ABCDEFGHIJKLMNOPQSTUVWXYZ

كلية العلوم

القسم : الفيزياء

السنة : الاولى

اسئلة دوراات محلولة

احتمالات واحصاء

A 2 Z LIBRARY

Facebook Group : A to Z مكتبة

كلية العلوم (فيزياء ، كيمياء ، رياضيات ،علم الحياة)

يمكنكم طلب المحاضرات برسالة نصية (SMS) أو عبر (What's app) على الرقم TEL: 0931497960

ABCDEFGHIJKLMNOPQSTUVWXYZ

جامعة طرطوس — امتحان الفصل الدراسي الاول 2024-2025 — الاسم:

كلية العلوم — السنة الأولى فيزياء — المادة: مبادئ الاحتمالات — الدرجة:90

قسم الفيزياء — نموذج A — المدة: ساعتان

أجب عن الأسئلة الآتية :

السؤال الأول : (20 درجة)

لدينا دالة الاحتمال المشترك للمتغيرين X , Y معرفة بالجدول :

X \ Y	6	2	3
4	1/8	1/4	1/8
5	1/4	1/8	1/8

أكتب جدول التوزيع الهامشي لكل من X و Y ثم أحسب المقادير الآتية : $V(X)$, $E(X)$.

السؤال الثاني : (20 درجة)

في تجربة إلقاء قطعة نرد متوازنة يخسر اللاعب 6 نقطة إذا ظهر الوجه 6 , ويخسر 5 نقاط إذا ظهر الوجه 5 , ويخسر 4 نقاط إذا ظهر العدد 4 , بينما يربح 8 نقاط إذا ظهر أي وجه آخر. المطلوب :

1- أكتب جدول القانون الاحتمالي للمتغير العشوائي الموافق. **2-** احسب التوقع الرياضي والتباين .

السؤال الثالث : (20 درجة)

لدينا احتمال أن يكون لدواء ما آثار جانبية 0.001 . تم استخدام الدواء من قبل 2000 شخص .

1- أحسب احتمال أن يعاني 3 أشخاص من آثار جانبية . .

2- احسب احتمال أن يكون أكثر من 2 شخص يعاني من آثار جانبية .

السؤال الرابع : (20 درجة)

ليكن X متغير عشوائي مستمر موصوف بالتابع :

$$f(x) = \begin{cases} ae^{-2x} & : x \geq 0 \\ 0 & : x < 0 \end{cases}$$

1- عين قيمة a لكي يكون $f(x)$ تابع كثافة احتمالية , ثم أوجد تابع التوزيع الاحتمالي للمتغير X .

2- أحسب التوقع الرياضي . **3-** أحسب الاحتمال $p(0 < X < 1)$.

السؤال الخامس : صندوق يحوي ثلاث كرات بيضاء و كرتين سوداوين وكرة واحدة حمراء . (10 درجات)

نسحب من الصندوق ثلاث كرات على التتالي دون إعادة . فإذا رمزنا بـ X لمتغير عشوائي يدل على عدد الكرات البيضاء المسحوبة. أوجد جدول التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي .

انتهت الأسئلة مع التمنيات بالنجاح — د. أ. سف المحمد

A to Z

جامعة طرطوس | امتحان الفصل الدراسي الاول 2024-2025 | الاسم:
كلية العلوم | السنة الأولى فيزياء المادة: مبادئ الاحتمالات | الدرجة:90
قسم الفيزياء | نموذج B | المدة: ساعتان

أجب عن الأسئلة الآتية :

السؤال الأول : (20 درجة)

لدينا دالة الاحتمال المشترك للمتغيرين X , Y معرفة بالجدول :

Y \ X	-6	4	2
5	1/8	1/4	1/8
-3	1/8	1/8	¼

أكتب جدول التوزيع الهامشي لكل من X و Y ثم أحسب المقادير الآتية : $V(X)$, $E(X)$.

السؤال الثاني : (20 درجة)

لدينا احتمال أن يكون لدواء ما آثار جانبية 0,002 . تم استخدام الدواء من قبل 1000 شخص .

1- أحسب احتمال أن يعاني 2 شخص من آثار جانبية . .

2- احسب احتمال أن يكون أكثر من 2 شخص يعاني من آثار جانبية .

السؤال الثالث : (20 درجة)

في تجربة إلقاء قطعة نرد متوازنة يربح اللاعب 6 نقطة إذا ظهر الوجه 6 , ويربح 5 نقاط إذا ظهر الوجه 5 , ويربح 4 نقاط إذا ظهر العدد 4 , بينما يخسر 8 نقاط إذا ظهر أي وجه آخر. المطلوب :

1- أكتب جدول القانون الاحتمالي للمتغير العشوائي الموافق. 2- احسب التوقع الرياضي والتباين

السؤال الرابع : (10 درجات)

صندوق يحوي أربع كرات بيضاء و كرة سوداء وكرة واحدة حمراء . نسحب من الصندوق ثلاث كرات معاً. فإذا رمزنا بـ X لمتغير عشوائي يدل على عدد الكرات البيضاء المسحوبة. أوجد جدول التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي .

السؤال الخامس : (20 درجة)

ليكن X متغير عشوائي مستمر موصوف بالتابع :

$$f(x)=\begin{cases}3e^{-ax} & : x \geq 0 \\ 0 & : x < 0\end{cases}$$

1- عين قيمة a لكي يكون $f(x)$ تابع كثافة احتمالية , ثم أوجد تابع التوزيع الاحتمالي للمتغير X .

2- أحسب التوقع الرياضي . 3- أحسب الاحتمال $p(0 < X < 1)$.

التهنئة الأسئلة مع التمنيات بالنجاح

د. آصف المحمد

A to Z

سلم تصحيح مادة احصاءات طب اسنان الدورة: جوان السنة أولى (ق ب د) فوج 2: (A)

السؤال الأول: (20)

x	4	5
$P(X=x)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$

(5)

y	6	2	3
$P(Y=y)$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{2}{8}$

(5)

$E(X) = 2 + \frac{5}{2} = \frac{9}{2}$ (5)

$V(X) = \frac{16}{2} + \frac{25}{2} - \left(\frac{9}{2}\right)^2 = \frac{41}{2} - \frac{81}{4} = \frac{1}{4}$ (5)

السؤال الثاني: (25)

x	-6	-5	-4	$+8$
$P(X=x)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{3}{6}$

(5)

$E(X) = \frac{-6-5-4+24}{6} = \frac{9}{6} = \frac{3}{2}$ (5)

$V(X) = \frac{36+25+16+64\times 3}{6} - \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{269}{6} - \frac{9}{4} = \frac{511}{12} \approx 42,58$ (5)

السؤال الثالث: (25)

$P(X=x) = \frac{\lambda^x}{x!} e^{-\lambda}$ (5) $\quad \lambda = 2000 \times 0,001 = 2$

$P(X=3) = \frac{2^3}{3!} e^{-2} = \frac{8}{6e^2} = \frac{4}{3e^2}$ (5)

$P(X \geq 2) = 1 - P(X=0) - P(X=1)$ (5)

$= 1 - \frac{2^0}{0!} e^{-2} - \frac{2^1}{1!} e^{-2} = 1 - \frac{1}{e^2} - \frac{2}{e^2}$

$= \frac{e^2 - 3}{e^2}$ (5)

السؤال الرابع: (20)

$\int_0^\infty a e^{-2x} dx = \left(\frac{a}{-2} e^{-2x}\right)_0^\infty = 0 + \frac{a}{2} = 1 \Rightarrow a = 2$ (5)

$F(x) = \int_0^x 2e^{-2t} dt = \left[\frac{2}{-2} e^{-2t}\right]_0^x = -e^{-2x} + 1 = 1 - e^{-2x}$ (5)

$E(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} x f(x) dx = \int_0^\infty 2x e^{-2x} dx$ (5)

$u = 2x \longrightarrow du = 2dx$

$dv = e^{-2x} dx \longrightarrow v = \frac{1}{-2} e^{-2x}$

$= \left[x e^{-2x}\right]_0^\infty - \int_0^\infty -e^{-2x} dx = 0 - \left[\frac{1}{2} e^{-2x}\right]_0^\infty = -\left(0 - \frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2}$

$P(0 < X < 1) = \int_0^1 2e^{-2x} dx = \left[-e^{-2x}\right]_0^1 = -e^{-2} + 1 = 1 - \frac{1}{e^2} = \frac{e^2 - 1}{e^2}$ (5)

السؤال الخامس: (10)

3 كرات بيضاء، 2 سوداوين، 1 حمراء

نسحب ثلاث كرات مع إرجاع دون اعادة.

$X(\Omega) = \{0, 1, 2, 3\}$ (2)

$P(X=0) = \frac{3}{6} \times \frac{2}{5} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{20}$ (2) $\quad P(X=1) = \frac{3}{6} \times \frac{3}{5} \times \frac{2}{4} \times 3 = \frac{9}{20}$ (2)

$P(X=2) = \frac{3}{6} \times \frac{2}{5} \times \frac{3}{4} \times 3 = \frac{9}{20}$ (2) $\quad P(X=3) = \frac{3}{6} \times \frac{2}{5} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{20}$ (2)

x	0	1	2	3
$P(X=x)$	$\frac{1}{20}$	$\frac{9}{20}$	$\frac{9}{20}$	$\frac{1}{20}$

انتهى السلم

د. أوصيف الخير

A to Z

سلم نقطي مادة الإحصاء والاحتمالات الدورة: عادية
شعبة: علوم تجريبية / خيار: فرنسية (B)

السؤال الأول:

x	-6	4	2
$P(X=x)$	$\frac{2}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$

y	-3	5
$P(Y=y)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$

(20)

$E(X) = \frac{-12}{8} + \frac{12}{8} + \frac{6}{8} = \frac{6}{8}$

$V(X) = \frac{36+48+12}{8} - \left(\frac{6}{8}\right)^2 = \frac{1020}{64} = \frac{255}{16}$

$= 15,93$

السؤال الثاني:

(20)

$P(X=x) = \frac{\lambda^x}{x!} e^{-\lambda}$ $\quad \lambda = 1000 \times 0,002 = 2$

① $P(X=2) = \frac{2^2}{2!} e^{-2} = \frac{4}{2} e^{-2} = \frac{2}{e^2}$ ، $P(X \geq 2) = 1 - P(X=0) - P(X=1)$

$= 1 - \frac{2^0}{0!} e^{-2} - \frac{2}{1!} e^{-2} = 1 - \frac{1}{e^2} - \frac{2}{e^2}$

$= 1 - \frac{3}{e^2} = \frac{e^2-3}{e^2}$

السؤال الثالث:

(20)

x	6	5	4	-8
$P(X=x)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{3}{6}$

$E(X) = \frac{6}{6} + \frac{5}{6} + \frac{4}{6} - \frac{24}{6} = \frac{-9}{6} = \frac{-3}{2}$

$V(X) = \frac{36+25+16+64 \times 3}{6} - \left(\frac{-3}{2}\right)^2 = \frac{269}{6} - \frac{9}{4} = \frac{511}{12} = 42,58$

السؤال الرابع:

(10)

4 كرات بيضاء ، 1 كرة سوداء ، 1 كرة حمراء

نسحب ثلاث كرات معا:

$X(\Omega) = \{1, 2, 3\}$

$P(X=1) = \frac{\binom{1}{1}\binom{1}{1}\binom{4}{1}}{\binom{6}{3}} = \frac{4}{20} = \frac{1}{5}$ ، $P(X=2) = \frac{\binom{2}{1}\binom{4}{2}}{\binom{6}{3}} = \frac{12}{20} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$

$P(X=3) = \frac{\binom{4}{2}}{\binom{6}{3}} = \frac{4}{20} = \frac{1}{5}$

x	1	2	3
$P(X=x)$	$\frac{1}{5}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{1}{5}$

السؤال الخامس:

(20)

$\int_0^{+\infty} f(x)dx = \int_0^{\infty} 3e^{-ax}dx = \left[-\frac{3}{a}e^{-ax}\right]_0^{\infty} = 0 + \frac{3}{a} = 1$

$\Rightarrow \boxed{a = 3}$

$F(x) = \int_0^x 3e^{-3t}dt = \left[-e^{-3t}\right]_0^x = -e^{-3x} + 1 = 1 - e^{-3x}$

$E(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} x f(x)dx = \int_0^{+\infty} 3xe^{-3x}dx$ ، $u = 3x \longrightarrow du = 3dx$ ، $dv = e^{-3x}dx \longrightarrow v = -\frac{1}{3}e^{-3x}$

$= \left[-xe^{-3x}\right]_0^{+\infty} - \int_0^{+\infty} -e^{-3x}dx = 0 - \left[\frac{e^{-3x}}{3}\right]_0^{+\infty} = -\left(0 - \frac{1}{3}\right) = \frac{1}{3}$

$P(0 < X < 1) = \int_0^1 3e^{-3x}dx = \left[-e^{-3x}\right]_0^1 = -e^{-3} + 1 = 1 - \frac{1}{e^3} = \frac{e^3-1}{e^3}$

انتهى السلم

A to Z

جامعة طرطوس
كلية العلوم
قسم الفيزياء

امتحان الفصل الدراسي الثاني 2023-2024
السنة الأولى فيزياء المادة: إحصاء واحتمالات

الاسم:
الدرجة:90
المدة: ساعتان

أجب عن الأسئلة الآتية :

السؤال الأول : لدينا دالة الاحتمال المشترك للمتغيرين X , Y معرفة بالجدول : (20 درجة)

X \ Y	-4	2	7
1	1/8	1/4	1/8
5	1/4	1/8	1/8

أكتب جدول التوزيع الهامشي لكل من X و Y ثم أحسب المقادير الآتية :

$$E(X) \quad , \quad E(Y) \quad , \quad V(X) \quad , \quad V(Y)$$

السؤال الثاني: في تجربة إلقاء قطعة نرد لدينا الأحداث الآتية : (10 درجة)

$$A = \{2,4,6\} \quad , \quad B = \{1,3\} \quad , \quad C = \{5\}$$

جماعة شاملة نسبياً . لنفرض أننا كررنا التجربة 8 مرات متتالية.

احسب احتمال أن يقع الحدث A مرتين والحدث B ثلاث مرات والحدث C ثلاث مرات .

السؤال الثالث : ليكن X متغير عشوائي مستمر موصوف بتابع الكثافة: (25 درجة)

$$f(x) = \begin{cases} 2e^{-2x} & : x \geq 0 \\ 0 & : x < 0 \end{cases}$$

1- أثبت أن التابع السابق هو تابع كثافة احتمالية , ثم أوجد تابع التوزيع الاحتمالي للمتغير X .

2- أحسب التوقع الرياضي .

3- أحسب الاحتمال $p(0 < X < 1)$.

السؤال الرابع : (15 درجة)

صندوق يحوي ثلاث كرات بيضاء و كرتين سوداوين وكرة واحدة حمراء . نسحب من الصندوق ثلاث كرات معا .

فإذا رمزنا بـ X لمتغير عشوائي يدل على عدد الكرات البيضاء المسحوبة.

أوجد جدول التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي ,والتوقع الرياضي له .

السؤال الخامس : (20 درجة)

لدينا دالة التوزيع الاحتمالي المشترك للمتغيرين المستمرين X , Y :

$$F(x,y) = \begin{cases} 1 + e^{-x-y} & : x \geq 0 \quad , \quad y \geq 0 \\ 0 & \text{عدا ذلك} \end{cases}$$

أوجد دالة الكثافة الاحتمالية المشتركة للمتغيرين X , Y ثم احسب الاحتمال : $p(0 < x < 2 \ , 0 < y < 2)$.

انتهت الأسئلة

مع التمنيات بالنجاح

د. أصف المحمد

2024/7/17

مكتبة A to Z

سلم تصحيح إجابات امتحان سنة أولى جزاء

السؤال الأول (20)

X \ Y	-4	2	7	
1	1/8	1/4	1/8	4/8
5	1/4	1/8	1/8	4/8
	3/8	2/8	2/8	

X	1	5
P(X=x)	4/8	4/8

Y	-4	2	7
P(Y=y)	3/8	3/8	2/8

$E(X) = \frac{4}{8} + 5\left(\frac{4}{8}\right) = \frac{1}{2} + \frac{5}{2} = \frac{6}{2} = 3$

$E(Y) = -4\left(\frac{3}{8}\right) + 2\left(\frac{3}{8}\right) + 7\left(\frac{2}{8}\right) = 1$

$V(X) = E(X^2) - (E(X))^2 = \frac{1}{2} + \frac{25}{2} - (3)^2 = 13 - 9 = 4$

$V(Y) = E(Y^2) - (E(Y))^2 = 16\left(\frac{3}{8}\right) + 4\left(\frac{3}{8}\right) + 49\frac{2}{8} - (1)^2 = \frac{48+12+98}{8} - 1 = \frac{158}{8} - \frac{8}{8} = \frac{150}{8}$

السؤال الثاني (10)

$P = \frac{8!}{2!\,3!\,3!}\left(\frac{3}{6}\right)^2\left(\frac{2}{6}\right)^3\left(\frac{1}{6}\right)^3 = \frac{8\times7\times6\times5\times4\times3\times2}{2\times3\times2\times3\times3} \cdot \frac{9\times4}{6^8}$

$= \frac{8\times7\times2\times5\times9\times4}{6\times6\times6\times6\times6\times6} = \frac{4\times7\times5}{9\times36} = \frac{35}{81}$

السؤال الثالث: (25)

① $f(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\,dx = \int_0^{+\infty} 2e^{-2x}\,dx = \left[-e^{-2x}\right]_0^{+\infty} = 0 + 1 = 1$ ← دالة كثافة

② $F(x) = \int_{-\infty}^{x} 2e^{-2t}\,dt = \int_0^x 2e^{-2t}\,dt = \left[-e^{-2t}\right]_0^x = 1 - e^{-2x}$ ← دالة التوزيع

$E(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} x f(x)\,dx = \int_0^{+\infty} x\,2e^{-2x}\,dx = \left[-xe^{-2x}\right]_0^{+\infty} - \int_0^{+\infty} -e^{-2x}\,dx$

$u = x \rightarrow du = dx$

$dv = 2e^{-2x}dx \Rightarrow v = -e^{-2x}$

$= 0 - \left[\frac{1}{2}e^{-2x}\right]_0^{+\infty} = 0 + \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

③ $P(0 \le X \le 1) = \int_0^1 f(x)\,dx = F(1) - F(0) = 1 - e^{-2} - (1 - e^0) = 1 - \frac{1}{e^2}$

السؤال الرابع: (15)

$X = \{0, 1, 2, 3\}$

$P(X=0) = \frac{\binom{3}{3}}{\binom{6}{3}} = \frac{1}{20}$

$P(X=1) = \frac{\binom{3}{2}\binom{3}{1}}{\binom{6}{3}} = \frac{9}{20}$

$P(X=2) = \frac{\binom{3}{1}\binom{3}{2}}{\binom{6}{3}} = \frac{9}{20}$

$P(X=3) = \frac{\binom{3}{3}}{\binom{6}{3}} = \frac{1}{20}$

x	0	1	2	3
P(X=x)	1/20	9/20	9/20	1/20

$E(X) = 0 + \frac{9+18+3}{20} = \frac{30}{20} = \frac{3}{2}$

السؤال الخامس: (20)

$f(x,y) = \frac{\partial^2}{\partial x\,\partial y} F(x,y)$

$= \frac{\partial}{\partial x}\left(e^{-x-y}\right) = -e^{-x-y}$; $x \ge 0, y \ge 0$

$P(0<X<2, 0<Y<2) = \int_0^2\int_0^2 f(x,y)\,dx\,dy = \int_0^2 \left[-e^{-x-y}\right]_0^2 dx = \int_0^2 \left(-e^{-x-2} + e^{-x}\right)dx$

$= \left[e^{-x-2} - e^{-x}\right]_0^2 = e^{-4} - e^{-2} - e^{-2} + e^0 = \frac{1}{e^4} - \frac{2}{e^2} + 1$

$= \frac{e^4 - 2e^2 + 1}{e^4}$

انتهى السلم

مكتبة A to Z

جامعة طرطوس
كلية العلوم
قسم الفيزياء

امتحان الفصل الدراسي الاول 2023-2024
السنة الأولى فيزياء المادة: مبادئ الاحتمالات

الاسم:
الدرجة:90
المدة: ساعتان

أجب عن الأسئلة الآتية :

السؤال الأول : لدينا احتمال أن يكون لدواء ما آثار جانبية 0.1 , فإذا أخذ الدواء 10 اشخاص. (10 درجات)

1- ما احتمال أن يعاني 3 أشخاص من آثار جانبية.

2- ما احتمال أن يكون أكثر من شخصين يعانون من آثار جانبية.

السؤال الثاني: في تجربة إلقاء قطعة نرد متوازنة : (20 درجة)

يكسب اللاعب 8 نقاط إذا ظهر الوجه 2 , ويكسب 3 نقاط إذا ظهر الوجه 3 , ويخسر 4 نقاط إذا ظهر العدد 1 , بينما لا يربح ولا يخسر أية نقطة إذا ظهر أي وجه آخر. المطلوب :

1- أكتب جدول القانون الاحتمالي للمتغير العشوائي الموافق.

2- احسب التوقع الرياضي له.

السؤال الثالث : لدينا الدالة الاحتمالية المشتركة للمتغيرين المستمرين X , Y : (20 درجة)

$$f(x,y)=\frac{1}{\pi^2(1+x^2)(1+y^2)}$$

1-أثبت أن الدالة هي دالة كثافة احتمالية مشتركة للمتغيرين X , Y .

2-أوجد دالة التوزيع الاحتمالي للمتغير X .

3- احسب الاحتمال : $p(0<x<1\ ,0<y<1)$.

السؤال الرابع : (20 درجة)

صندوق يحوي كرتين بيضاوين و كرتين سوداوين وكرة واحدة حمراء . نسحب من الصندوق كرتين معا .

فإذا رمزنا بـ X لمتغير عشوائي يدل على عدد الكرات البيضاء المسحوبة , وبـ Y لمتغير عشوائي يدل على عدد الكرات السوداء المسحوبة . أوجد جدول التوزيع المشترك للمتغيرين X , Y .

السؤال الخامس : ليكن X متغير عشوائي منفصل موصوف بتوزيع احتمالي : (10 درجات)

$$f(x)=\frac{1}{k}\quad ,\ x=1,2,3,\dots,k$$

1- أثبت أن الدالة $f(x)$ هي دالة كثافة احتمالية.

2- أحسب التوقع الرياضي.

السؤال السادس: ما عدد متبادلات الأحرف :barasetmolseta. (10 درجات)

انتهت الأسئلة

مع التمنيات بالنجاح

د. آصف المحمد

2024/1/7

سلم تصحيح مادة صادق للاحتمالات

السنة الأولى : شهادة ، الفصل الأول c.c1 و c.c2

الدرجة /٩٠

السؤال الأول : $n=10$ ، $p=0,1$ ، $q=0,9$

① $P(X=3) = \binom{10}{3}(0,1)^3(0,9)^7 = \frac{10\times9\times8}{3\times2\times1}\times\frac{1}{1000}\times\frac{(0,9)^7}{(10)^7} = \frac{120\times9^7}{10^{10}}$

② $P(X>2) = 1-(P(X=0)+P(X=1)+P(X=2)) = 1-\left[(0,9)^{10}+\binom{10}{1}(0,1)(0,9)^9+\binom{10}{2}(0,1)^2(0,9)^8\right]$

السؤال الثاني :

① $\Omega = \{1,2,3,4,5,6\}$

x	-4	$+8$	3	0
$P(X=x)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{3}{6}$

② $E(X) = \frac{-4}{6}+\frac{8}{6}+\frac{3}{6}+0 = \frac{7}{6}$

السؤال الثالث :

① $\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{1}{\pi^2(1+x^2)(1+y^2)}dx\,dy = \frac{1}{\pi^2}\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{1}{1+x^2}dx\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{1}{1+y^2}dy$

$= \frac{1}{\pi^2}(\arctan+\infty - \arctan-\infty)^2 = \frac{1}{\pi^2}\left(\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{2}\right)^2 = \frac{\pi^2}{\pi^2} = 1$

ومنه دالة كثافة.

② $F(x,y) = \int_{-\infty}^{x}\int_{-\infty}^{y}\frac{1}{\pi^2(1+x^2)(1+y^2)}dx\,dy$

$= \frac{1}{\pi^2}\left(\arctan x+\frac{\pi}{2}\right)\left(\arctan y+\frac{\pi}{2}\right)$

③ $P(0<x<1, 0<y<1) = \int_0^1\int_0^1\frac{1}{\pi^2}\left(\frac{1}{1+x^2}\right)\left(\frac{1}{1+y^2}\right)dx\,dy$

$= \frac{1}{\pi^2}(\arctan 1-\arctan 0)(\arctan 1-\arctan 0) = \frac{1}{\pi^2}\left(\frac{\pi}{4}\right)^2 = \frac{1}{16}$

السؤال الرابع :

① R R B B W

لست كرستينا صادق.

② X عدد البيضاء ، Y عدد السوداء

$P_{01} = \frac{\binom{1}{1}\binom{2}{1}}{\binom{5}{2}} = \frac{2}{10}$ ، $P_{02} = \frac{\binom{2}{2}}{\binom{5}{2}} = \frac{1}{10}$

$P_{10} = \frac{\binom{2}{1}\binom{1}{1}}{\binom{5}{2}} = \frac{2}{10}$ ، $P_{11} = \frac{\binom{3}{1}\binom{1}{1}}{\binom{5}{2}} = \frac{4}{10}$

$P_{12} = 0$ ، $P_{20} = \frac{\binom{2}{2}}{\binom{5}{2}} = \frac{1}{10}$ ، $P_{21} = 0$ ، $P_{22} = 0$

$Y \backslash X$	0	1	2	
0	0	$\frac{2}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{3}{10}$
1	$\frac{2}{10}$	$\frac{4}{10}$	0	$\frac{6}{10}$
2	$\frac{1}{10}$	0	0	$\frac{1}{10}$
	$\frac{3}{10}$	$\frac{6}{10}$	$\frac{1}{10}$	

تمنى سلم تصحيح مبادئ الاحتمالات سنة أولى مزدوج

السؤال الأول : $f(x) = \frac{1}{k}$ $x = 1, 2, \dots, k$

$\sum_{x=1}^{k} f(x) = \frac{1}{k} + \frac{1}{k} + \dots + \frac{1}{k} = \frac{k}{k} = 1$ (1) (0.5)

$f(x) = \frac{1}{k} > 0$ موجبة تماما

$E(X) = \frac{1}{k} + \frac{2}{k} + \frac{3}{k} + \dots + \frac{k}{k}$ (2)

$= \frac{1+2+3+\dots+k}{k} = \frac{1}{k} \cdot \frac{k(k+1)}{2} = \frac{k+1}{2}$ (S)

السؤال الثاني : عدد مبادلات الحروف هو :

$\frac{14!}{11!\,3!\,2!\,2!\,2!} = \frac{14!}{1 \times 3 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2} = \frac{14!}{3 \times 2^4}$ (0.5) (S)

$= \frac{14 \times 13 \times 12 \times 11 \times 10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{3 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2}$ (S)

$= 7 \times 13 \times 6 \times 11 \times 5 \times 9 \times 4 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 = 1816214400$

انتهى السلم.

أمين

2024/2/7

2024 تجريبي

جامعة طرطوس
كلية العلوم
قسم الفيزياء

امتحان الفصل الدراسي الثاني للعام 2022-2023
السنة الأولى فيزياء المادة: مبادئ الاحتمالات

الاسم:
الدرجة:90
المدة: ساعتان

أجب عن الأسئلة الآتية :

السؤال الأول : عند إلقاء قطعة نرد 5 مرات ما احتمال ظهور الرقم 3 أربع مرات. (10 درجات)

السؤال الثاني: في تجربة إلقاء قطعة نرد لدينا الأحداث الآتية : (20 درجة)

$$A=\{1,3,5\} \quad , \quad B=\{2,4\} \quad , \quad C=\{6\}$$

جماعة شاملة نسبياً . لنفرض أننا كررنا التجربة 10 مرات متتالية.

احسب احتمال أن يقع الحدث A مرتين والحدث B ثلاث مرات والحدث C خمس مرات .

السؤال الثالث : ليكن X متغير عشوائي مستمر موصوف بتابع الكثافة: (20 درجة)

$$f(x)=\begin{cases}\frac{1}{2}e^{-\frac{x}{2}} & : x>0\\ 0 & : x\le 0\end{cases}$$

1- أثبت أن التابع السابق هو تابع كثافة احتمالية , ثم أوجد تابع التوزيع الاحتمالي للمتغير X .

2- أحسب التوقع الرياضي .

3- أحسب الاحتمال $p(0<X<1)$.

السؤال الرابع : (20 درجة)

صندوق يحوي ثلاث كرات بيضاء و كرتين سوداوين وكرة واحدة حمراء . نسحب من الصندوق كرتين معا .

فإذا رمزنا بـ X لمتغير عشوائي يدل على عدد الكرات البيضاء المسحوبة , وبـ Y لمتغير عشوائي يدل على عدد الكرات السوداء المسحوبة .

1-أوجد جدول التوزيع المشترك للمتغيرين X , Y .

2-أوجد جدول التوزيع الهامشي للمتغير X وكذلك جدول التوزيع الهامشي للمتغير Y .

3-أحسب الاحتمال $P(X\le 1)$.

السؤال الخامس : (20 درجة)

لدينا التابع $f(x,y)$ معطى بالعلاقة :

$$f(x)=\begin{cases}\frac{3}{4}x(x+4y) & : \quad 0\le x\le 1 \quad , \quad 0\le y\le 1\\ 0 & : \quad \text{خارج الساحة السابقة}\end{cases}$$

أثبت أن التابع السابق هو تابع كثافة احتمالية مشترك للمتغيرين X,Y . ثم أوجد تابع التوزيع الاحتمالي المشترك لهما .

انتهت الأسئلة

مع التمنيات بالنجاح

د. آصف المحمد

2023/7/26

A to Z

سلم تصحيح مادة الرياضيات
سنة أولى ثانوي
الدورة: 90
2022-2023

السؤال الأول: (10)

$$P(X=4) = \binom{5}{4}\left(\frac{1}{6}\right)^4\left(\frac{5}{6}\right)^1 = \frac{5}{6^5}$$ (5) (5)

السؤال الثاني: (20)

$$P(A)=\frac{3}{6},\quad P(B)=\frac{2}{6},\quad P(C)=\frac{1}{6}$$

$$P(A=2,B=3,C=5) = \frac{10!}{2!\,3!\,5!}\left(\frac{3}{6}\right)^2\left(\frac{2}{6}\right)^3\left(\frac{1}{6}\right)^5 = \frac{2520}{46656} = 0,054$$ (5) (5) (5) (5)

السؤال الثالث: (20)

1- 1) $f(x)=\frac{1}{2}e^{-\frac{x}{2}} > 0$ محققة

2) $\int_0^{+\infty}\frac{1}{2}e^{-\frac{x}{2}}dx = \left[-e^{-\frac{x}{2}}\right]_0^{+\infty} = 1$ محققة (5)

$$F(x)=\int_0^x f(t)dt = \int_0^x \frac{1}{2}e^{-\frac{t}{2}}dt = \left[-e^{-\frac{t}{2}}\right]_0^x = 1-e^{-\frac{x}{2}}$$ (5)

$$P(0<X<1) = \int_0^1 \frac{1}{2}e^{-\frac{x}{2}}dx = \left[-e^{-\frac{x}{2}}\right]_0^1 = 1-e^{-\frac{1}{2}}$$ (5)

2- التوقع الرياضي:

$$E(X) = \int_0^{+\infty} x f(x)dx = \int_0^{+\infty}\frac{1}{2}xe^{-\frac{x}{2}}dx$$ (5)

$$\left.\begin{array}{l} u=x \longrightarrow du=dx \\ dv=\frac{1}{2}e^{-\frac{x}{2}}dx \Rightarrow v=-e^{-\frac{x}{2}} \end{array}\right\} \Rightarrow E(X) = \left[-xe^{-\frac{x}{2}}\right]_0^{+\infty} - \int_0^{+\infty} -e^{-\frac{x}{2}}dx$$

$$E(X) = 0 - \left[2e^{-\frac{x}{2}}\right]_0^{+\infty} = 2$$

السؤال الرابع: (20)

$Y=\{0,1,2\}$ $X=\{0,1,2\}$

1- جدول التوزيع المشترك:

$P(X=0,Y=0)=0$

$P(X=0,Y=1) = \frac{\binom{3}{1}\binom{2}{1}}{\binom{6}{2}} = \frac{2}{15}$

$P(X=0,Y=2) = \frac{\binom{3}{2}}{\binom{6}{2}} = \frac{1}{15}$

$P(X=1,Y=0) = \frac{\binom{3}{1}\binom{2}{1}}{\binom{6}{2}} = \frac{3}{15}$

$P(X=1,Y=1) = \frac{\binom{3}{1}\binom{2}{1}}{\binom{6}{2}} = \frac{6}{15}$

$P(X=1,Y=2)=0$

$P(X=2,Y=0) = \frac{\binom{3}{2}}{\binom{6}{2}} = \frac{3}{15}$

$P(X=2,Y=1)=0$

$P(X=2,Y=2)=0$

A to Z

تصحيح سلم التصحيح.

تصحيح السؤال الرابع : جدول التوزيع المشترك

X \ Y	0	1	2	
0	0	$\frac{2}{15}$	$\frac{1}{15}$	$\frac{3}{15}$
1	$\frac{3}{15}$	$\frac{6}{15}$	0	$\frac{9}{15}$
2	$\frac{3}{15}$	0	0	$\frac{3}{15}$
	$\frac{6}{15}$	$\frac{8}{15}$	$\frac{1}{15}$	

(5)

جدول التوزيع الهامشي لـ X :

x	0	1	2
$P(X=x)$	$\frac{3}{15}$	$\frac{9}{15}$	$\frac{3}{15}$

(5)

جدول التوزيع الهامشي لـ Y :

y	0	1	2
$P(Y=y)$	$\frac{6}{15}$	$\frac{8}{15}$	$\frac{1}{15}$

(5)

$$P(X \le 1) = P(X=0) + P(X=1)$$
$$= \frac{3}{15} + \frac{9}{15} = \frac{12}{15}$$

(5)

السؤال الخامس :

(20)

1) $f(x,y) \ge 0$

2) $$\int_0^1 \int_0^1 \frac{3}{4}(x^2+4xy)\,dx\,dy = \int_0^1 \frac{3}{4}\left[\frac{x^3}{3} + 2x^2 y\right]_0^1 dy$$ (5)

$$= \int_0^1 \frac{3}{4}\left(\frac{1}{3} + 2y\right) dy = \left[\frac{1}{4}y + \frac{3}{2}\frac{y^2}{2}\right]_0^1 = \frac{1}{4} + \frac{3}{4} - 0 = 1$$ (5)

متوابع كثافة.

$$F(x,y) = \int_0^x \int_0^y f(u,v)\,du\,dv = \int_0^y \left(\int_0^x \frac{3}{4}(u^2+4uv)\,du\right) dv$$ (5)

$$= \int_0^y \left(\frac{u^3}{4} + \frac{3u^2}{2}v\right)_0^x dv = \int_0^y \frac{x^3}{4} + \frac{3x^2}{2}v\,dv$$

$$= \left[\frac{x^3}{4}v + \frac{3}{2}x^2\frac{v^2}{2}\right]_0^y = \frac{1}{4}x^3 y + \frac{3}{4}x^2 y^2$$ (5)

انتهى السلم

محمد العربي

جامعة طرطوس
كلية العلوم
قسم الفيزياء

امتحان الفصل الدراسي الثاني للعام 2022-2023
السنة الأولى فيزياء المادة: مبادئ الاحتمالات

الاسم:
الدرجة:90
المدة: ساعتان

أجب عن الأسئلة الآتية :

السؤال الأول : عند إلقاء قطعة نرد 5 مرات ما احتمال ظهور الرقم 3 أربع مرات. (10 درجات)

السؤال الثاني: في تجربة إلقاء قطعة نرد لدينا الأحداث الآتية : (20 درجة)

$$A=\{1,3,5\} \quad , \quad B=\{2,4\} \quad , \quad C=\{6\}$$

جماعة شاملة نسبياً . لنفرض أننا كررنا التجربة 10 مرات متتالية.

احسب احتمال أن يقع الحدث A مرتين والحدث B ثلاث مرات والحدث C خمس مرات .

السؤال الثالث : ليكن X متغير عشوائي مستمر موصوف بتابع الكثافة: (20 درجة)

$$f(x)=\begin{cases}\frac{1}{2}e^{-\frac{x}{2}} & : x>0\\ 0 & : x\le 0\end{cases}$$

1- أثبت أن التابع السابق هو تابع كثافة احتمالية , ثم أوجد تابع التوزيع الاحتمالي للمتغير X .

2- أحسب التوقع الرياضي .

3- أحسب الاحتمال $p(0<X<1)$.

السؤال الرابع : (20 درجة)

صندوق يحوي ثلاث كرات بيضاء و كرتين سوداوين وكرة واحدة حمراء . نسحب من الصندوق كرتين معا .

فإذا رمزنا بـ X لمتغير عشوائي يدل على عدد الكرات البيضاء المسحوبة , وبـ Y لمتغير عشوائي يدل على عدد الكرات السوداء المسحوبة .

1-أوجد جدول التوزيع المشترك للمتغيرين X , Y .

2-أوجد جدول التوزيع الهامشي للمتغير X وكذلك جدول التوزيع الهامشي للمتغير Y .

3-أحسب الاحتمال $P(X\le 1)$.

السؤال الخامس : (20 درجة)

لدينا التابع $f(x,y)$ معطى بالعلاقة :

$$f(x)=\begin{cases}\frac{3}{4}x(x+4y) & : \quad 0\le x\le 1 \quad , \quad 0\le y\le 1\\ 0 & : \quad \text{خارج الساحة السابقة}\end{cases}$$

أثبت أن التابع السابق هو تابع كثافة احتمالية مشترك للمتغيرين X,Y . ثم أوجد تابع التوزيع الاحتمالي المشترك لهما .

انتهت الأسئلة

مع التمنيات بالنجاح

د. آصف المحمد

2023/7/26

CamScanner

مادة الإحصاء والاحتمالات
2022-2023
سلم تصحيح مادة الإحصاء والاحتمالات
السنة أولى ميزاء
الدرجة: 90

السؤال الأول: (10)

$$P(X=4) = \binom{5}{4}\left(\frac{1}{6}\right)^4\left(\frac{5}{6}\right)^1 = \frac{5}{6^5}$$ (5) (5)

السؤال الثاني: (20)

$$P(A) = \frac{3}{6}, \quad P(B) = \frac{2}{6}, \quad P(C) = \frac{1}{6}$$

$$P(A=2, B=3, C=5) = \frac{10!}{2!\,3!\,5!}\left(\frac{3}{6}\right)^2\left(\frac{2}{6}\right)^3\left(\frac{1}{6}\right)^5 = 0,1$$ (5) (5) (5) (5)

السؤال الثالث: (20)

1- $f(x) = \frac{1}{2}e^{-\frac{x}{2}} > 0$ محققة

2) $\int_0^{+\infty} \frac{1}{2}e^{-\frac{x}{2}}dx = \left[-e^{-\frac{x}{2}}\right]_0^{+\infty} = 1$ محققة (5)

$$F(x) = \int_0^x f(t)dt = \int_0^x \frac{1}{2}e^{-\frac{t}{2}}dt = \left[-e^{-\frac{t}{2}}\right]_0^x = 1 - e^{-\frac{x}{2}}$$ (5)

3- $P(0<X<1) = \int_0^1 \frac{1}{2}e^{-\frac{x}{2}}dx = \left[-e^{-\frac{x}{2}}\right]_0^1 = 1 - e^{-\frac{1}{2}}$ (5)

2- التوقع الرياضي:

$$E(X) = \int_0^{+\infty} x f(x)dx = \int_0^{+\infty} \frac{1}{2}x e^{-\frac{x}{2}}dx$$ (5)

$u = x \longrightarrow du = dx$

$dv = \frac{1}{2}e^{-\frac{x}{2}}dx \Rightarrow v = -e^{-\frac{x}{2}}$

$$\Rightarrow E(X) = \left[-xe^{-\frac{x}{2}}\right]_0^{+\infty} - \int_0^{+\infty} -e^{-\frac{x}{2}}dx$$

$$E(X) = 0 - \left[2e^{-\frac{x}{2}}\right]_0^{+\infty} = 2$$

السؤال الرابع: (20)

$Y = \{0, 1, 2\}$ $X = \{0, 1, 2\}$

1- جدول التوزيع المشترك:

$P(X=0, Y=0) = 0$

$P(X=0, Y=1) = \frac{\binom{3}{1}\binom{1}{1}}{\binom{6}{2}} = \frac{2}{15}$

$P(X=0, Y=2) = \frac{\binom{3}{2}}{\binom{6}{2}} = \frac{1}{15}$

$P(X=1, Y=0) = \frac{\binom{3}{1}\binom{1}{1}}{\binom{6}{2}} = \frac{3}{15}$

$P(X=1, Y=1) = \frac{\binom{3}{1}\binom{3}{1}}{\binom{6}{2}} = \frac{6}{15}$

$P(X=1, Y=2) = 0$

$P(X=2, Y=0) = \frac{\binom{3}{2}}{\binom{6}{2}} = \frac{3}{15}$

$P(X=2, Y=1) = 0$

$P(X=2, Y=2) = 0$

تحت سلم التصحيح.

تحت السؤال الرابع: جدول التوزيع المشترك

X \ Y	0	1	2	
0	0	$\frac{2}{15}$	$\frac{1}{15}$	$\frac{3}{15}$
1	$\frac{3}{15}$	$\frac{6}{15}$	0	$\frac{9}{15}$
2	$\frac{3}{15}$	0	0	$\frac{3}{15}$
	$\frac{6}{15}$	$\frac{8}{15}$	$\frac{1}{15}$	

(5)

جدول التوزيع الهامشي لـ X:

x	0	1	2
$P(X=x)$	$\frac{3}{15}$	$\frac{9}{15}$	$\frac{3}{15}$

(5)

جدول التوزيع الهامشي لـ Y:

y	0	1	2
$P(Y=y)$	$\frac{6}{15}$	$\frac{8}{15}$	$\frac{1}{15}$

(5)

$$P(X \le 1) = P(X=0) + P(X=1)$$
$$= \frac{3}{15} + \frac{9}{15} = \frac{12}{15}$$ (5)

السؤال الخامس: (20)

1) $f(x,y) \ge 0$

2) $$\int_0^1 \int_0^1 \frac{3}{4}(x^2+4xy)\,dx\,dy = \int_0^1 \frac{3}{4}\left[\frac{x^3}{3} + 2x^2 y\right]_0^1 dy$$ (5)

$$= \int_0^1 \frac{3}{4}\left(\frac{1}{3} + 2y\right) dy = \left[\frac{1}{4}y + \frac{3}{2}\frac{y^2}{2}\right]_0^1 = \frac{1}{4} + \frac{3}{4} - 0 = 1$$ (5)

هو تابع كثافة.

$$F(x,y) = \int_0^x \int_0^y f(u,v)\,du\,dv = \int_0^y \left(\int_0^x \frac{3}{4}(u^2+4uv)\,du\right) dv$$ (5)

$$= \int_0^y \left(\frac{u^3}{4} + \frac{3u^2}{2}v\right)_0^x dv = \int_0^y \frac{x^3}{4} + \frac{3x^2}{2}v\,dv$$

$$= \left[\frac{x^3}{4}v + \frac{3}{2}x^2\frac{v^2}{2}\right]_0^y = \frac{1}{4}x^3 y + \frac{3}{4}x^2 y^2$$ (5)

انتهى السلم

تحت التصحيح

جامعة طرطوس
كلية العلوم
قسم الفيزياء

امتحان الفصل الدراسي الأول 2022-2023
السنة الأولى فيزياء المادة: مبادئ الاحتمالات

الاسم:
الدرجة:90
المدة: ساعتان

أجب عن الأسئلة الآتية :

السؤال الأول : ماعدد متبادلات الأحرف للكلمة : pronounciation . (10 درجات)

السؤال الثاني: (20 درجة)

يرمي رام على هدف عشرة قذائف , وبفرض احتمال إصابة مركز الهدف 0.3 واحتمال إصابة بقية الهدف 0.5 .

أحسب احتمال إصابة مركز الهدف 3 مرات وإصابة باقي أجزاء الهدف 4 مرات .

السؤال الثالث : (20 درجة)

ليكن X متغير عشوائي يأخذ قيم مستمرة وفق التابع :

$$f(x)=\begin{cases} ce^{-2x} & : x>0 \\ 0 & : x\le 0 \end{cases}$$

1- التابع السابق هو تابع كثافة عين قيمة الثابت c ليكون كذلك .

2- أوجد تابع التوزيع الاحتمالي للمتغير X .

3- أحسب التوقع الرياضي والتباين للمتغير العشوائي المستمر X الموصوف بتابع الكثافة ثم أوجد التابع المولد للعزوم .

4- أحسب الاحتمال $p(0<X<1)$.

السؤال الرابع : (20 درجة)

صندوق يحوي تسعة مصابيح منها 5 صالحة و4 معيبة . نسحب عينة بدون إعادة من ثلاثة مصابيح .

نرمز بـ X لعدد المصابيح الصالحة التي تظهر في العينة .

1-أوجد جدول توزيع المتحول X وتوقعه الرياضي وانحرافه المعياري .

2-أحسب الاحتمال $P(X\le 2)$.

السؤال الخامس : (20 درجة)

لدينا تابع الكثافة المشترك للمتغيرين X , Y معطى بالعلاقة :

$$f(x,y)=\frac{1}{\pi^2(1+x^2)(1+y^2)}$$

أوجد تابع التوزيع المشترك $F(x,y)$ ثم تابع التوزيع الهامشي لـ X . ثم أحسب الاحتمال $p(0<X<1,\ 0<Y<1)$.

انتهت الأسئلة
مع التمنيات بالنجاح

د. آصف المحمد
2023/1/31

A to Z

سلم تصحيحي مادة : مبادئ الاحتمالات

مزدياد سنة أولى

-1-

السؤال الأول :

$$\frac{14!}{3!\,3!\,2!} = \frac{14\times13\times12\times11\times10\times9\times8\times7\times6\times5\times4\times3\times2\times1}{3\times2\times1\times3\times2\times1\times2\times1}$$

السؤال الثاني :

نعرف A_1 إصابة مركز الهدف ، A_2 إصابة بقية أجزاء الهدف

A_3 عدم إصابة الهدف في أحد الحالات السابقة

$P(A_1) = 0,3$

$P(A_2) = 0,5$

$P(A_3) = 0,2$

$$P(A_1 \cap A_2 \cap A_3) = P(3,4,3) = \frac{10!}{3!\,4!\,2!}(0,3)^3(0,5)^4(0,2)^3$$

$$= 0,85$$

السؤال الثالث :

$$f(x) = \begin{cases} ce^{-2x} & : x > 0 \\ 0 & : x \le 0 \end{cases}$$

1)

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\,dx = 1 \Rightarrow \int_0^{+\infty} ce^{-2x}\,dx = \lim_{b\to+\infty}\left[\frac{c}{-2}e^{-2x}\right]_0^b = 0 + \frac{c}{2} = 1$$

$c = 2$

2)

$$F(x) = \int_{-\infty}^{x} f(t)\,dt = \begin{cases} 0 & : x \le 0 \\ \int_0^x f(t)\,dt & : x > 0 \end{cases}$$

$$\int_0^x f(t)\,dt = \int_0^x 2e^{-2t}\,dt = \left[-e^{-2t}\right]_0^x = -e^{-2x} + 1$$

$$f(x) = \begin{cases} 0 & : x \le 0 \\ 1 - e^{-2x} & : x > 0 \end{cases}$$

التوقع الرياضي :

$$E(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} x f(x)\,dx = \int_0^{+\infty} 2xe^{-2x}\,dx$$

$u = x \quad u' = 1$

$v' = e^{-2x} \quad v = -\frac{1}{2}e^{-2x}$

$$= 2\left(\left[-\frac{1}{2}xe^{-2x}\right]_0^{+\infty} - \int_0^{+\infty} -\frac{1}{2}e^{-2x}\,dx\right) = 0 + \int_0^{+\infty} e^{-2x}\,dx = \left[-\frac{1}{2}e^{-2x}\right]_0^{+\infty} = 0 + \frac{1}{2}$$

$$= \frac{1}{2}$$

A to Z

حساب التباين:

$$\sigma^2(X) = E(X^2) - (E(X))^2$$

$$= \int_{-\infty}^{+\infty} 2x^2 e^{-2x}\,dx = 2\int_0^{+\infty} x^2 e^{-2x}\,dx = \frac{1}{2}$$

(التكامل بالتجزئ)

$$\sigma^2(X) = \frac{1}{2} - \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{2} - \frac{1}{4} = \frac{1}{4}$$

تابع المولد للعزوم:

$$\psi_X(t) = E(e^{tx}) = \int_0^{+\infty} e^{tx} f(x)\,dx$$

$$= \int_0^{+\infty} 2e^{tx} \cdot e^{-2x}\,dx = 2\int_0^{+\infty} e^{(t-2)x}\,dx = \frac{2}{t-2}\left[e^{(t-2)x}\right]_0^{+\infty}$$

$$= \frac{2}{t-2}(0-1) = \frac{-2}{t-2} \quad \forall\, t < 2$$

4- حساب الاحتمال $P(0<X<1)$

$$P(0<X<1) = \int_0^1 f(x)\,dx = \int_0^1 2e^{-2x}\,dx$$

$$= \left[-e^{-2x}\right]_0^1 = -e^{-2} + e^0 = 1 - \frac{1}{e^2} = \frac{e^2-1}{e^2}$$

الحل الثاني: $N = 9$ عدد الصابون، $N_1 = 5$ صابونة، $N_2 = 4$ فضية، $n = 3$ عدد المختارين

ثم X: $\{0, 1, 2, 3\}$

$$P_0 = \frac{\binom{5}{0}\binom{4}{3}}{\binom{9}{3}} = \frac{4}{\frac{9\times8\times7}{3\times2\times1}} = \frac{1}{12\times7} = \frac{4}{84}$$

$$P_1 = \frac{\binom{5}{1}\binom{4}{2}}{\binom{9}{3}} = \frac{5\times6}{84} = \frac{30}{84}$$

$$P_2 = \frac{\binom{5}{2}\binom{4}{1}}{\binom{9}{3}} = \frac{10\times4}{84} = \frac{40}{84}$$

$$P_3 = \frac{\binom{5}{3}\binom{4}{0}}{\binom{9}{3}} = \frac{10\times1}{84} = \frac{10}{84}$$

x	0	1	2	3
P_i	$\frac{4}{84}$	$\frac{30}{84}$	$\frac{40}{84}$	$\frac{10}{84}$

$$E(X) = \frac{30+80+30}{84} = \frac{140}{84} = 1{,}67$$

$$V(X) = E(X^2) - (EX)^2$$

$$= \frac{30+160+90}{84} - \left(\frac{140}{84}\right)^2$$

$$= \frac{280}{84} - \left(\frac{35}{21}\right)^2 = \frac{280}{84} - \frac{25}{9}$$

$$= 0{,}56$$

$$P(X<2) = \frac{74}{84} = 0{,}88$$

←

تصحيح مبادئ الاحتمالات — 3

السؤال الخامس :

تابع التوزيع المشترك. (2)

$$F(x,y) = \int_{-\infty}^{x}\int_{-\infty}^{y} f(u,v)\,du\,dv$$

$$= \int_{-\infty}^{x} \frac{1}{\pi^2}\frac{du}{(1+u^2)} \int_{-\infty}^{y} \frac{1}{1+v^2}\,dv = \frac{1}{\pi^2}\left[\arctan u\right]_{-\infty}^{x}\left[\arctan v\right]_{-\infty}^{y}$$ (2) (2)

$$= \frac{1}{\pi^2}\left(\arctan x + \frac{\pi}{2}\right)\left(\arctan y + \frac{\pi}{2}\right)$$ (2)

تابع التوزيع الهامشي لـ x :

$$F_1(x) = (P\ X \le x,\ Y = \text{أي شيء}) = \int_{-\infty}^{x} du \int_{-\infty}^{+\infty} f(u,y)\,dy.$$ (2)

$$= \int_{-\infty}^{x} du \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{\pi^2}\frac{1}{(1+u^2)(1+y^2)}\,dy$$

$$= \int_{-\infty}^{x} \frac{1}{\pi^2}\frac{1}{1+u^2}\,du \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{1+y^2}\,dy = \int_{-\infty}^{x} \frac{1}{\pi^2}\frac{du}{1+u^2}\left[\arctan y\right]_{-\infty}^{+\infty}$$ (2)

$$= \frac{1}{\pi^2}\left[\arctan u\right]_{-\infty}^{x}\left(\arctan +\infty - \arctan -\infty\right)$$ (2)

$$= \frac{1}{\pi^2}\left(\arctan x + \frac{\pi}{2}\right)\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2}\right) = \frac{1}{\pi}\left(\arctan x + \frac{\pi}{2}\right)$$ (2)

$$P(0<X<1,\ 0<Y<1) = \int_0^1\int_0^1 f(u,v)\,du\,dv$$

$$= \frac{1}{\pi^2}\left(\arctan x\right]_0^1\left(\arctan y\right]_0^1$$ (2)

$$= \frac{1}{\pi^2}(\arctan 1 - 0)(\arctan 1 - 0)$$

$$= \frac{1}{\pi^2}\left(\frac{\pi}{4}\right)\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{16}$$ (2)

د. أحمد محمد

انتهى السلم