كلية العلوم

القسم : الرياضيات

السنة : الثانية

# اسئلة دوراة محلولة

# تحليل رياضي ٣

A 2 Z1 LIBRARY

Facebook Group : A to Z مكتبة

كلية العلوم ( فيزياء ، كيمياء ، رياضيات ،علم الحياة )

يمكنكم طلب المحاضرات برسالة نصية ( SMS ) أو عبر (What's app) على الرقم TEL: 0931497960

جامعة طرطوس
كلية العلوم
قسم الرياضيات

امتحان الفصل الأول 2024-2025
السنة الثانية: رياضيات المادة: تحليل3

الاسم:
الدرجة:90
المدة: ساعتان

**أجب عن الأسئلة الآتية:**

**السؤال الأول :** (30 درجة)

أدرس تقارب أو تباعد السلاسل الآتية:

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{4^n n!}{n^n} \quad , \quad \sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{n}{n+1}\right)^{n^2}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty}\left[\frac{1\times 4\times 7\times \ldots\times(3n-2)}{3\times 6\times 9\times \ldots\times(3n)}\right]$$

**السؤال الثاني :** (20 درجة)

أوجد مجال ونصف قطر التقارب لكل من المتسلسلتين :

$$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n n.4^n.x^{n-1} \quad , \quad \sum_{n=1}^{\infty}\frac{(x-2)^n}{n3^n}$$

**السؤال الثالث :** (20 درجة)

لتكن لدينا المتتالية $(f_n)$ من الدوال المعرفة على المجال $[1\ ,\ +\infty[$ بالشكل :

$$f_n(x)=\frac{nx}{1+n^2x^2}$$

أثبت أن هذه المتتالية متقاربة بانتظام على المجال المذكور من دالة يطلب تعيينها.

**السؤال الرابع :** (10 درجات)

أدرس تقارب الجداء :

$$\prod_{n=2}^{\infty}(1-\frac{1}{n^2})$$

**السؤال الخامس:** (10 درجات)

لتكن $f$ دالة دورية ودورها $2\pi$ معرفة على $\mathbb{R}$ ومساوية :

$$f(x)=x \quad : \quad ]-\pi\ ,\pi[$$

أوجد منشور فوريه للدالة $f$ .

انتهت الأسئلة .... التمنيات بالنجاح

مدرس المقرر: د. آصف المحمد

A to Z

الدورة العادية — ثانية رياضيات — فرض محروس في مادة الجبر — 3 سا
2025 - 2024

## الفصل الأول :

### السؤال الأول : 30

① $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{n+1}\right)^{n^2}$ : $\lim_{n\to+\infty} \sqrt[n]{a_n} = \lim_{n\to+\infty} \left(\frac{n}{n+1}\right)^n = \lim_{n\to+\infty} \left(\frac{1}{1+\frac{1}{n}}\right)^n = \frac{1}{e} < 1$ متقاربة

② $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n n!}{n^n}$ : $\lim_{n\to+\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \lim_{n\to+\infty} \frac{4^{n+1}(n+1)!}{(n+1)^{n+1}} \times \frac{n^n}{4^n \cdot n!} = \lim_{n\to+\infty} \frac{4\,n^n}{(n+1)^n} = \frac{4}{e} > 1$ متباعدة

③ $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1\times4\times7\times\cdots\times(3n-2)}{3\times6\times\cdots\times 3n}$ ; $n\left(\frac{a_n}{a_{n+1}} - 1\right) = n\left(\left(\frac{3n+3}{3n+1}\right)^2 - 1\right) = \frac{12n^2+8n}{9n^2+6n+1}$

$\lim_{n\to+\infty} \frac{12n^2+8n}{9n^2+6n+1} = \frac{12}{9} = \frac{4}{3} > 1$ متقاربة

---

### السؤال الثاني : نضع $x-2 = y$ لنتقارب

① $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{n\,3^n} = \sum \frac{y^n}{n\,3^n}$ : $\lim_{n\to+\infty} \sqrt[n]{\frac{1}{n\,3^n}} = \frac{1}{3} \Rightarrow r = 3 \Rightarrow y \in ]-3,3[$ 20

$\Rightarrow x \in ]-1,5[$

عندما $x=-1$ نحصل على متقاربة
عندما $x=5$ نحصل على متباعدة

إذا مجال التقارب هو $]-1,5[$

② $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n n \cdot 4^n \cdot x^{n-1}$ ;

$\lim_{n\to+\infty} |a_n|^{\frac{1}{n}} = 4 \Rightarrow r = \frac{1}{4} \Rightarrow ]-\frac{1}{4},\frac{1}{4}[$ مجال التقارب

---

### السؤال الثالث : 20

$f_n(x) = \frac{nx}{1+n^2x^2}$ دالة معرفة على $[1,+\infty[$ ، نتقارب بانتظام

$\lim_{n\to+\infty} f_n(x) = 0$ : $f$ الدالة المتقاربة معها $f(x)=0$

$|f_n(x) - f(x)| = \frac{nx}{1+n^2x^2} < \frac{1}{nx} < \frac{1}{n} \Rightarrow \sup_{x\in[1,+\infty[} |f_n(x) - f(x)| \le \frac{1}{n} \to 0$ $n\to+\infty$

إذا المتتالية متقاربة بانتظام نحو $f(x)=0$

---

### السؤال الرابع : 10

$\prod_{n=2}^{\infty} \left(1 - \frac{1}{n^2}\right)$ : تقارب أم تباعد ؟

$P_n = \left(1-\frac{1}{2^2}\right)\left(1-\frac{1}{3^2}\right)\cdots\left(1-\frac{1}{n^2}\right) = \frac{(2^2-1)(3^2-1)\cdots(n^2-1)}{2^2\cdot 3^2\cdots n^2}$

$= \frac{(n-1)!\,(n+1)!}{2\,(n!)^2} = \frac{1}{2}\frac{(n-1)!\,(n+1)}{n\,(n-1)!} = \frac{1}{2}\frac{n+1}{n} \Rightarrow \lim_{n\to+\infty} P_n = \frac{1}{2} \neq 0$

إذا السلسلة متباعدة.

---

### السؤال الخامس : 10

نشور متسلسلة فورييه للدالة $f(x)=x$ على $]-\pi,\pi[$

الدالة فردية $\Leftarrow a_0 = a_n = 0$

$b_n = \frac{2}{\pi}\int_0^{\pi} x \sin nx\,dx = \frac{2}{\pi}\left[-\frac{\pi}{n}x\cos nx\right]_0^{\pi} - \int_0^{\pi} -\frac{1}{n}\cos nx\,dx = \frac{2}{n}(-1)^{n+1}$

$\Rightarrow f(x) \sim \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{n}(-1)^{n+1}\sin nx$

انتهى السلم

حظ أوفر

A to Z

جامعة طرطوس  امتحان الدورة التكميلية  2023-2024  الاسم:
كلية العلوم  السنة الثانية رياضيات  المادة: تحليل3  الدرجة:90
قسم الرياضيات  المدة: ساعتان

**أجب عن الأسئلة الآتية:**

**السؤال الأول :** ( 20 درجة)

أدرس تقارب أو تباعد السلاسل الآتية:

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{e^n n!}{n^n} \qquad \sum_{n=0}^{\infty}\left(\frac{n}{n+1}\right)^{n^2}$$

**السؤال الثاني :** أوجد مجال ونصف قطر التقارب لكل من المتسلسلتين : (20 درجات)

$$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n n.2^n.x^{n-1} \qquad , \qquad \sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^n}{n2^n}$$

**السؤال الثالث :** (20 درجات)

لتكن لدينا المتتالية $(f_n)$ من الدوال المعرفة على المجال $[1\ ,\ +\infty[$ بالشكل :

$$f_n(x)=\frac{nx}{1+n^2x^2}$$

أثبت أن هذه المتتالية متقاربة بانتظام على المجال المذكور من دالة يطلب تعيينها

**السؤال الرابع :** (10 درجات)

أوجد منشور ماكلوران وفق متسلسلة قوى مولدة بالدالة:

$$f(x)=\ln(1+x)$$

**السؤال الخامس:** (20 درجات)

لتكن $f$ دالة دورية ودورها $2\pi$ معرفة على $\mathbb{R}$ ومساوية :

$$f(x)=x \quad : \quad ]-\pi\ ,\pi[$$

أوجد منشور فوريه للدالة $f$ .

انتهت الأسئلة .... التمنيات بالنجاح  في 2024/9/16  مدرس المقرر: د. آصف المهد

A to Z

سلم تصحيح تحليل 3 تكميلية الدورة 1

(1) متقاربة لسلسلة : $\lim_{n\to+\infty} \sqrt[n]{a_n} = \lim_{n\to+\infty} \left(\frac{1}{1+\frac{1}{n}}\right)^n = \frac{1}{e} < 1$ (1ن)

(2ن) متقاربة.

$\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{n}{n+1}\right)^{n^2}$

$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n n!}{n^n}$ : $\frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{5^{n+1}(n+1)!}{(n+1)^{n+1}} \times \frac{n^n}{5^n \cdot n!} = \frac{5^{n+1}(n+1)n!\, n^n}{(n+1)(n+1)^n 5^n \cdot n!} = 5\left(\frac{n}{n+1}\right)^n = \frac{5}{e} > 1$

متباعدة

(2) مجال وضعف تقارب :

$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n \cdot 2^n}$ : $\lim \frac{1}{\sqrt[n]{n}\cdot 2} = \frac{1}{2}$ ; $d = \frac{1}{2} \Rightarrow r = 2$

(2ن) عندما $x = -2$ نحصل على $\sum \frac{(-1)^n}{n}$ متقاربة ، $x = 2$ نحصل على $\sum \frac{1}{n}$ متباعدة

مجال التقارب هو $[-2, 2[$.

$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n n \cdot 2^n x^{n-1}$ : $\lim |a_n|^{\frac{1}{n}} = 2 = d \Rightarrow r = \frac{1}{2}$

مجال التقارب $\left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right[$

(3) التقارب المنتظم.

(2ن) $f_n(x)$ متقاربة نقطيا نحو $f(x) = 0$ على $]1, +\infty[$

$f_n(x) = \frac{nx}{1+n^2x^2}$

$|f_n(x) - f(x)| = \frac{nx}{1+n^2x^2} < \frac{1}{nx} < \frac{1}{n}$ ، $\lim_{n\to+\infty} \frac{1}{n} = 0$

إذن التقارب منتظم على $]1, +\infty[$.

(4) منشور ماكلورن :

(1ن) $f(x) = \ln(1+x)$

$f'(x) = \frac{1}{1+x}$

$f''(x) = \frac{-1}{(1+x)^2}$

$f'''(x) = \frac{2}{(1+x)^3}$

$f(x) \simeq x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} + \dots + (-1)^n \frac{x^n}{n} + \dots$

(5) منشور فورييه :

(2ن) الدالة فردية : $a_0 = 0 \Leftarrow$

$a_n = 0$

$f(x) = x$

$b_n = \frac{2}{\pi}\int_0^{\pi} x \sin nx\, dx = \frac{2}{\pi}\left[\left(-\frac{1}{n} x \cos nx\right)_0^{\pi} - \int_0^{\pi} -\frac{1}{n}\cos nx\, dx\right]$

$= \frac{2}{\pi}\left(\left(-\frac{\pi}{n}\cos n\pi - 0\right) + \frac{1}{n}\cdot\frac{1}{n}\left(\sin nx\right)_0^{\pi}\right) = \frac{2}{n}(-1)^{n+1}$

$f(x) \sim \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{n}(-1)^{n+1} \sin nx$

A to Z

د. أوصيف محمد

انتهى السلم

جامعة طرطوس
كلية العلوم
قسم الرياضيات

امتحان الفصل الدراسي الثاني 2023-2024
السنة الثانية رياضيات المادة: تحليل3

الاسم:
الدرجة:90
المدة: ساعتان

أجب عن الأسئلة الآتية:

**السؤال الأول** : أدرس تقارب الجداء : ( 10 درجة)

$$\prod_{n=2}^{\infty}(1-\frac{1}{n^2})$$

**السؤال الثاني:** أدرس تقارب أو تباعد السلاسل الآتية: ( 20 درجة)

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2n+1}{n^3} \quad , \quad \sum_{n=1}^{\infty}\frac{3^n n!}{n^n}$$

**السؤال الثالث:** أوجد مجال ونصف قطر التقارب للسلسلة: (20 درجات)

$$\sum_{n=1}^{\infty} n!\,(x-2)^n \quad , \quad \sum_{n=1}^{\infty}\frac{(x-1)^n}{n2^n}$$

**السؤال الرابع :** (15 درجات)

لتكن لدينا المتتالية $(f_n)$ من الدوال المعرفة على المجال $[\,0\ ,\ 1\,]$ بالشكل :

$$f_n(x)=\frac{ne^{-x}}{2n+x}$$

أثبت أن هذه المتتالية متقاربة بانتظام على المجال المذكور من دالة يطلب تعيينها.

**السؤال الخامس** : أوجد منشور تايلور حول النقطة x=1 وفق متسلسلة قوى مولدة بالدالة: (10 درجات)

$$f(x)=\sin x$$

**السؤال السادس :** (15 درجات)

لتكن $f$ دالة دورية ودورها $\pi$ معرفة على $\mathbb{R}$ ومساوية :

$$f(x)=x \quad : \quad ]-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}[$$

أوجد منشور فوريه للدالة $f$ .

---

انتهت الأسئلة .... التمنيات بالنجاح في 2024/7/17 مدرس المقرر: د. آصف المحمد

مكتبة A to Z

سلم تصحيح مادة تكامل 2 سنة ثانية رياضيات

تمرين 1 :

1- تقارب $\prod_{n=2}^{\infty}\left(1-\frac{1}{n^2}\right)$ : (10)

$P_n = \left(1-\frac{1}{2^2}\right)\left(1-\frac{1}{3^2}\right)\cdots\left(1-\frac{1}{n^2}\right)$

$= \frac{(2-1)(2+1)}{2^2}\cdot\frac{(3-1)(3+1)}{3^2}\cdots\frac{(n-1)(n+1)}{n^2} = \frac{1}{2}\cdot\frac{n+1}{n} \longrightarrow \frac{1}{2}$ (5)

$\lim_{n\to+\infty} P_n = \frac{1}{2}$ (5)

ومنه الجداء متقارب.

2- $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2n+1}{n^3}$ : (10)

$\frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{2n+3}{(n+1)^3}\times\frac{n^3}{2n+1}$ (5) $\Rightarrow \lim \frac{a_{n+1}}{a_n} = \lim \frac{2n^3}{2n^3} = 1$

$\lim n\left(\frac{a_n}{a_{n+1}}-1\right) = \lim n\left(\frac{(n+1)^3(2n)}{(2n+1)^3(2n+1)}-1\right)$ (5) $= +\infty > 1$

$(a_n)$ متقارنة

أو أي اختبار آخر يعطي النتيجة نفسها حيث يمكن

$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{3^n n!}{n^n}$ : (10)

$\frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{3^{n+1}(n+1)!}{(n+1)^{n+1}}\times\frac{n^n}{3^n n!} = \frac{3(n+1)n^n}{(n+1)^n(n+1)} = 3\left(\frac{n}{n+1}\right)^n = 3\frac{1}{\left(1+\frac{1}{n}\right)^n}$ (5)

$\lim \frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{3}{e} > 1$ (5) متباعدة.

A to Z

تمرين 2 : (15)

$f_n(x) = \frac{x e^{-nx}}{x+n^2}$ : لدينا

$\lim_{n\to+\infty} f_n(x) = \frac{e^{-x}}{2} = f(x)$ (5)

ولدينا $(f_n)$ متقاربة نقطيا على $[0,1]$ نحو $f$.

$\forall \varepsilon>0, \exists N\in\mathbb{N}: \forall x\in[0,1], \forall n\geq N \Rightarrow |f_n(x)-f(x)| = \frac{x e^{-nx}}{(n+n^2)^2} \leq \frac{1}{n^3} < \varepsilon$ (5)

$n > \frac{1}{\sqrt[3]{\varepsilon}}$ (5) ولدينا $(f_n)$ متقاربة بانتظام نحو $f(x)=\frac{e^{-x}}{2}$

تمرين 3 : (20)

$\sum n!(x-2)^n$ ; $\lim \frac{a_{n+1}}{a_n} = \lim \frac{(n+1)!}{n!} = \lim (n+1) = +\infty$ (5)

$r=0$ و $d=+\infty$ (5) $\Rightarrow$ السلسلة متباعدة إلا عندما $x=2$.

$\sum \frac{(x-1)^n}{n\,2^n}$ . $\lim \sqrt[n]{\frac{1}{n\,2^n}} = \lim \frac{1}{\sqrt[n]{n}\cdot 2} = \frac{1}{2}$ (5)

$r=2 \Rightarrow d=2$ (5) السلسلة متقاربة على $]-1,3[$

$-1 < x < 3 \Leftarrow -2 < x-1 < 2$ ، إذن تتقارب

عندما $x=-1$ تصبح $\sum \frac{(-2)^n}{n(2^n)} = \sum \frac{(-1)^n}{n}$ متقاربة

عندما $x=3$ تصبح $\sum \frac{1}{n}$ متباعدة $\Rightarrow$ مجال التقارب هو $[-1,3[$

تمرين 4 : (15)

نعتبر : $f(x) = x$ دورية دورها $\pi$ ومعرفة على $]-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}[$ بـ

$a_0 = a_n = 0$ (5)

$b_n = \frac{2}{\pi}\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\sin\frac{n\pi x}{\frac{\pi}{2}}\,dx = \frac{4}{\pi}\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\sin 2nx\,dx$ : $u=x \Rightarrow du=dx$

$dv=\sin 2nx\,dx \Rightarrow v=-\frac{1}{2n}\cos 2nx$ (5)

$= \frac{4}{\pi}\left[\left(-\frac{1}{2n}x\cos 2nx\right)_0^{\frac{\pi}{2}} - \int_0^{\frac{\pi}{2}}-\frac{1}{2n}\cos 2nx\,dx\right] = \frac{4}{\pi}\left[\frac{-\pi}{4n}\cos n\pi - 0\right] = \frac{1}{n}(-1)^{n+1}$

$f(x) = \sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}(-1)^{n+1}\sin 2nx$ (5)

وأضعا ~~[illegible]~~ $\Leftarrow$ ~~[illegible]~~ -

السؤال كامل : متسلسلة تايلور حول $x=1$

$f(x)=\sin x$
$f'(x)=\cos x$
$f''(x)=-\sin x$
$f'''(x)=-\cos x$

$$f(x)=\sin x = f(1)+\frac{f'(1)}{1!}(x-1)+\frac{f''(1)}{2!}(x-1)^2 \quad (5)$$
$$+\frac{f'''(1)}{3!}(x-1)^3+\cdots \quad (5)$$
$$=\sin 1+\frac{\cos 1}{1!}(x-1)-\frac{\sin 1}{2!}(x-1)^2+\cdots$$

انتهى بنجاح

(10)

مكتبة A to Z

جامعة طرطوس
كلية العلوم
قسم الرياضيات

امتحان الفصل الدراسي الأول 2023-2024
السنة الثانية رياضيات المادة: تحليل3
المدة: ساعتان

الاسم:
الدرجة:90

أجب عن الأسئلة الآتية:

**السؤال الأول :** ( 20 درجة)

1- أثبت أن المتتالية $(\sqrt[n]{n})$ متقاربة من العدد 1 .

2- أثبت أن المتتالية : $(u_n)$ متتالية كوشي حيث :

$$u_n = \frac{\sin 1}{3} + \frac{\sin 2}{3^2} + \cdots + \frac{\sin n}{3^n}$$

**السؤال الثاني:** ( 20 درجة)

أدرس تقارب أو تباعد المتسلسلات الآتية:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{1 \times 4 \times 7 \times \ldots \times (3n-2)}{3 \times 6 \times 9 \times \ldots \times (3n)}\right] \qquad \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{n+1}\right)^{n^2}$$

**السؤال الثالث:** أدرس تقارب الجداء : ( 10 درجة)

$$\prod_{n=2}^{\infty} (1 - \frac{1}{n^2})$$

**السؤال الرابع :** أدرس التقارب المنتظم لمتتالية الدوال : $(f_n(x))$ المعرفة على المجال [ 0 , 1 ] بالشكل : ( 20 درجة)

$$f_n(x) = \frac{ne^{-x}}{2n+x}$$

من دالة يطلب تعيينها . ثم أحسب النهاية :

$$\lim_{n\to\infty} \int_0^1 \frac{ne^{-x}}{2n+x} dx$$

**السؤال الخامس :** أوجد نصف قطر تقارب ومجال التقارب ومجموع المتسلسلة : (10 درجات)

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n n.2^n.x^{n-1}$$

**السؤال السادس :** أوجد منشور فوريه للدالة $f$ الدورية المعرفة بالشكل: (10 درجات)

$$f(x) = \begin{cases} 0 & : -3 < x < 0 \\ 2 & : 0 < x < 3 \end{cases}$$

انتهت الأسئلة .... التمنيات بالنجاح في 2024/1/22 مدرس المقرر: د. آصف المحمد

مكتبة A to Z

2024 - 2023 فرض الأول — سلم تصحيح مادة التحليل 3
د/ أمين أحمد — السنة الثانية رياضيات

السؤال الأول: [1] نأخذ $x_n = \sqrt[n]{n} - 1 \in ]0, +\infty[$ ومنه $(1+x_n)^n = n$ (5)

$1 + n x_n + \frac{n(n-1)}{2} x_n^2 + \dots + x_n^n = n \Rightarrow n \geq \frac{n(n-1)}{2} x_n^2$ (20)

$x_n^2 \leq \frac{2}{n-1} \Rightarrow 0 < x_n \leq \sqrt{\frac{2}{n-1}} \Rightarrow \lim_{n\to\infty} \sqrt{\frac{2}{n-1}} = 0 \Rightarrow \lim_{n\to\infty} x_n = 0 \Rightarrow \lim_{n\to+\infty} \sqrt[n]{n} = 1$ (5)

$\left| x_{p+q} - x_p \right| = \left| \sum_{k=1}^{q} \frac{\sin(p+k)}{3^{p+k}} \right| \leq \sum_{k=1}^{q} \frac{1}{3^{p+k}} = \frac{1}{3^p} \sum_{k=1}^{q} \frac{1}{3^k} = \frac{1}{3^p} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1 - (\frac{1}{3})^q}{1 - \frac{1}{3}}$ (5) (2)

$< \frac{1}{2 \cdot 3^p} \left(1 - (\frac{1}{3})^q\right) < \frac{1}{2 \cdot 3^p} < \varepsilon \Rightarrow 3^p > \frac{1}{2\varepsilon} \Rightarrow p > \frac{-\ln 2\varepsilon}{\ln 3}$ (5)

ومنه يكفي أخذ $N_\varepsilon > \frac{-\ln 2\varepsilon}{\ln 3}$ حيث يتحقق شرط كوشي.

السؤال الثاني: $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{n+1}\right)^{n^2}$ : $\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{a_n} = \lim_{n\to\infty} \left(\frac{n}{n+1}\right)^n = \lim_{n\to\infty} \frac{1}{\left(\frac{n+1}{n}\right)^n} = \lim_{n\to\infty} \frac{1}{\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n} = \frac{1}{e} < 1$ (5)

متقاربة (20)

$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 \times 4 \times 7 \times \dots \times (3n-2)}{3 \times 6 \times 9 \times \dots \times 3n}$ : $\lim_{n\to+\infty} n\left(\frac{a_n}{a_{n+1}} - 1\right) = \lim_{n\to+\infty} n\left[\frac{(3n+3)^2}{(3n+1)^2} - 1\right]$ (5)

$= \lim_{n\to+\infty} \frac{12n^2 + 8n}{9n^2 + 6n + 1} = \frac{4}{3} > 1$ (5) متقاربة

السؤال الثالث: تقارب الجداء: $\prod_{n=2}^{\infty} \left(1 - \frac{1}{n^2}\right)$ (10)

$P_n = \left(1 - \frac{1}{2^2}\right)\left(1 - \frac{1}{3^2}\right)\left(1 - \frac{1}{4^2}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{n^2}\right) = \frac{(2^2-1)(3^2-1)\dots(n^2-1)}{2^2 \cdot 3^2 \dots \cdot n^2}$ (5)

$= \frac{(2-1)(2+1)(3-1)(3+1)\dots(n-1)(n+1)}{2^2 \cdot 3^2 \dots \cdot n^2} = \frac{(n-1)!(n+1)!}{2 \cdot (n!)^2} = \frac{1}{2} \frac{n+1}{n}$

$\lim_{n\to+\infty} P_n = \frac{1}{2}$ (5) بالتالي متقاربة ونهايتها $\frac{1}{2}$

السؤال الرابع: المتتالية متقاربة نقطياً من الدالة $\lim_{n\to+\infty} f_n(x) = \frac{e^{-x}}{2} = f(x)$

$\left|f_n(x) - f(x)\right| = \left|\frac{n e^{-x}}{2n+x} - \frac{e^{-x}}{2}\right| = \frac{x}{4ne^x + xe^x} \leq \frac{1}{4n} < \varepsilon$ (5) (20)

ومنه متقاربة بانتظام في $[0,1]$ $\Leftarrow n > \frac{1}{4\varepsilon}$ يوجد عدد طبيعي $N_\varepsilon = \left[\frac{1}{4\varepsilon}\right] + 1$ حيث $n > N_\varepsilon$

$\lim_{n\to+\infty} \int_0^1 \frac{n e^{-x}}{2n+x} = \int_0^1 \lim_{n\to+\infty} \frac{n e^{-x}}{2n+x} dx = \int_0^1 \frac{e^{-x}}{2} dx = \left[-\frac{1}{2} e^{-x}\right]_0^1 = \frac{1}{2}\left(1 - \frac{1}{e}\right)$ (5)

مكتبة A to Z

تصحيح تحليلي 3 . 2 . تصحيح السلم

السؤال الأول :

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n n \cdot 2^n \cdot x^{n-1}$$

(10)

$$\lim_{n\to+\infty} |a_n|^{\frac{1}{n}} = \lim_{n\to+\infty} \sqrt[n]{n \cdot 2^n} = \lim_{n\to+\infty} \sqrt[n]{n} \cdot 2 = 2 \times 1 = 2 = d^{-1}$$

$\Leftarrow$ نصف قطر التقارب هو $R = \frac{1}{d^{-1}} = \frac{1}{2}$ (5)

فإذا رمزنا بحرف $f(x)$ لمجموع المتسلسلة، فإن :

$$f(x) = \int_0^x f(t)\,dt = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot n \cdot 2^n \frac{x^n}{n} = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n (2x)^n$$

$$= -2x \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n (2x)^n = -2x \sum_{n=0}^{\infty} (-2x)^n$$ (3)

تكون متقاربة عندما $-1 < -2x < 1 \Leftarrow -\frac{1}{2} < x < \frac{1}{2}$ وحيث مجموعها

$$f(x) = -2x \frac{1}{1-(-2x)} = \frac{-2x}{1+2x} \quad \forall x \in \left]-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right[$$ (2)

$$\Rightarrow f'(x) = f'(x) = \frac{-2}{(1+2x)^2} \quad \forall x \in \left]-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right[$$ (3)

السؤال الثاني : تابع دوري ودوره 6 .

$$2T = 6 \Rightarrow T = 3$$

(10)

$$a_0 = \frac{1}{3}\int_{-3}^{3} f(x)\,dx$$

$$= \frac{1}{3}\left(\int_{-3}^{0} 0\,dx + \int_{0}^{3} 2\,dx\right) = \frac{1}{3}\left[2x\right]_0^3 = 2$$ (2)

$$a_n = \frac{1}{3}\left[\int_{-3}^{0} 0 \cos\frac{n\pi}{3}x\,dx + \int_{0}^{3} 2\cos\frac{n\pi}{3}x\,dx\right] = \frac{2}{3}\left[\frac{3}{n\pi}\sin n\frac{\pi}{3}x\right]_0^3$$

$$= \frac{2}{3}[0] = 0$$ (3)

$$b_n = \frac{1}{3}\left(0 + \int_0^3 2\sin\frac{n\pi}{3}x\,dx\right) = \frac{1}{3}\left[-\frac{6}{n\pi}\cos n\pi + 1\right]$$

$$= \frac{2}{n\pi}(1-(-1)^n)$$ (3)

$n$ فردي : $\frac{2}{n\pi}(1+1) = \frac{4}{n\pi}$

$n$ زوجي : $0$

نضع $n = 2n-1$

$$f(x) \sim 1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4}{(2n-1)\pi} \sin\frac{(2n-1)\pi}{3}x$$ (2)

انتهى السلم

د. أبو الخير

مكتبة A to Z

جامعة طرطوس
كلية العلوم
قسم الرياضيات

امتحان الفصل الدراسي الثاني للعام 2022-2023
السنة الثانية رياضيات المادة: تحليل3

الاسم:
الدرجة:90
المدة: ساعتان

أجب عن الأسئلة الآتية:

**السؤال الأول :** (20 درجة)

أدرس تقارب التكاملات المعتلة الآتية :

$$I_1 = \int_1^{+\infty} \left(1 - \cos\frac{2}{t}\right) dt \quad , \quad I_2 = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{t^2+1} dt$$

**السؤال الثاني:** (30 درجة)

أدرس تقارب أو تباعد السلاسل الآتية:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \ln\frac{n^2+2}{n^2+1} \quad , \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^n n!}{n^n} \quad , \quad \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{n}{n+1}\right)^n$$

**السؤال الثالث:** أوجد مجال ونصف قطر التقارب للسلسلة: (10 درجات)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n2^n}$$

**السؤال الرابع :** (10 درجات)

لتكن لدينا المتتالية $(f_n)$ من الدوال المعرفة على المجال $[\ 1\ ,\ +\infty\ [$ بالشكل :

$$f_n(x) = \frac{nx}{1+n^2x^2}$$

أثبت أن هذه المتتالية متقاربة بانتظام على المجال المذكور من دالة يطلب تعيينها.

**السؤال الخامس :** أوجد منشور ماكلوران وفق متسلسلة قوى مولدة بالدالة: (10 درجات)

$$f(x) = \ln(1+x)$$

**السؤال السادس :** (10 درجات)

لتكن $f$ دالة دورية ودورها $2\pi$ معرفة على $\mathbb{R}$ ومساوية :

$$f(x) = x \quad : \quad ]-\pi\ ,\pi[$$

أوجد منشور فوريه للدالة $f$ .

انتهت الأسئلة .... التمنيات بالنجاح في 2023/7/26

مدرس المقرر: د. آصف المحمد

A to Z

فرض تأليفي مادة التحليل 3 — سنة ثانية رياضيات — 2022-2023 — فصل ثاني — المدة: 1h30

## السؤال الأول: (20)

$$I_1 = \int_1^{+\infty} \left(1 - \cos\frac{2}{t}\right) dt$$

بما أن: $\lim_{t\to 0} t^2\left(1-\cos\frac{2}{t}\right) = \lim_{t\to 0} t^2\left(2\sin^2\frac{1}{t}\right)$

$$= \lim_{t\to 0} 2\left(\frac{\sin\frac{1}{t}}{\frac{1}{t}}\right)^2 = 2 = K$$

حسب معيار التكامل: $\lambda = 2 > 1$، $k = 2$

فالتكامل متقارب

$$I_2 = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{t^2+1} dt = \lim_{x\to+\infty} 2\int_0^x \frac{dt}{t^2+1} = \lim_{x\to+\infty} 2[\arctan t]_0^x = 2\left(\frac{\pi}{2}\right) = \pi$$

فالتكامل متقارب.

## السؤال الثاني: (30)

① $\sum_{n=1}^{\infty} \ln\frac{n^2+2}{n^2+1}$

لدينا $\ln\frac{n^2+2}{n^2+1} = \ln\left(1+\frac{1}{n^2+1}\right) \le \frac{1}{n^2+1}$

بما أن السلسلة $\sum \frac{1}{n^2+1}$ متقاربة فالسلسلة المعطاة متقاربة.

② $\sum \frac{1}{n^2+c^2}$ سلسلة متقاربة لأن $\sum \frac{1}{n(n+1)}$ متقاربة، لأن:

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{\frac{1}{n^2+c^2}}{\frac{1}{n(n+1)}} = 1 \neq 0$$

والسلسلة من طبيعة واحدة فالسلسلة الثانية متقاربة.

③ $\sum_{n=0}^{+\infty} \left(\frac{n}{n+1}\right)^n$

نستعمل اختبار كوشي:

$$\lim_{n\to+\infty} \sqrt[n]{\left(\frac{n}{n+1}\right)^n} = \lim_{n\to+\infty} \frac{n}{n+1} = 1$$

حالة شك

وبتطبيق اختبار: $\lim_{n\to+\infty} \left(\frac{n}{n+1}\right)^n = \lim_{n\to+\infty} \frac{1}{\left(1+\frac{1}{n}\right)^n} = \frac{1}{e} \neq 0$

فالسلسلة متباعدة.

(لدينا الشرط اللازم لتقارب السلسلة هو أن نهاية حدها العام $U_n$ تؤول إلى 0)

A to Z

مادة العلوم تحليل 2 رياضيات سنة ثانية

تمرين السؤال الثاني : (3)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^n n!}{n^n}$$

$$\frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{e^{n+1}(n+1)!}{(n+1)^{n+1}} \times \frac{n^n}{e^n . n!} = \frac{e^n . e\,(n+1)\,n!\,n^n}{(n+1)^n (n+1) e^n n!}$$

(5)

$$= \frac{e\,n^n}{(n+1)^n} = \frac{e}{\left(\frac{n+1}{n}\right)^n} = \frac{e}{\left(1+\frac{1}{n}\right)^n} > 1$$

(5)

ن متسلسلة متباعدة .

السؤال الثالث : (10)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n\,(2)^n}$$

$$\lim_{n \to +\infty} \sqrt[n]{|a_n|} = \lim_{n \to +\infty} \sqrt[n]{\left|\frac{1}{n\,2^n}\right|} = \lim_{n \to +\infty} \frac{1}{\sqrt[n]{n} \cdot 2} = \frac{1}{2}$$ (4)

$d = \frac{1}{2}$ ⇐ $r = 2$ نصف قطر التقارب .

عندما $x = -2$ فإن السلسلة :

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-2)^n}{n\,(2)^n}$$

$$= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n}$$

وهي سلسلة متباينة .

عندما $x = 2$ فإن السلسلة : (4)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$$ توافقية متباعدة

⇐ مجال التقارب $[-2, 2[$

السؤال الرابع : (10)

$$f_n(x) = \frac{nx}{1+n^2x^2}$$

المتتالية $(f_n(x))$ متقاربة نقطيا من الدالة المعرفة بـ $f(x) = 0$ على $[1, +\infty[$

وبالتالي إذا كانت $x \in [1, +\infty[$ فإن :

$$|f_n(x) - f(x)| = \frac{nx}{1+n^2x^2} < \frac{1}{nx} < \frac{1}{n}$$ (5)

$$\Rightarrow \sup_{x \in [1,+\infty[} |f_n(x) - f(x)| \leq \frac{1}{n}$$

وبما أن $\frac{1}{n} \to 0$ عندما $n \to +\infty$ (5)

فإن التقارب المنتظم محقق على $[1, +\infty[$

A to Z

تمت بسلام قبل 3 :

السؤال الخامس : منشور ماكلورين :

$f(x) = \ln(1+x)$

$f(0) = 0$ ، $f'(x) = \frac{1}{1+x}$ ، $f''(x) = \frac{-1}{(1+x)^2}$

10

$f^{(n)}(x) = (-1)^{n-1} \cdot \frac{(n-1)!}{(1+x)^n}$ 3

$f'(0) = 1$ ، $f''(0) = -1$ ، $f^{(n)}(0) = (-1)^{n-1}(n-1)!$

$f(x) = \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \frac{2x^3}{3!} + \dots + \frac{(-1)^{n-1}(n-1)!}{n!} x^n + \dots$

$= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n} x^n$ 3

السؤال السادس : منشور فورية للدالة $f(x) = x$ على $]-\pi, \pi[$

10

الدالة فردية ومنه $a_0 = a_n = 0$ :

$b_n = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} f(x) \sin\frac{2n\pi}{2\pi} x \, dx$ 3

$= \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} x \sin nx \, dx$

بالتجزئة :

$u = x \longrightarrow du = dx$

$dv = \sin nx \, dx \longrightarrow v = -\frac{1}{n} \cos nx$

$b_n = \frac{2}{\pi} \left[ \left( -\frac{1}{n} x \cos nx \right)_0^{\pi} - \int_0^{\pi} -\frac{1}{n} \cos nx \, dx \right]$

$b_n = \frac{2}{\pi} \left[ -\frac{\pi}{n}(-1)^n - 0 + \frac{1}{n^2} \left[ \sin nx \right]_0^{\pi} \right]$ 3

$= \frac{2}{n}(-1)^{n+1}$

$f(x) \sim \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2(-1)^{n+1}}{n} \sin nx$

انتهى بسلام

آخر سؤال

A to Z

جامعة طرطوس — امتحان الفصل الدراسي الأول 2022-2023 — الاسم:

كلية العلوم — السنة الثانية رياضيات — المادة: تحليل3 — الدرجة:90

قسم الرياضيات — المدة: ساعتان

**أجب عن الأسئلة الآتية:**

**السؤال الأول :** أدرس تقارب التكاملات المعتلة الآتية : **( 20 درجة)**

$$I_1 = \int_2^{+\infty} \frac{dx}{x\, ln^s x} \quad : \quad s \in \mathbb{R} \qquad . \qquad I_2 = \int_0^1 \frac{e^t}{\sqrt{1-\cos t}}\, dt$$

**السؤال الثاني:** أدرس تقارب أو تباعد السلاسل الآتية: **( 20 درجة)**

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^n n!}{n^n} \qquad , \qquad \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{1.4.7\ldots.(3n-2)}{3.6.9\ldots.(3n)}\right]^2$$

**السؤال الثالث:** أوجد مجال ونصف قطر التقارب للسلسلة: **(10 درجات)**

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{n^2}$$

**السؤال الرابع :** لتكن لدينا المتتالية $(f_n)$ من الدوال المعرفة على المجال $[\,0\ ,\ 1\,]$ بالشكل : **(20 درجة)**

$$f_n(x) = \frac{ne^{-x}}{2n+x}$$

**1-** أثبت أن هذه المتتالية متقاربة بانتظام على المجال المذكور من دالة يطلب تعيينها.

**2-** أحسب التكامل:

$$\lim_{n\to\infty} \int_0^1 \frac{ne^{-x}}{2n+x}\, dx$$

**السؤال الخامس :** أوجد منشور ماكلوران وفق متسلسلة قوى مولدة بالدالة: **(10 درجات)**

$$f(x) = \frac{1}{1+x}$$

واستنتج منشور الدالة: $\arctan t$ .

**السؤال السادس :** لتكن $f$ دالة دورية ودورها $2\pi$ معرفة على $\mathbb{R}$ ومساوية : **(10 درجات)**

$$f(x) = |x| \qquad , \qquad [-\pi\ ,+\pi\,]$$

أوجد منشور فوريه للدالة $f$ .

*انتهت الأسئلة .... التمنيات بالنجاح* — *مدرس المقرر: د. آصف المحمد*

سلم تصحيح مادة التحليل 3 الدرجة: 90

السنة الثالثة رياضيات - الاثنين: 2023/1/16

## السؤال الأول:

$I_1 = \int_2^{+\infty} \frac{dx}{x \ln^s x}$ :

(2d) ① عندما $s=1$ تكون:

$$\int_2^A \frac{dx}{x \ln x} = [\ln \ln x]_2^A = \ln\ln A - \ln\ln 2 \longrightarrow +\infty \quad (5)$$

$A \longrightarrow +\infty$

وتكون متباعدة.

② عندما $s \neq 1$ تكون:

$$\int_2^A \frac{dx}{x} \ln^{-s} x = \left[ \frac{\ln^{-s+1} x}{-s+1} \right]_2^A \quad (3)$$

$$= \frac{\ln A^{-s+1}}{-s+1} - \frac{\ln_2^{-s+1}}{-s+1}$$

عندما $s>1$: $\frac{\ln_2^{-s+1}}{-s+1} < 0$ ; $k$ ، لتقارب متقاربة

$+\infty$ (2) عندما $s<1$ ، لتكن متباعدة.

$$I_2 = \int_0^1 \frac{e^t}{\sqrt{1-\cos t}} dt$$

$$\lim_{t \to 0} (t-0) \frac{e^t}{\sqrt{1-\cos t}} = \lim_{t \to 0} \frac{t e^t}{\sqrt{2} \sin \frac{t}{2}} \quad (3) = \lim_{t \to 0} \frac{2 \frac{t}{2} e^t}{\sqrt{2} \sin \frac{t}{2}} = \sqrt{2} \quad (2)$$

$\lambda = 1$ ، $k = \sqrt{2} \neq 0$ ، فالتكامل متباعد.

## السؤال الثاني:

(2-1) نعم:

$$\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{2^n n!}{n^n}$$

نستخدم اختبار كوشي:

$$\lim_{n \to +\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \lim_{n \to +\infty} \frac{2^{n+1}(n+1)!}{(n+1)^{n+1}} \times \frac{n^n}{2^n . n!} \quad (5)$$

$$= \lim_{n \to +\infty} \frac{2 n^n (n+1) n!}{(n+1)(n+1)^n . 2^n . n!} \quad (3) = \lim_{n \to +\infty} 2 \left( \frac{n}{n+1} \right)^n = \lim_{n \to +\infty} 2 \left( \frac{1}{1+\frac{1}{n}} \right)^n = \frac{2}{e} < 1 \quad (2)$$

والسلسلة متقاربة.

$$\sum_{n=0}^{+\infty} \left[ \frac{1 \cdot 4 \cdot 7 \cdots (3n-2)}{3 \cdot 6 \cdot 9 \cdots (3n)} \right]^2$$

نستخدم اختبار رابب

$$\lim_{n \to +\infty} n \left( \frac{a_n}{a_{n+1}} - 1 \right) = \lim_{n \to +\infty} n \left\{ \left( \frac{3n+3}{3n+1} \right)^2 - 1 \right\} \quad (5)$$

$$= \lim_{n \to +\infty} \frac{12n^2 + 8n}{9n^2 + 6n + 1} \quad (3) = \frac{4}{3} > 1$$

والسلسلة متقاربة. (2)

السؤال الثالث :

$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{n^2} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{y^n}{n^2}$ نفرض $y = x-2$ فنكون

(10) نصف طريق

$\lim_{n \to +\infty} \left(\frac{1}{n^2}\right)^{\frac{1}{n}} = \lim_{n \to +\infty} \frac{1}{(\sqrt[n]{n})^2} = 1 = d \Rightarrow r = \frac{1}{d} = 1$ (5)

نضع نظ التقارب. (3)

وإذا تقارب السلسلة عندما $-1 < y < 1 \Leftarrow -1 < x-2 < 1$

$1 < x < 3$ (2) وعندما $x = 1$ نحصل على سلسلة $\sum \frac{(-1)^n}{n^2}$

وهي سلسلة متقاربة بما أن السلسلة المطلقة متقاربة.

وعندما $x = 3$ نحصل على سلسلة $\sum \left(\frac{1}{n^2}\right)$ وهي متقاربة.

وإذا مجال التقارب $[1, 3]$.

السؤال الرابع :

(20) نعتبر $f_n(x) = \frac{n e^{-x}}{2n+x}$ على $[0, 1]$

1- نلاحظ أن على المجال $[0,1]$ نكون :

$\lim_{n \to +\infty} f_n(x) = \frac{e^{-x}}{2}$ (5)

أي أن $(f_n)$ متقاربة نقطيا نحو الدالة $f(x) = \frac{e^{-x}}{2}$

وأيضا $\forall \varepsilon > 0 \; \exists N_\varepsilon : \forall x \in [0,1], n > N_\varepsilon, n \in \mathbb{N}$

لدينا :

$|f_n(x) - f(x)| = \left| \frac{n e^{-x}}{2n+x} - \frac{e^{-x}}{2} \right|$ (5)

$= \left| \frac{2nx e^{-x} - (2n+x) e^{-x}}{2(2n+x)} \right| = \frac{x e^{-x}}{2(2n+x)} = \frac{2}{4n e^x + x e^x} \leq \frac{1}{4n} < \varepsilon$

$\Rightarrow n > \frac{1}{4\varepsilon}$ (5) نضع $N_\varepsilon = \left[\frac{1}{4\varepsilon}\right] + 1$

حيث تحقق الشرط . فالمتتالية متقاربة بانتظام.

2- بما أن الدوال $f_n$ مستمرة على $[0,1]$ ومتقاربة بانتظام فإن :

$\lim_{n \to +\infty} \int_0^1 f_n(x)\,dx = \lim_{n \to +\infty} \int_0^1 \frac{n e^{-x}}{2n+x}\,dx = \int_0^1 \lim_{n \to +\infty} \frac{n e^{-x}}{2n+x}\,dx$ (5)

$= \int_0^1 \frac{e^{-x}}{2}\,dx = \left[-\frac{1}{2} e^{-x}\right]_0^1 = \frac{1}{2}\left(1 - \frac{1}{e}\right)$

## تصحيح التحليل 3

**السؤال الخامس:** منشور ماكلوران للدالة: $f(x) = \frac{1}{1+x}$ — 10 درجات

$$f'(x) = \frac{-1}{(1+x)^2} \quad , \quad f''(x) = \frac{2}{(1+x)^3}$$

(5)
$$\frac{1}{1+x} = 1 - x + x^2 + \cdots + (-1)^n x^n + \cdots \quad ; \quad |x| < 1$$

(3)
$$\frac{1}{1+t^2} = 1 - t^2 + t^4 + \cdots + (-1)^n t^{2n} + \cdots \in \quad x = t^2$$ نفرض

بالمكاملة نجد:

(2)
$$\arctan t = t - \frac{t^3}{3} + \cdots + (-1)^n \frac{t^{2n+1}}{2n+1} + \cdots$$

**السؤال الثاني:** منشور فوريه للدالة: $f(x) = |x|$ على $[-\pi, \pi]$ — 10 درجات

الدالة $f$ دالة زوجية، ومنه: $b_n = 0$ ،

$$a_n = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} x \cos nx \, dx$$

نفرض $u = x \to du = dx$

$dv = \cos nx \, dx \to v = \frac{1}{n} \sin nx$

(5)
$$= \frac{2}{\pi} \left[ \left( \frac{x}{n} \sin nx \right]_0^{\pi} - \int_0^{\pi} \frac{1}{n} \sin nx \, dx \right]$$

$$= \frac{2}{\pi} \left( 0 + \left[ \frac{1}{n^2} \cos nx \right]_0^{\pi} \right) = \frac{2}{\pi} \left( \frac{1}{n^2}(-1)^n - \frac{1}{n^2} \right)$$

(3)
$$= \frac{2}{n^2 \pi} \left( (-1)^n - 1 \right)$$

$$a_0 = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} x \, dx = \frac{2}{\pi} \left[ \frac{x^2}{2} \right]_0^{\pi} = \pi$$ (2)

$$\Rightarrow \quad |x| \sim \frac{\pi}{2} + \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2}{n^2 \pi} \left( (-1)^n + 1 \right) \cos nx$$

نلاحظ أنه عندما $n = 2p$ عدد زوجي فإن قيمة الحدود $= 0$

وعندما $n = 2p+1$ فردي تكون النتيجة:

$$|x| \sim \frac{\pi}{2} + \sum_{p=0}^{+\infty} \frac{-4}{\pi (2p+1)^2} \cos(2p+1)x$$

انتهت الإجابة.

د. أحمد

الاثنين 2023/1/16

# مكتبة

مكتبة A TO Z

فرع 1
تجمع الكليات( كلية العلوم)

فرع 2
الكورنيش الشرقي جانب MTN

## طباعة محاضرات ـ قرطاسية

Mob:0931 497 960