كلية العلوم

القسم : الفيزياء

السنة : الثالثة

المادة : فيزياء حاسوبية

المحاضرة : الخامسة/عملي/

{{ A to Z مكتبة }}

جامعة طرطوس
كلية العلوم
قسم الفيزياء
السنة الثالثة

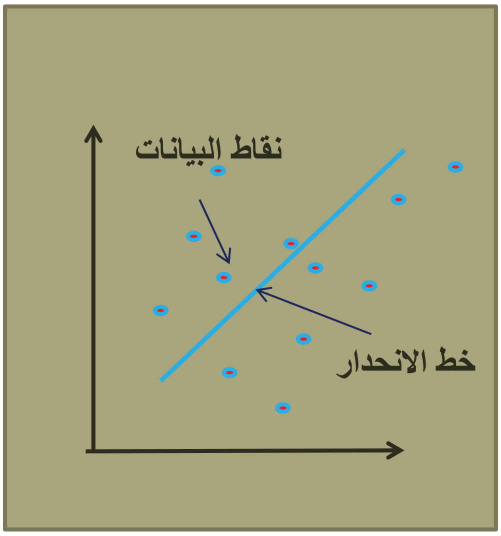
الفيزياء الحاسوبية

المحاضرة الخامسة

القسم العملي

الانحدار الخطي

يوضح الشكل مجموعة من نقاط البيانات التي تم جمعها من تجربة ما



الانحدار الخطي هو أبسط طريقة للحصول على أفضل ملاءمة لتابع خطي liner function وفق الصيغة:

$$y' = bx + a$$

في هذه الطريقة يتم تحديد المعاملات a و b بحيث يتم تقليل الخطأ المرتبط بهذا الخط إلى الحد الأدنى وبناءً عليه فإن الخطأ الذي يقدمه يحسب بالعلاقة:

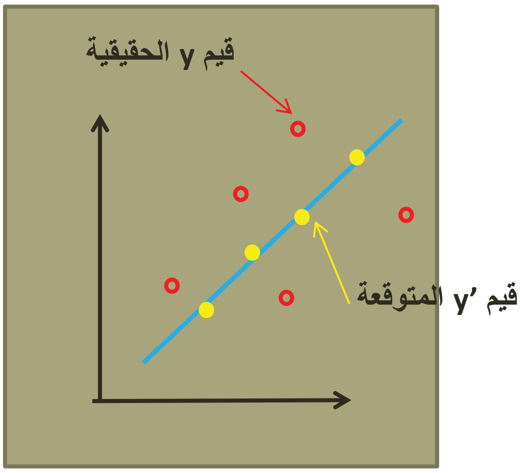
$$E = y - y' = y - (bx + a)$$

حيث y تعبر عن القيم الحقيقة المعطاة بينما y′ تعبر عن القيم المتوقعة والتي تحسب عن طريق معادلة خط الانحدار

وتكون المسافة بين هاتين القيمتين هي مقدار الخطأ E المعبر عنه رياضياً بالفرق بين القيمة الحقيقة ل y و القيمة المتوقعة y′

ويوجد عدة طرق لحساب الخطأ للنقاط ولكن الطريقة الأكثر دقة هي بجمع مربعات الأخطاء
لأنها تهمل الخطأ الصغير وتكبر الخطأ الأكبر small error get smaller and large error get larger
ومن هنا جاءت تسمية هذه الطريقة ب

طريقة المربعات الصغرى



طريقة المربعات الصغرى لإيجاد دالة الانحدار الخطي

في هذه الطريقة يتم استخدام مجموع قيم مربعات الأخطاء للحصول على المعاملات a و b الموجودين في دالة الانحدار وفق ما يلي:

$$E = \sum_{i=1}^{n} e_i^{\,2} = \sum_{i=1}^{n} (y_i - (bx_i + a))^2 = 0$$

$$\frac{\partial E}{\partial b} = 0 \qquad \frac{\partial E}{\partial a} = 0$$

$$b = \frac{n(\sum_{i=1}^{n} x_i y_i) - (\sum_{i=1}^{n} x_i) - (\sum_{i=1}^{n} y_i)}{n(\sum_{i=1}^{n} x_i^2) - (\sum_{i=1}^{n} x_i)^{\wedge}2}$$

$$a = \frac{(\sum_{i=1}^{n} x_i^2)(\sum_{i=1}^{n} y_i) - (\sum_{i=1}^{n} x_i)(\sum_{i=1}^{n} x_i y_i)}{n(\sum_{i=1}^{n} x_i^2) - (\sum_{i=1}^{n} x_i)^{\wedge}2}$$

مثال:

استناداً إلى البيانات الموجودة في الجدول، وباستخدام طريقة المربعات الصغرى ابحث عن خط مستقيم يناسب هذه البيانات بأفضل شكل :

الحل:

x_i	y_i
0.2	8.2
0.4	8.4
0.6	8.5
0.8	8.6
1	8.8
1.2	8.7

$$\sum_{i=1}^{6} x_i y_i = 36.22$$

$$\sum_{i=1}^{6} x_i^2 = 3.46$$

$$\sum_{i=1}^{6} x_i = 4.2$$

$$\sum_{i=1}^{6} y_i = 51.2$$

$$(\sum_{i=1}^{6} x_i)^2 = 17.64$$

b = 0.5429 a= 8.1533

بالتالي معادلة خط الانحدار التي تمثل النقاط بطريقة المربعات الصغرى هي:

$$y' = 0.5429x + 8.1533$$

الحل باستخدام الماتلاب:

تم تعريف تابع خاص بطريقة المربعات الصغرى

Editor - D:\installetedmat2015\bin\leastsquare.m

leastsquare.m

```
function [ b , a] = leastsquare(x,y)
n = length(x);
sumx = sum(x);
sumy = sum(y);
sumxx = sum(x.*x);
sumxy = sum(x.*y);
den = n*sumxx - sumx^2;
b = (n*sumxy - sumx*sumy)/den;
a = (sumxx*sumy - sumxy*sumx)/den;
L = zeros(n,1);
for i=1:n
    L(i) = b*x(i) + a;
end
plot(x,y,'or')
hold on
plot(x,L)
end
```

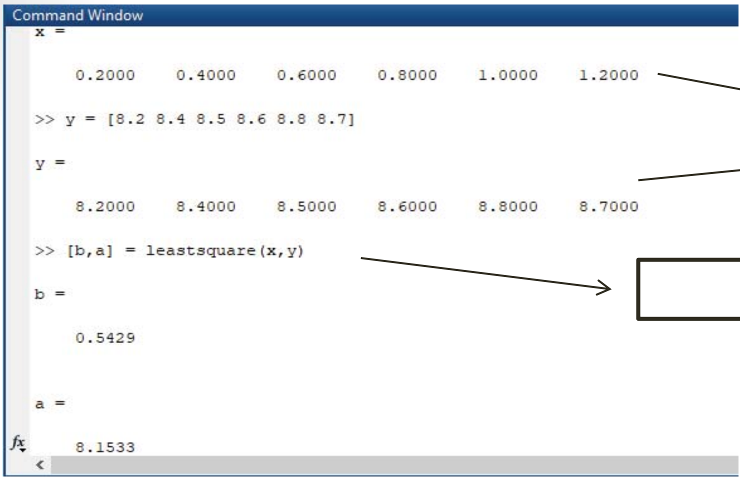
طول المصفوفة x أي عدد العينات

تهيئة القيم المتوقعة y′ بقيم صفرية

إيجاد القيم المتوقعة ل y′ من دالة الانحدار الخطي

رسم قيم x و y الحقيقة

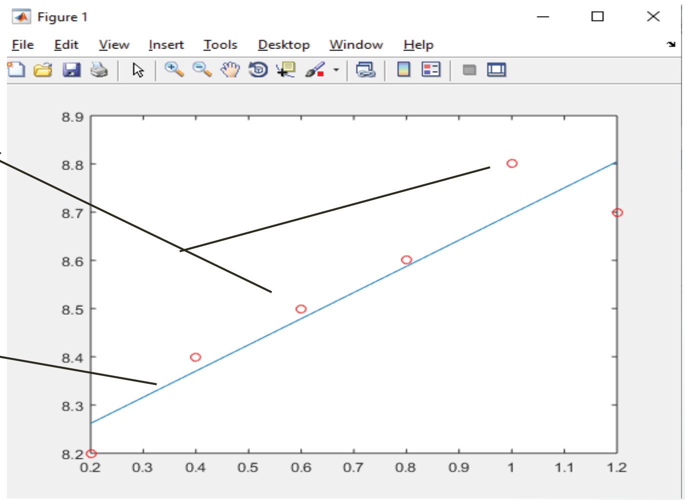
رسم خط الانحدار



```
Command Window
x =

    0.2000    0.4000    0.6000    0.8000    1.0000    1.2000

>> y = [8.2 8.4 8.5 8.6 8.8 8.7]

y =

    8.2000    8.4000    8.5000    8.6000    8.8000    8.7000

>> [b,a] = leastsquare(x,y)

b =

    0.5429


a =

    8.1533
```

إدخال قيم العينات

استدعاء التابع



رسم العينات الحقيقية

رسم خط الانحدار

مثال:

```
>> x= [12 9 23 56 43.5 33 41.3 76 63];
>> y = [-4 -3.85 -5.4 -5 -3.5 -1.75 -1.4 -0.5 0.4];
>> coefficient = polyfit(x,y,1)

coefficient =

    0.0535   -4.9005

>> y1 = polyval(coefficient,x);
>> plot(x,y,'o',x,y1,'-')
>> |
```

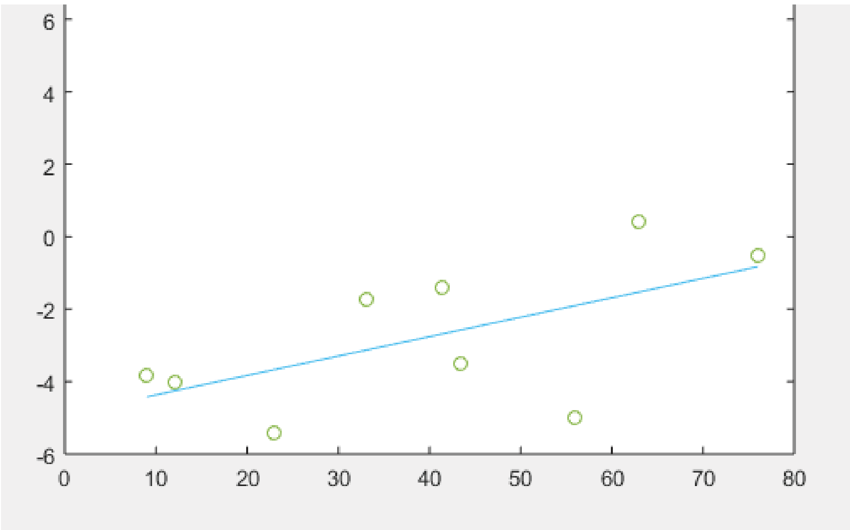
تم إدخال البيانات x و y على شكل متجه
وتم حساب المعاملات a و b الخاصة بالتابع الذي تمثله هذه البيانات باستخدام تعليمة polyfit(x,y,n) التي ترجع متجه للمعاملات الممثلة لكثير الحدود بترتيب تنازلي
حيث :
x و y متجهان لهما نفس الطول ويمثلان إحداثيات x وy لنقاط البيانات على التوالي
n هي درجة كثير الحدود
والخرج سيكون متجه للمعاملات التي تمثل كثير الحدود المجهزة بترتيب تنازلي

يتم في الخطوة التالية حساب قيم y الجديدة (المتوقعة) من خلال التعليمة polyval(p,x)حيث:

p متجه للمعاملات يمثل كثير الحدود بترتيب تنازلي

و x هي النقطة المطلوب إيجاد قيم كثير الحدود عندها

والناتج هو قيم كثير الحدود عند تلك النقطة



وأخيراً يتم رسم قيم البيانات الحقيقة ورسم خط الانحدار ضمن تعليمة plot واحدة ليظهر الخرج كما في الشكل وليكون تابع الانحدار معطى بالعلاقة:

$$y = 0.0535x - 4.9005$$

تدريب:

اكتب برنامج في ماتلاب يقوم بإيجاد معادلة خط الانحدار بطريقة المربعات الصغرى للتابع $y = \cos(t)$

حيث t تأخذ قيمها ضمن المجال من 0 وحتى 2π بخطوة مقدارها π/50

ثم قم برسم التابع الحقيقي و تابع خط الانحدار على نفس المخطط

انتهت المحاضرة