة [-1, 2]

(٩)

$$x_0 = \frac{-1+2}{2} = 0.5$$

$f(0.5) = (0.5)^4 - 7(0.5)^3 + 12(0.5)^2 + 4(0.5) - 16 = -11.8125$, $f'(x) = 4x^3 - 21x^2 + 24x + 4$

$f'(0.5) = 4(0.5)^3 - 21(0.5)^2 + 24(0.5) + 4 = 11.25$

$$x_1 = x_0 - \frac{f(x_0)}{f'(x_0)} = 0.5 - \frac{-11.8125}{11.25} = 1.547207$$

$f(1.547207) = -1.2809279$

$f'(1.547207) = 5.6772518$

$$x_2 = x_1 - \frac{f(x_1)}{f'(x_1)} = 1.547207 - \frac{-1.2809279}{5.6772518} = 1.77283164$$

$f(1.77283164) = -0.3186927939$

$f'(1.77283164) = 2.83398437$

$$x_3 = x_2 - \frac{f(x_2)}{f'(x_2)} = 1.77283164 - \frac{-0.3186927939}{2.83398437} = 1.88528543$$

$f(1.88528543) = -0.080293007$

$f'(1.88528543) = 1,4100148 77$

$$x_4 = x_3 - \frac{f(x_3)}{f'(x_3)} = 1.88528543 - \frac{-0.080293007}{1.4100148 77} = 1.94223022 42$$

$|x_4 - x_3| = 0.056$

د. فاطمة

حل السؤال الثاني: 30

x_i	y_i	Δy_i	$\Delta^2 y_i$	$\Delta^3 y_i$	$\Delta^4 y_i$	$\Delta^5 y_i$
0	1					
		0.0948				
0.1	1.0948		-0.0109			
		0.0839		-0.0008		
0.2	1.1787		-0.0117		-0.0001	
		0.0722		-0.0009		0.0005
0.3	1.2509		-0.0126		0.0004	
		0.0596		-0.0005		
0.4	1.3105		-0.0131			
		0.0465				
0.5	1.3570					

ب- $R = \frac{x - x_0}{h}$

$R = \frac{x-0}{0.1} = 10x$ 6

$$P_2(x) = y_0 + R\Delta y_0 + \frac{R(R-1)}{2!}\Delta^2 y_0$$

$$P_2(x) = y_0 + 10x\Delta y_0 + \frac{10x(10x-1)}{2!}\Delta^2 y_0$$

$$P_2(x) = 1 + 10x(0.0948) + \frac{100x^2 - 10x}{2}(-0.0109)$$

$$P_2(x) = 1 + 0.948x - 0.545x^2 + 0.0545x$$

$$= -0.545x^2 + 1.0025x + 1$$

ج- $R = 10(0.15)$, $R = 1.5$ 8

$$P_3(x) = y_0 + R\Delta y_0 + \frac{R(R-1)}{2!}\Delta^2 y_0 + \frac{R(R-1)(R-2)}{3!}\Delta^3 y_0$$

$$P_3(0.15) = 1 + 1.5(0.0948) + \frac{1.5(0.5)}{2}(-0.0109) + \frac{1.5(0.5)(-0.5)}{3!}(-0.0008)$$

$$= 1 + 0.1422 - 0.0040875 + 0.00005 = 1.1381625$$

$$E = \frac{R(R-1)(R-2)(R-3)}{4!}\Delta^4 y_0 = \frac{(1.5)(0.5)(-0.5)(-1.5)}{24}(-0.0001)$$

$$E = -0.000002343 8 = -2.3438 \times 10^{-6}$$

د- $P_4'(0.1) = \frac{1}{h}\sum_{K=0}^{4}(-1)^K \frac{1}{K+1}\Delta^{K+1} y_1 = \frac{1}{h}\left[\Delta y_1 - \frac{1}{2}\Delta^2 y_1 + \frac{1}{3}\Delta^3 y_1 - \frac{1}{4}\Delta^4 y_1\right]$ 7

$$= \frac{1}{0.1}\left[0.0839 + \frac{0.0117}{2} - \frac{0.0009}{3} - \frac{0.0004}{4}\right] = 0.8935$$

د. غادة العمر

الخطأ المرتكب ->

$$E = R_n(0.1) = (-1)^n \frac{h^n}{n+1} f^{(n+1)}(c) \; ; \; c \in [0, 0.5]$$

$$M = \max\{|f^{(n+1)}(0)|, |f^{(n+1)}(0.5)|\} \Rightarrow E \leq (-1)^n \frac{h^n}{n+1} M$$

4- المساحة التقريبية بطريقة شبه المنحرف

7

$$S = \int_0^{0.5} f(x)\,dx = \frac{h}{2}[y_0 + 2(y_1+y_2+y_3+y_4) + y_5]$$

$$= \frac{0.1}{2}[1 + 2(1.0948 + 1.1787 + 1.2509 + 1.3105) + 1.3570]$$

$$= 0.60134$$ وحدة مساحة مربعة

الخطأ المرتكب :

$$E = \frac{b-a}{12} h^2 f''(c) \; ; \; c \in [0, 0.5]$$

$$M = \max\{|f''(0)|, |f''(0.5)|\} \Rightarrow E \leq \frac{b-a}{12} h^2 . M$$

المساحة بطريقة سيمبسون : نوضح أن

هو عدد فردي وبالتالي يمكن إجراء التكامل

القوانين :

$$n = \frac{b-a}{h} = \frac{0.5-0}{0.1} = 5$$

$$S = \int_0^{0.5} f(x)\,dx = \frac{h}{3}[y_0 + 4(y_1+y_3) + 2(y_2+y_4) + y_5]$$

الخطأ المرتكب :

$$E = \frac{b-a}{180} h^4 f^{(4)}(c) \; ; \; c \in [0, 0.5]$$

$$M = \max\{|f^{(4)}(0)|, |f^{(4)}(0.5)|\} \Rightarrow E \leq \frac{b-a}{180} h^4 . M$$

جامعة طرطوس | مقرر تحليل عددي1/س2 /رياضيات | الاسم الثلاثي:

كلية العلوم | الدورة الفصلية الثانية للعام الدراسي 2021-2022 | الرقم الجامعي:

السؤال الأول: (20 درجة)

أ. أوجد الخطأ المطلق والنسبي المرتكب في حساب قيمة الدالة $f(x,y,z)=x^2y^3\ln z$

حيث ان: $z=1.125$, $x=2.5$, $y=0.45$ (أعداد مدورة).

ب. لتكن لدينا كثيرة الحدود التالية $P_5(x)=x^5-2x^4+4x^3+3x^2-5x+1$ والمطلوب: إيجاد قيمة كثيرة الحدود هذه، وقيمة جميع مشتقاتها المتتالية عند النقطة $x=2$ بطريقة هونر.

السؤال الثاني: (20 درجة) لتكن لدينا الدالة المعطاة بالجدول التالي:

x_i	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5
y_i	1	1.048	1.1787	1.2509	1.3105	1.357

أ. اكتب جدول الفروق التراجعية لهذه الدالة.

ب. أوجد قيمة كثيرة حدود الاستيفاء في النقطة $x=0.15$ باستخدام $P_3(x)$ (التراجعية ،دون ايجادها) ، واحسب الخطأ المرتكب.

ت. احسب قيمة مشتق الدالة في النقطة $x=0.1$ باستخدام كثيرة حدود نيوتن الأمامية $P_2(x)$ (دون إيجادها) واذكر عبارة الخطأ المرتكب

ث. احسب القيمة التقريبية للتكامل $\int_0^{0.5} f(x)dx$ بطريقتي شبه المنحرف، وسيمبسون (إن أمكن) واكتب عبارة الخطأ المرتكب بعد إيجاد قيمة التكامل.

السؤال الثالث: (20درجة) أ. لتكن لدينا الدالة المعطاة $y=f(x)$ المعطاة في الجدول التالي:

x_i	1	2	3	4
y_i	2	5	8	11

والمطلوب: أ. إيجاد كثيرة حدود الاستيفاء $P_1(x)$ لها بطريقة المربعات الصغرى

ت. لتكن لدينا المعادلة غير الخطية: $P(x)=x^3-x-1=0$ أوجد الجذر التقريبي الموجود في المجال $[0.5,1.5]$ بطريقة نيوتن رافسون حيث $\varepsilon = 0.003$

السؤال الرابع: (10 درجات) لتكن لدينا جملة المعادلات الخطية

$$7.6x_1+0.5x_2+2.4x_3=1.9$$

$$2.2x_1+9.1x_2+4.4x_3=9.7$$

$$-1.3x_1+0.2x_2+5.8x_3=-1.4$$

والمطلوب: 1- ادرس وجود حل للجملة

2- اوجد بطريقة غاوس-سيدل حل جملة المعادلات $X^{(1)}$ حيث $X^{(0)}=\beta$

3- احسب الخطأ المرتكب

مع تمنياتنا بالتوفيق والنجاح — **مدرس المقرر: أ.د. نضال ابراهيم حسن**

سلم نوزع الـ 20 = تقرير تحليل عددي (1) سنة ثالثة رياضيات c.c1 / e.cc

20

إجابة السؤال الأول: ρ - (11)

الخطأ المطلق:

$$(\delta_f)_{max} \le \left|\frac{\partial f}{\partial x}\right|\delta_x + \left|\frac{\partial f}{\partial y}\right|\delta_y + \left|\frac{\delta f}{\partial z}\right|\delta_z$$

$$\delta_x \le 5\times10^{-2},\ \delta_y \le 5\times10^{-3},\ \delta_z \le 5\times10^{-4}$$

$$(\delta_f)_{max} \le |2xy^3 \ln z|\delta_x + |3x^2y^2\ln z|\delta_y + \left|\frac{xy^3}{z}\right|\delta_z$$

بالتبديل نجد:

$$(\delta_f)_{max} \le [2(2.5)(0.45)^3\ln(1.125)](5\times10^{-2}) + [3(2.5)^2(0.45)^2\ln(1.125)](5\times10^{-3})$$

$$+[(2.5)^2(0.45)^3/1.125](5\times10^{-4}) =$$

$$0.002683244781 + 0.002236037318 + 0.000253125 =$$

$$0.005172407799$$

الخطأ النسبي:

$$(\rho_f)_{max} = \frac{(\delta_f)_{max}}{|f|} \le \frac{0.005172407}{(2.5)^2(0.45)^3\ln(1.125)} = \frac{0.005172407}{0.067081099}$$

$$= 0.077106749$$

إجابة السؤال الأول: ب - (9)

	1	-2	4	3	-5	1	
$x=2$		2	0	8	22	34	
	1	0	4	11	17		$35 = P_5(2)$
$x=2$		2	4	16	54		
	1	2	8	27		$71 = \frac{P_5'(2)}{1!} \Rightarrow P_5'(2) = 71$	
$x=2$		2	8	32			
	1	4	16		$59 = \frac{P_5''(2)}{2!} \Rightarrow P_5''(2) = 118$		
$x=2$		2	12				
	1	6		$28 = \frac{P_5'''(2)}{3!} \Rightarrow P_5'''(2) = 28\times6 = 168$			
$x=2$		2					
	1		$8 = \frac{P_5^{(4)}(2)}{4!} \Rightarrow P_5^{(4)}(2) = 8\times24 = 192$				
$=2$							

$$1 = \frac{P_5^{(5)}(2)}{5!} \Rightarrow P_5^{(5)}(2) = 1\times5! = 120$$

جواب السؤال الثاني: الفرع أ

(3) - أ

x_i	y_i	Δy_i	$\Delta^2 y_i$	$\Delta^3 y_i$	$\Delta^4 y_i$	$\Delta^5 y_i$
0	1					
		0.048				
0.1	1.048		0.0827			
		0.1307		−0.1412		
0.2	1.1787		−0.0585		0.1871	
		0.0722		0.0459		−0.2335
0.3	1.2509		−0.0126		−0.0464	
		0.0596		−0.0005		
0.4	1.3105		−0.0131			
		0.0465				
0.5	1.3570					

(5) - ب

$$P_3(x) = y_n + R\nabla y_n + \frac{R(R+1)}{2!}\nabla^2 y_n + \frac{R(R+1)(R+2)}{3!}\nabla^3 y_n$$

$h = x_{i+1} - x_i = 0.$

$R = \frac{x - x_n}{h} = \frac{0.15 - 0.5}{0.1} = \frac{-0.35}{0.1} = -3.$

$$= 1.3570 + (-3.5)(0.0465) + \frac{(-3.5)(-2.5)}{2!}(-0.0131) + \frac{(-3.5)(-2.5)(-1.5)}{3!}(-0.0005)$$

$$= 1.3570 - 0.16275 - 0.05731 + 0.0010937$$

$$= 1.138033$$

$$E = \frac{R(R+1)(R+2)(R+3)}{4!}\nabla^4 y_n$$

$$= \frac{(-3.5)(-2.5)(-1.5)(-0.5}{24}(-0.0464) = -0.0126875$$

(5) ب

$$y'(0.1) = \frac{1}{h}\left[\sum_{K=0}^{2}(-1)^K \frac{1}{K+1}\Delta^{K+1} y_1\right] =$$

$$= \frac{1}{0.1}\left[\Delta y_1 - \frac{1}{2}\Delta^2 y_1 + \frac{1}{3}\Delta^3 y_1\right] =$$

$$= \frac{1}{0.1}\left[0.1307 + \frac{1}{2}(0.0585) + \frac{1}{3}(0.0459)\right] = 1.7525$$

$$E' = (-1)^n \frac{h^n}{n+1} f^{(n+1)}(c)$$

تتمة السؤال الثاني : ت - التقاطع بشبه المنحرف :

$$\int_0^{0.5} f(x)dx \approx \frac{h}{2}\left[y_0 + 2\sum_{i=1}^{n-1} y_i + y_n\right] = \frac{0.1}{2}[1 + 2(1.0487 + 1.1787 + 1.2509 + 1.3105) + 1.$$

$$= 0.59666$$ وحدة مساحة مربعة

$$E = \frac{b-a}{12} h^2 f''(\epsilon) \; ; \; \epsilon \in [0, 0.5] \Rightarrow$$ (7)

$$E \leq \frac{b-a}{12} h^2 M \; ; \; M = \max\{|f''(0)|, |f''(0.5)|\}$$

التكامل بسمبسون :

$$n = \frac{b-a}{h} = \frac{0.5-0}{0.1} = 5$$ عدد فردي

لا يمكن حساب التكامل بطريقة سمبسون ، وذلك لما ذكر أعلاه

20

إجابة السؤال الثالث : ب - باعتبار أنه لدينا أربعة نقاط معطاة في الجدول $P_1(x) = P_m(x)$ (12)

وبالتالي نجد أن $m = 1$ أي أن $s = 0,1$ فلو بدلنا $s = 0$ في القانون العام التالي

$$a_0 \sum_{i=0}^{n} (x_i)^s + a_1 \sum_{i=0}^{n} (x_i)^{s+1} + \cdots + a_m \sum_{i=0}^{n} (x_i)^{s+m} = \sum_{i=0}^{n} x_i^s y_i$$

$$a_0 \sum_{i=0}^{3} (x_i)^0 + a_1 \sum_{i=0}^{3} (x_i)^1 = \sum_{i=0}^{3} (x_i)^0 y_i \Rightarrow a_0(1+1+1+1) + a_1(1+2+3+4) = 2+5+8+11$$

$$4a_0 + 10a_1 = 26 \quad (1)$$

لو بدلنا $s = 1$ نجد أن :

$$a_0 \sum_{i=0}^{3} (x_i)^1 + a_1 \sum_{i=0}^{3} (x_i)^2 = \sum_{i=0}^{3} (x_i^1) y_i$$

$$a_0(1+2+3+4) + a_1(1+4+9+16) = 1(2) + 2(5) + 3(8) + 4(11)$$

$$10a_0 + 30a_1 = 80 \quad (2)$$

بحل المشترك للمعادلتين نجد :

$$a_0 = -1, \quad a_1 = 3$$

بالتعويض في كثيرة الحدود المطلوبة نجد :

$$P_1(x) = 3x - 1$$

ت : نيوتن رافسون :

$$x_0 = \frac{a+b}{2} = \frac{0.5+1.5}{2} = 1$$ (8)

$$f(x) = x^3 - x - 1 \; , \; f'(x) = 3x^2 - 1$$

$$f(1) = -1 \; , \; f(-1) = 2 \Rightarrow x_1 = x_0 - \frac{f(x_0)}{f'(x_0)} = 1 - \frac{-1}{2} = 1.5$$

$$x_2 = x_1 - \frac{f(x_1)}{f'(x_1)} = 1.5 - \frac{0.875}{5.75} = 1.34782$$

$$x_3 = x_2 - \frac{f(x_2)}{f'(x_2)} = 1.34782 - \frac{0.100682}{4.449856} = 1.325194$$

تكملة إجابة السؤال الثالث : ب - نيوتن رافسون :

$$x_4 = x_3 - \frac{f(x_3)}{f'(x_3)} = 1.325194 - \frac{0.002058}{4.2684174} = 1.324711817$$

$|x_4 - x_3| = 0.00048 < \varepsilon \Rightarrow x_4 = 1.324711$ هو الجذر التقريبي المطلوب

$|f(x_3)| = 0.002 < \varepsilon \Rightarrow x = 1.325194$ وعليه القول أنه :

هو الجذر التقريبي المطلوب

---

[10]

إجابة السؤال الرابع : ا - لتعزل المجاهيل x_i من المعادلة (i) ، (3) نجد :

$$x_1 = \frac{1.9}{7.6} - \frac{0.5}{7.6}x_2 - \frac{2.4}{7.6}x_3 \Rightarrow \beta = [0.25, 1.06593, -0.24137]$$

$$x_2 = \frac{9.7}{9.1} - \frac{2.2}{9.1}x_1 - \frac{4.4}{9.1}x_3$$

$$x_3 = \frac{-1.4}{5.8} + \frac{1.3}{5.8}x_1 - \frac{0.2}{5.8}x_2$$

$$\Rightarrow \alpha = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{0.5}{7.6} & -\frac{2.4}{7.6} \\ -\frac{2.2}{9.1} & 0 & -\frac{4.4}{9.1} \\ \frac{1.3}{5.8} & -\frac{0.2}{5.8} & 0 \end{bmatrix}$$

$\|\alpha\| = \max\{0.31578, 0.72527, 0.25861\} = 0.72527 < 1 \Rightarrow$ يحقق شرط التقارب

ب - بما أن $X^{(0)} = \beta$ (1)

$$x_1^{(1)} = 0.25 - 0.06578(1.06593) - (0.31578)(-0.24137) = 0.256103$$

$$x_2^{(1)} = 1.06593 - 0.241758(0.256103) - 0.483516(-0.24137) = 1.1207213$$

$$x_3^{(1)} = -0.24137 + 0.224137(0.256103) - 0.034482(1.1207213) = -0.22261$$

$$X^{(1)} = (0.256103, 1.1207213, -0.22261)$$

ج - الخطأ المرتكب (1)

$$E \leq \frac{\|\alpha\|}{1 - \|\alpha\|} \|X^{(1)} - X^{(0)}\|$$

$\|\alpha\| = 0.72527$

$1 - \|\alpha\| = 0.27473$

$$\|X^{(1)} - X^{(0)}\| = \sqrt{(0.000037) + (0.003002) + (0.000351)} = 0.0624499$$

$$E \leq \frac{0.72527}{0.27473}(0.0624499) = 0.164863826$$

$\Leftarrow K = 1$ (1)

مكتبة A to Z