كلية العلوم

القسم : الفيزياء

السنة : الثالثة

المادة : الكتروديناميك

المحاضرة: السادسة/نظري/

{{ مكتبة A to Z }}

Facebook Group : مكتبة A to Z

كلية العلوم ، كلية الصيدلة ، الهندسة التقنية

٦

2025

يمكنكم طلب المحاضرات برسالة نصية (SMS) أو عبر(What's app-Telegram)على الرقم 0931497960

نظرية النسبية الخاصة

المحاضرة السادسة

* فرضيتا أنشتاين: تقع في أساس النظرية النسبية الخاصة، فرضيتان كان ألبرت أنشتاين قد أسس عليهما هذه النظرية وهما الأولى مبدأ النسبية ووجود سرعة حدية

وفقاً لمبدأ النسبية لا تؤثر الحركة المستقيمة المنتظمة على الظواهر التي تحدث في الجمل المتحركة، في هذا الشكل من أشكال الحركة. أو بكلام آخر تبقى قوانين الطبيعة متماثلة في جميع جمل المقارنة العطالية (أي الجمل التي تتحرك حركة مستقيمة منتظمة). فإذا كان قانون ما من قوانين الطبيعة موصوفاً في جملة مقارنة عطالية ما بمعادلة يكون المقدار الفيزيائي تابعاً للاحداثيات المكانية والزمن فإن تابعية هذا المقدار الفيزيائي للاحداثيات المكانية والزمن تبقى بالشكل نفسه عند اجراء تحويل الاحداثيات المكانية والزمن إلى جملة مقارنة عطالية أخرى ويصاغ هذا المبدأ بشكل مختصر بما يأتي «قوانين الطبيعة لا متغيرة عند الانتقال من جملة مقارنة عطالية إلى جملة مقارنة عطالية أخرى»

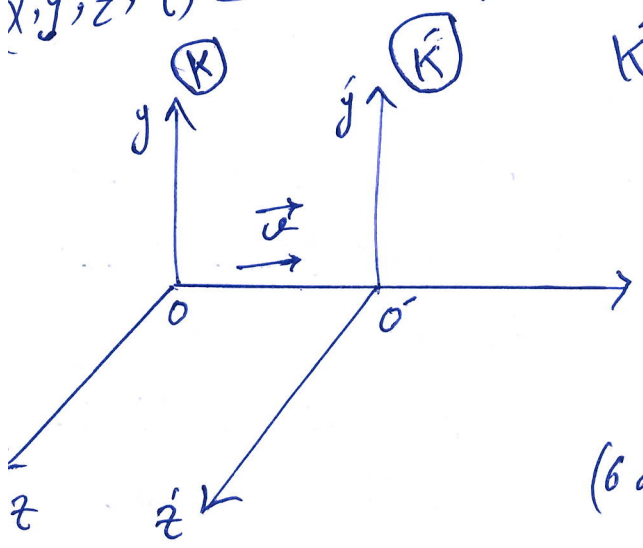
أما الفرضية الثانية فهي حول وجود سرعة حدية لانتشار الفعل المتبادل وقد ارتبطت هذه الفرضية إلى حد كبير بدراسة الظواهر الكهراطيسية، حيث تم اكتشاف أن سرعة الضوء هي سرعة محدودة ولا تعد سرعة لانهائية كما افترضها نيوتن فهذه السرعة هي سرعة انتشار الأفعال المتبادلة في الالكترودينامياك.

لقد قادت الدراسات النظرية التي قام بها أنشتاين والتي تمخضت عن ظهور نظرية النسبية العامة إلى نتيجة مفادها أن الأفعال الكونية المتبادلة لها خواص موجية وهي تنتشر في الخلاء بسرعة تساوي سرعة الضوء، وتبين من وجود هذه السرعة الحدية للفعل المتبادل، أن سرعة انتشار هذا الفعل المتبادل في الخلاء هي خاصة شاملة مرتبطة بشكل مباشر بخواص المكان والزمن، وغير مرتبطة بالطبيعة الفيزيائية للأفعال المتبادلة وهي سرعة واحدة في جميع جمل المقارنة العطالية.

إن وجود سرعة حدية لانتشار الأفعال المتبادلة يدل على وجود علاقة من نوع ما بين المكان والزمان وتظهر هذه العلاقة عند تحليل النتائج المستخلصة من نظرية النسبية. زيادة على ذلك فإن وجود هذه السرعة الحدية يتطلب تلقائياً أن تكون سرعات الأجسام المادية، سرعات محدودة بسرعة الضوء c.

★ تحويلات لورانتز

تأسيساً على فرضتي أنشتاين السابقتين يمكن تعيين قانون التحويلات الذي يربط بين الاحداثيات المكانية والزمانية في جملتين متحركتين بالنسبة إلى بعضهما البعض، حركة مستقيمة منتظمة فإذا كانت (x, y, z, t) احداثيات حدث ما وقع في جملة المقارنة K التي تسمى جملة المقارنة الخاصة وكانت (x', y', z', t') احداثيات هذا الحدث في الجملة K'، وافترضنا للتبسيط أن جملة المقارنة K' تتحرك بالنسبة إلى الجملة K حركة مستقيمة منتظمة، وفق المحورين المتطابقين ox، $o'x'$ بسرعة v على الشكل (1،6)



الشكل (1،6)

عندئذٍ تبين تحويلات لورانتز التي تم استخراجها والتعرف عليها في مقررات دراسية سابقة أن الانتقال باحداثيات هذا الحدث من الجملة K' إلى الجملة K يتم باستخراج التحويلات التالية:

$$x = \frac{x' + vt'}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \quad ; \quad y = y' \quad ; \quad z = z' \quad ; \quad t = \frac{t' + \frac{v}{c^2}x'}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

التي تسمى تحويلات لورانتز جملة المعادلات السابقة (2.1)

أما الانتقال بامداثيات هذا الحدث من الجملة K إلى الجملة $\acute{K}$ (التحويل المعاكس) فيتم باستبدال الرموز التي وضعت عليها «الفتحة» بالرموز نفسها لكن بدون فتحة وبالعكس زيادة على ذلك تستبدل v بـ $-v$.

$$\acute{x} = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \; ; \; \acute{y} = y \; ; \; \acute{z} = z \; ; \; \acute{t} = \frac{t - \frac{v}{c^2}x}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \qquad (2.1)$$

يكون من الملائم في كثير من الأحيان استخدام فراغ مينكوفسكي رباعي الأبعاد:

$$x_1 = x \quad , x_2 = y \quad , x_3 = z \quad , x_4 = t = ict \qquad (2.2)$$

عندئذٍ نلاحظ أن بالإمكان معاودة كتابة تحويلات لورانتز (2.1) في فراغ مينكوفسكي بالشكل التفصيلي التالي:

$$\left.\begin{aligned}
x_1 &= \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}\,\acute{x}_1 + 0\,\acute{x}_2 + 0\,\acute{x}_3 + \frac{-i\frac{v}{c}}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}\,\acute{x}_4 \\
x_2 &= 0\,\acute{x}_1 + 1\,\acute{x}_2 + 0\,\acute{x}_3 + 0\,\acute{x}_4 \\
x_3 &= 0\,\acute{x}_1 + 0\,\acute{x}_2 + 1\,\acute{x}_3 + 0\,\acute{x}_4 \\
x_4 &= \frac{i\frac{v}{c}}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}\,\acute{x}_1 + 0\,\acute{x}_2 + 0\,\acute{x}_3 + \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}\,\acute{x}_4
\end{aligned}\right\} \qquad (2.3)$$

أو بالشكل المختصر:

$$x_i = a_{ik}\,\acute{x}_k \quad ; (i,k = 1,2,3,4) \qquad (2.4)$$

علماً أن الدليلين i, k يأخذان بشكل مستقل كل منهما عن الآخر جميع الأعداد الصحيحة من 1 إلى 4 تشكل أمثال التحويل α_{ik} كما نلاحظ من مقارنة (2.4)، (2.3) المصفوفة التالية:

$$\alpha_{ik} = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{1-v^2/c^2}} & 0 & 0 & \frac{-iv/c}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ \frac{iv/c}{\sqrt{1-v^2/c^2}} & 0 & 0 & \frac{1}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \end{pmatrix} \qquad (2.5)$$

تسمى هذه المصفوفة مصفوفة تحويلات لورانتز. ويكون الانتقال هنا من الجملة K' إلى الجملة K، أما الانتقال المعاكس، فيتم من خلال استبدال الرموز التي عليها نتحة بالرموز نفسها لكن بدون فتحة واستبدال عامل $(v-)$ بالعكس فإذا رمزنا للمصفوفة الانتقال المعاكس بالرمز α'_{ik} نجد أن:

$$x'_i = \alpha'_{ik}\, x_k \qquad (2.6)$$

تكون المصفوفة α'_{ik} مساوية للمصفوفة α_{ik} (الناتجة عن تبديل الأسطر بالأعمدة وبالعكس) وبالتالي نستطيع أن نكتب (2.6) بالشكل التالي:

$$x'_i = \alpha_{ki}\, x_k \qquad (2.6)'$$

من جهة أخرى نلاحظ أن محدد المصفوفة α_{ik} يساوي الواحد

$$|\alpha_{ik}| = \left(\frac{1}{\sqrt{1-v^2/c^2}}\right)^2 + \left(-\frac{iv/c}{\sqrt{1-v^2/c^2}}\right)\left(-\frac{iv/c}{\sqrt{1-v^2/c^2}}\right) = 1$$

(2.7)

* الكميات اللامتغيرة في النسبية الخاصة - المجال الفاصل ، والزمن الخاص

يعد مفهوم المجال الفاصل في نظرية النسبية الخاصة بمثابة تعميم لمفهوم المجال الفاصل (البعد بين نقطتين) والزمن الفاصل بين حدثين يقعان في هاتين النقطتين.

- لنفرض أن حدثاً ما، وقع في نقطة ما من الفراغ احداثياتها (x_1', y_1', z_1') في اللحظة الزمنية t_1'، وأن حدثاً فيزيائياً آخر وقع في النقطة (x_2', y_2', z_2') وفي اللحظة t_2' من الفراغ المذكور. عندئذٍ يعين البعد الفاصل بين هذين الحدثين S_{12}' بالشكل التالي:

$$S_{12}' = \sqrt{c^2(t_1-t_2) - \left[(x_1'-x_2')^2 + (y_1'-y_2')^2 + (z_1'-z_2')^2\right]} \quad (1)$$

بالامكان التأكد من لاتغير (invariant) هذا المجال الفاصل بالنسبة إلى تحويلات لورانتز بشكل مباشر، باجراء الحسابات اللازمة ففي جملة المقارنة العطالية K يكون هذا المجال:

$$S_{12} = \sqrt{c^2(t_1-t_2)^2 - \left[(x_1-x_2)^2 + (y_1-y_2)^2 + (z_1-z_2)^2\right]}$$

في تحويلات لورانتز نلاحظ أن:

$$(x_1' - x_2')^2 = \frac{(x_1-x_2)^2 + v^2(t_1-t_2)^2 - 2v(x_1-x_2)(t_1-t_2)}{1 - v^2/c^2}$$

$$c^2(t_1'-t_2')^2 = \frac{c^2(t_1-t_2)^2 + \frac{v^2}{c^2}(x_1-x_2)^2 - 2v(x_1-x_2)(t_1-t_2)}{1 - v^2/c^2}$$

$$(y'_1 - y'_2)^2 = (y_1 - y_2)^2 \quad ; \quad (z'_1 - z'_2)^2 = (z_1 - z_2)^2$$

بوضع هذه المعطيات الأخيرة في عبارة S'_{12} نجد بعد إجراء حسابات بسيطة أن

$$S'_{12} = S_{12}$$

أي أن المجال الفاصل S'_{12} المعين في (1) والذي يفصل بين حدثين فيزيائيين هو بمثابة كمية لا متغير في جميع جمل المقارنة العطالية.

- يتم البحث في أغلب الأحيان عن الحالات التي يكون المجال الفاصل هو المجال الذي يفصل بين حدثين يقعان في نقطتين قريبتين من بعضهما البعض بشكل لامتناه بالصغر، خلال زمن لامتناهي الصغر كذلك ففي هذه الحالة يعين هذا المجال بالشكل التالي:

$$ds = \sqrt{c^2 dt^2 - (dx^2 + dy^2 + dz^2)} \quad ; (ds^2 > 0) \quad (3)$$

لنفترض أن حدثين متتاليين، وقعا في نقطة واحدة (x, y, z) في جملة المقارنة العطالية الخاصة K وبما أن الزمن الفاصل بين وقوع هذين الحدثين مقاس في هذه الجملة هو dt_0 (الزمن الخاص) حيث يقاس هذا الزمن في الجملة K.

ففي هذه الحالة يكون $dx = dy = dz = 0$ بالتالي يكون المجال الفاصل بين هذين الحدثين مساوياً

$$ds = \sqrt{c^2 dt_0^2 - (dx^2 + dy^2 + dz^2)} = c\, dt_0 \quad ; ds^2 > 0 \quad (4)$$

ونظراً لكون هذا المجال لامتغير فإن

$$ds' = ds = c\,dt_0$$

بالتالي يرتبط الزمن الخاص dt_0 مع المجال الفاصل ds بالشكل التالي:

$$dt_0 = \frac{ds}{c} = \text{invar} \qquad (5)$$

وبما أن سرعة الضوء c، والمجال الفاصل ds، لامتغيرين بتغير جمل المقارنة، فإن الزمن الخاص dt_0 يكون بدوره لامتغير

- بالإمكان تعيين الزمن الخاص dt_0 المقاس في الجملة K بدلالة الزمن dt الموافق والمقاس في أي جملة مقارنة كطالية اختيارية كالجملة K مثلاً التي تتحرك بسرعة تساوي (v) بوضع المعادلة 3 في 5 نجد أن

$$dt_0 = \frac{1}{c}\sqrt{c^2dt^2 - (dx^2+dy^2+dz^2)} = dt\sqrt{1-\frac{1}{c^2}\left[\left(\frac{dx}{dt}\right)^2+\left(\frac{dy}{dt}\right)^2+\left(\frac{dz}{dt}\right)^2\right]}$$

$$= dt\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}} \qquad (6)$$

بالتالي تعيين الفترة المحدودة للزمن الخاص t_0 بالشكل:

$$t_0 = \int_0^t \left(\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}\right) dt \qquad (7)$$

من الضروري الإشارة هنا إلى أن هذه العبارة للزمن الخاص t_0 في الحالة التي تكون سرعة الحركة ثابتة وهي كمية لامتغير

بالنسبة لتحويلات لورانتز فقط، ولا تحمل معنى الزمن الخاص في حالة الحركة المتسارعة

يعين المجال العنصري الفاصل باستخدام فراغ مينكوفسكي بالشكل:

$$ds = \sqrt{dx_1^2 + dx_2^2 + dx_3^2 + dx_4^2} \qquad ds^2 < 0$$

أو بالشكل

$$ds = \sqrt{-c^2 dt^2 + (dx^2 + dy^2 + dz^2)}$$

$$= ic\,dt\,\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

وبشكل مشابه للحالة $ds^2 > 0$ المعينة في المعادلة (4)

$$ds = \sqrt{-c^2 dt_0^2 + 0} = ic\,dt_0$$

ومن ذلك نحصل على التعيين السابق (7) للزمن الخاص T_0

* السرعة والتسارع:

يتم الحصول على المركبات الأربع للسرعة في فراغ مينكوفسكي رباعي الأبعاد $(x, y, z, t = ict)$، بإجراء المفاضلة بالنسبة إلى الزمن الخاص.

$$u_i = \frac{dx_i}{dT_0} \qquad (i = 1, 2, 3, 4)$$

أو

$$u_x = \frac{dx(t)}{dt_0} = \frac{dx}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}\,dt} = \frac{v_x}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$u_y = \frac{\partial y(t)}{\partial t_0} = \frac{v_y}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \quad ; \quad u_z = \frac{v_z}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \Bigg\} \quad (1)$$

$$u_t = \frac{dt}{dt_0} = \frac{ic\,dt}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}\,dt} = \frac{ic}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

فإذا كان $c \gg v$ فإن المركبات الثلاث الأولى للسرعة u_x, u_y, u_z تؤول إلى مركبات السرعة المعروفة في الفراغ العادي ثلاثي الأبعاد. أما المركبة الرابعة للسرعة فهي مركبة تخيلية بشكل صرف، وتعد برقة حتى المضروب الثابت ic كامل تخيلية بشكل صرف، وتعد برقة حتى المضروب الثابت ic كامل انتقال من الزمن الخاص dt_0 إلى الزمن dt ومركبات السرعة رباعية الأبعاد غير مستقلة عن بعضها، ففي الواقع لو جمعنا مربعات مركبات هذه السرعة نلاحظ أن:

$$u_x^2 + u_y^2 + u_z^2 + u_t^2 = -c^2$$

أو بشكل مختصر

$$u_i^2 = -c^2 \qquad (i = x, y, z, t) \qquad (2)$$

بالإمكان تعيين مركبات التسارع الرباعي الأبعاد:

$$w_i = \frac{\partial u_i}{\partial t_0} \qquad (3)$$

حيث:

$$w_x = \frac{\partial u_x}{\partial t_0} = \frac{\partial u_x}{\partial t}\,\frac{\partial t}{\partial t_0} = \frac{1}{\sqrt{1-v^2/c^2}}\,\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{v_x}{\sqrt{1-v^2/c^2}}\right)$$

$$= \frac{\dot{v}_x}{\left(1-v^2/c^2\right)} + \frac{v_x\,(\vec{v}\cdot\vec{\dot{v}})}{c^2\left(1-v^2/c^2\right)^2}$$

$$w_y = \frac{\dot{v}_y}{\left(1-v^2/c^2\right)} + \frac{v_y\,(\vec{v}\cdot\vec{\dot{v}})}{c^2\left(1-v^2/c^2\right)^2}$$

$$w_z = \frac{\dot{v}_z}{\left(1-v^2/c^2\right)} + \frac{v_z\,(\vec{v}\cdot\vec{\dot{v}})}{c^2\left(1-v^2/c^2\right)^2}$$

$$w_t = \frac{\partial u_t}{\partial t_0} = \frac{\partial u_t}{\partial t}\cdot\frac{\partial t}{\partial t_0} = \frac{1}{\sqrt{1-v^2/c^2}}\,\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{ic}{\sqrt{1-v^2/c^2}}\right)$$

$$= \frac{i}{c}\,\frac{(\vec{v}\cdot\vec{\dot{v}})}{\left(1-v^2/c^2\right)^2}$$

وباجراء بعض الحسابات البسيطة نجد أن:

$$\vec{w}^2 = w_i^2 = w_x^2 + w_y^2 + w_z^2 + w_t^2$$

$$= \frac{\vec{\dot{v}}^2 - \dfrac{\left(\vec{v}^2\cdot\vec{\dot{v}}^2\right)}{c^2} + \left(\dfrac{\vec{v}\cdot\vec{\dot{v}}}{c}\right)^2}{\left(1-\dfrac{v^2}{c^2}\right)^3}$$

لنأخذ بالحسبان أن :

$$(\vec{v}\wedge\vec{\varepsilon})(\vec{v}\wedge\vec{\varepsilon}) = (\vec{\varepsilon}^2.\vec{\varepsilon}^2) - (\vec{v}.\vec{\varepsilon})^2$$

لأن

$$(a\wedge b)(c\wedge d) = (a.c)(b.d) - (a.d)(b.c)$$

نجد :

$$\left(\frac{\vec{\varepsilon}^2.\vec{\varepsilon}^2}{c^2}\right) - \left(\frac{\vec{v}.\vec{\varepsilon}}{c}\right)^2 = \left(\frac{\vec{v}}{c}\wedge\vec{\varepsilon}\right)^2$$

وبالتالي نحصل على :

$$\vec{W}^2 = W_i^{\,2} = \frac{\vec{\varepsilon}^2 - \left(\frac{\vec{v}}{c}\wedge\vec{\varepsilon}\right)^2}{\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^3} > 0 \qquad (4)$$

من جهة أخرى نلاحظ مفاضلة المعادلة 2 بالنسبة إلى الزمن الخاص dt_0 أن :

$$U_i\,\frac{\partial U_i}{\partial t_0} = U_i W_i = 0 \qquad (5)$$

ويعني ذلك أن متجهتي السرعة والتسارع تكونان متعامدتان فيما بينهما في الفراغ رباعي الأبعاد .