ABCDEFGHIJKLMNOPQSTUVWXYZ

كلية العلوم

القسم : الفيزياء

السنة : الثانية

اسئلة دوراة محلولة

تحليل عقدي ومنجهي

A 2 Z LIBRARY

Facebook Group : A to Z مكتبة

كلية العلوم (فيزياء ، كيمياء ، رياضيات ،علم الحياة)

بمكنكم طلب المحاضرات برسالة نصية (SMS) أو عبر (What's app) على الرقم TEL: 0931497960

ABCDEFGHIJKLMNOPQSTUVWXYZ

جامعة طرطوس
كلية العلوم
قسم الفيزياء

امتحان مقرر التحليل المتجهي والعقدي
لطلاب السنة الثانية فيزياء
الدورة الفصلية الاولى: ٢٠٢٤-٢٠٢٥

الاسم:
الدرجة: ٩٠
المدة:

نموذج A

السؤال الاول:(٣٠ د) ليكن لدينا الدالة العقدية التالية:

$$f(z) = 3z^2 + 2z$$

a. أثبت باستخدام شرطي كوشي-ريمان ان الدالة السابقة تحليلية

b. احسب التكامل التالي

$$\int_{1-i}^{2+i} f(z)\ dz$$

c. هل الدالة التالية توافقية

$$u(x,y) = x^2 + 2xy^2$$

السؤال الثاني:(٦٠د) ليكن التابع الشعاعي التالي:

$$\vec{r} : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}^3;\ \ \vec{r}(t) = (t^3+5)\vec{\imath} + (6t-7)\vec{\jmath} + (3t^2+1)\vec{k}$$

a. أثبت ان التابع الشعاعي املس عند جميع نقاطه.
b. أحسب التقوس والالتفاف عند جميع نقاطه الاملس عندها ثم اوجد ثلاثية فرنيه.
c. أوجد معادلة المستقيم المماس والمستوي الناظم للتابع الشعاعي السابق في النقطة

$$B(5,-7,1);\ \ t=0$$

مدرسة المقرر: د.حنان علي

A to Z

جامعة طرطوس
كلية العلوم
قسم الفيزياء

امتحان مقرر التحليل المتجهي والعقدي
لطلاب السنة الثانية فيزياء
الدورة الفصلية الاولى: ٢٠٢٤-٢٠٢٥

الاسم:
الدرجة: ٩٠
المدة:

السؤال الاول(٣٠ د) ليكن لدينا الدالة العقدية التالية:

$$f(z) = e^z$$

a. أثبت باستخدام شرطي كوشي-ريمان ان الدالة السابقة تحليلية

b. احسب التكامل التالي

$$\int_C f(z)\ dz\ ;\ C := \{z \in \mathbb{C}, |z| = 1, \arg(z) \in [0, 2\pi]\}$$

c. هل الدالة التالية توافقية

$$v(x,y) = \ln(x^2 + y^2)$$

السؤال الثاني(٦٠د) ليكن التابع الشعاعي التالي:

$$\vec{r} : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}^3;\ \ \vec{r}(t) = (t^3)\vec{\imath} + (3t^2 - 2)\vec{\jmath} + (6t + 1)\vec{k}$$

a. أوجد معادلة المستقيم المماس والمستوي الناظم للتابع الشعاعي السابق في النقطة
$B(1,1,7)$;

b. أثبت ان

$$|\dot{r}(t)| = 3(t^2 + 2)$$

ثم احسب طول قوس منحني التابع الشعاعي السابق والمحدد بالنقطتين
$A(0,-2,1), B(1,1,7)$

c. اوجد $(\vec{T}, \vec{N}, \vec{B})$ ثلاثية فرينيه

مدرسة المقرر: د. حنان علي

A to Z

سلم تصحيح امتحان مقرر التحليل العقدي والمتجهي
لطلبة السنة الثانية خلال الدورة العادية الثوكا 2024-2025

المقورة B :

السؤال الأول (30 د) : ليكن لدينا الدالة العقدية التالية : $f(z) = e^z$

1. باستخدام شرطي كوشي-ريمان، أثبت أن الدالة السابقة تحليلية :

let $z = x+iy \Rightarrow f(z) = e^z = e^{x+iy} = e^x \cdot e^{iy} = e^x(\cos y + i\sin y)$

let $f(z) = u+iv \Rightarrow f(z) = \underbrace{e^x\cos y} + i\underbrace{e^x \sin y} \Rightarrow u = e^x\cos y \; ; \; v = e^x \sin y$ (3)

بتطبيق شرطي كوشي-ريمان بالشكل (5) $\boxed{\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial y}}$ $\boxed{\frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial v}{\partial x}}$

$\frac{\partial u}{\partial x} = +e^x\cos y$, $\frac{\partial v}{\partial y} = e^x\cos y \Rightarrow \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial y}$ (محقق)

$\frac{\partial u}{\partial y} = -e^x\sin y$, $\frac{\partial v}{\partial x} = e^x\sin y \Rightarrow \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial v}{\partial x}$ (محقق) (2)

من تحقق الشرطين نجد أن الدالة e^z تحليلية على كامل المستوى العقدي لأن المشتقات معرفة ومستمرة على كامل المستوى العقدي .

2. احسب التكامل التالي :

$$\int_C f(z)\,dz = \int_C e^z\,dz \quad ; \quad C = \{z \in \mathbb{C} \,,\, |z| = 1 \,,\, \arg z \in [0, 2\pi]\}$$

$= $ [illegible] $\quad \in \theta \in [0, 2\pi]$, $z = e^{i\theta}$ نضع

$dz = ie^{i\theta}\,d\theta$

$$\int_C e^z dz = \int_0^{2\pi} e^{e^{i\theta}} ie^{i\theta}\,d\theta = \left[e^{e^{i\theta}}\right]_0^{2\pi} = e^1 - e^1 = 0$$ (10)

$\int_C g\,dg$

$u(x,y) = \ln(x^2+y^2)$ الدالة التالية توافقية C.dp

لبيان أن الدالة توافقية يجب أن نملك مشتقات مستمرة لهذه الرتبة الثانية وكفى

(5) أن $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{2x}{\ln(x^2+y^2)} \Rightarrow \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{2(x^2+y^2) - 2x(2x)}{(x^2+y^2)^2} = \frac{2(y^2-x^2)}{(x^2+y^2)^2}$$

$$\frac{\partial u}{\partial y} = \frac{2y}{(x^2+y^2)} \Rightarrow \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = \frac{2(x^2+y^2) - 2y(2y)}{(x^2+y^2)^2} = \frac{2(x^2-y^2)}{(x^2+y^2)^2}$$ (3)

المشتقات موجودة ومستمرة باستثناء $(0,0)$

(2) $$\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{2(y^2-x^2) + 2(x^2-y^2)}{(x^2+y^2)^2} = 0$$

(محققة)

والدالة u توافقية على النقطة $(0,0)$

السؤال الثاني (6ن): ليكن التابع السفاري التالي:

$$\vec{r}: \mathbb{R} \to \mathbb{R}^3 ; \quad \vec{r}(t) = t^3\vec{i} + (3t^2-2)\vec{j} + (6t+1)\vec{k}$$

a. اوجد معادلة المستقيم المماس والمستوي الناظم للتابع السفاري السابق في النقطة B(1,1,7) الموافقة لـ $t=1$

* معادلة المستقيم المماس تعطى بالشكل

D: $$\frac{x-f(t_0)}{f'(t_0)} = \frac{y-g(t_0)}{g'(t_0)} = \frac{z-h(t_0)}{h'(t_0)}$$ (6)

حيث

$f(t) = t^3 ; \quad f(t_0) = f(1) = 1$

$f'(t) = 3t^2 ; \quad f'(1) = 3$

$g(t_0) = 3t^2 - 2 ; \quad g(1) = 3-2 = 1$

$g'(t_0) = 6t_0 = 6$

$h(t_0) = 6t_0 + 1 = 6+1 = 7$

$h'(t_0) = 6$

A to Z

$$D: \frac{x-1}{3} = \frac{y-1}{6} = \frac{z-7}{6}.$$

(6) معادلة المستوى الناظم

$$f'(t_0)(x-f(t_0)) + g'(t_0)(y-g(t_0)) + h'(t_0).(z-h(t_0)) = 0$$

$$3(x-1) + 6(y-1) + 6(z-7) = 0$$

b. اثبت أن $|r'(t)| = 3(t^2+2)$ ثم استنتج طول قوس المنحنى المحدد بالنقطتين

$$A(0,-2,1); t_1 = 0 \quad / \quad B(1,1,7); t_0 = 1$$

$$\vec{r} = (t^3, 3t^2-2, 6t+1) \Rightarrow \vec{r'} = (3t^2, 6t, 6)$$ (1)

$$|\vec{r'}| = \sqrt{9t^4+36t^2+36} = 3\sqrt{t^4+4t^2+4} = 3\sqrt{(t^2+2)^2}$$

$$|\vec{r'}| = 3(t^2+2)$$ (1)

طول المنحنى من t_0 إلى t

$$S(t) = \int_a^t |\vec{r'}(t)|\,dt = \int_{t_0}^{t} 3(t^2+2)\,dt = \int_0^1 3(t^2+2)\,dt$$ (1)

$$= 3\left(\frac{t^3}{3} + 2t\right)\Big|_0^1 = 1+6 = 7.$$ (1)

c. أوجد المعلم الحرفي

$$\vec{T} = \frac{\vec{r'}}{|\vec{r'}|}; \quad \vec{N} = \frac{\vec{T'}}{|\vec{T'}|}; \quad \vec{B} = \vec{T} \wedge \vec{N}$$ (5) (3) (5)

$$\vec{r} = (t^3, 3t^2-2, 6t+1) \Rightarrow \vec{r'} = (3t^2, 6t, 6) \Rightarrow |\vec{r'}| = 3(t^2+2)$$ (3)

$$\vec{T} = \frac{(3t^2, 6t, 6)}{3(t^2+2)} = \frac{(t^2, 2t, 2)}{(t^2+2)} = \frac{t^2}{t^2+2}\vec{i} + \frac{2t}{t^2+2}\vec{j} + \frac{2}{t^2+2}\vec{k}$$

$$\vec{T'} = \left(\frac{2t(t^2+2) - 2t.t^2}{(t^2+2)^2}, \frac{2(t^2+2) - 2t(2t)}{(t^2+2)^2}, \frac{-4t}{(t^2+2)^2}\right)$$

$$\vec{T'} = \frac{(4t, -2t^2+4, -4t)}{(t^2+2)^2}$$

$$|\vec{T}'| = \frac{2\sqrt{8t^2+(2-t^2)^2}}{(t^2+2)^2} = \frac{2\sqrt{t^4+4t^2+4}}{(t^2+2)^2} = \frac{2(t^2+2)}{(t^2+2)^2} = \frac{2}{(t^2+2)}$$

(3)

$$\Rightarrow \vec{N} = \frac{\vec{T}'}{|\vec{T}'|} = \frac{(4t, -2t^2+4, -4t)}{(t^2+2)^2} \cdot \frac{(t^2+2)}{2} = \frac{(2t, 2-t^2, -2t)}{(t^2+2)}$$

$$\vec{B} = \vec{T} \wedge \vec{N} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \frac{t^2}{t^2+2} & \frac{2t}{t^2+2} & \frac{2}{t^2+2} \\ \frac{2t}{t^2+2} & \frac{2-t^2}{t^2+2} & \frac{-2t}{t^2+2} \end{vmatrix} = \frac{1}{(t^2+2)^2} \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ t^2 & 2t & 2 \\ 2t & 2-t^2 & -2t \end{vmatrix}$$

$$\vec{B} = \frac{1}{(t^2+2)^2}\left((-2t^2-4)\vec{i} + (2t^3+4t)\vec{j} + (-2t^2-t^4)\vec{k}\right)$$

(3)

$$\vec{B} = \frac{-2}{t^2+2}\vec{i} + \frac{2t}{t^2+2}\vec{j} - \frac{t^2}{t^2+2}\vec{k}$$

A to Z

جامعة طرطوس
كلية العلوم
قسم الفيزياء

امتحان مقرر التحليل المتجهي والعقدي
لطلاب السنة الثانية فيزياء
الدورة الفصلية الاولى: ٢٠٢٤-٢٠٢٥

الاسم:
الدرجة: ٩٠
المدة:

نموذج A

السؤال الاول:(٣٠ د) ليكن لدينا الدالة العقدية التالية:

$$f(z) = 3z^2 + 2z$$

a. أثبت باستخدام شرطي كوشي-ريمان ان الدالة السابقة تحليلية

b. احسب التكامل التالي

$$\int_{1-i}^{2+i} f(z)\ dz$$

c. هل الدالة التالية توافقية

$$u(x,y) = x^2 + 2xy^2$$

السؤال الثاني:(٦٠د) ليكن التابع الشعاعي التالي:

$$\vec{r} : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}^3;\ \ \vec{r}(t) = (t^3+5)\vec{i} + (6t-7)\vec{j} + (3t^2+1)\vec{k}$$

a. أثبت ان التابع الشعاعي املس عند جميع نقاطه.
b. أحسب التقوس والالتفاف عند جميع نقاطه الاملس عندها ثم اوجد ثلاثية فرنييه.
c. أوجد معادلة المستقيم المماس والمستوي الناظم للتابع الشعاعي السابق في النقطة

$$B(5,-7,1);\ \ t=0$$

مدرسة المقرر: د.حنان علي

A to Z

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial (x^2+2xy^2)}{\partial x}\right) = \frac{\partial}{\partial x}\left(2x+2y^2\right) = 2$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial (x^2+2xy^2)}{\partial y}\right) = \frac{\partial}{\partial y}\left(4xy\right) = 4x$$

المشتقات الجزئية من الرتبة الثانية موجودة ومستمرة على $\mathbb{R}^2$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 2 + 4x \neq 0 \quad (5)$$

والدالة غير توافقية ولا في اي نقطة .

السؤال الثاني : ليكن التابع الشعاعي التالي

$$\vec{r} : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^3 ; \quad \vec{r}(t) = (t^3+5)\vec{i} + (6t-7)\vec{j} + (3t^2+1)\vec{k}$$

a. اثبت أن التابع الشعاعي املس عند كل نقاطه .

$$\vec{r}(t) = (t^3+5)\vec{i} + (6t-7) + (3t^2+1)\vec{k}$$

$$\Rightarrow \vec{r'} = (3t^2, 6, 6t) \quad , \quad \vec{r''} = (6t, 0, 6) \quad , \quad \vec{r'''} = (6, 0, 0)$$

(2)

بالتالي فان

$$|\vec{r'}| = \sqrt{9t^4+36+36t^2} = 3\sqrt{4+t^4+4t^2} = 3(t^2+2) \quad (2)$$

مباشرة $|\vec{r'}| = 3(t^2+2) \neq 0 \quad ; \forall t \in \mathbb{R}$

(4)

فالتابع الشعاعي $\vec{r}$ املس عند كل نقاطه

b. احسب التقوس والالتفاف عند كل نقاطه واوجد المعادلة الطبيعية لفرينيه .

التقوس يعطى بالعلاقة

$$(5) \quad K(t) = \frac{|\vec{r'}(t) \wedge \vec{r''}(t)|}{|\vec{r'}(t)|^3}$$

$$\vec{r'}(t) \wedge \vec{r''}(t) = (36, 18t^2, -36t) \Rightarrow |\vec{r'} \wedge \vec{r''}| = 18\sqrt{4+t^2+4t^4}$$

$$K(t) = \frac{2\sqrt{4+t^2+4t^4}}{3(t^2+2)^3} \quad (3)$$

A to Z

الانحناء يعطى بالعلاقة:

$$\forall t \in \mathbb{R};\quad c = \frac{(\vec{r'}, \vec{r''}, \vec{r'''})}{|\vec{r'} \wedge \vec{r''}|^2} = \frac{216}{324(4t^2+4t^4)}$$ (5) (3)

$$\vec{T}(t) = \frac{\vec{r'}(t)}{|\vec{r'}(t)|} = \frac{(3t^2, 6, 6t)}{3(t^2+2)} = \frac{(t^2, 2, 2t)}{(t^2+2)}$$ (5) (3)

$$\vec{N}(t) = \frac{\vec{T}'(t)}{|\vec{T}'(t)|} = \frac{(4t, -4t, 4-2t^2)}{2} = \frac{(2t, -2t, 2-t^2)}{(t^2+2)}$$ (5) (3)

حيث $\vec{T}'(t) = \frac{(4t, -4t, 4-2t^2)}{(t^2+2)^2}$; $|\vec{T}'(t)| = \frac{2}{(t^2+2)^2}$

$$\vec{B}(t) = \vec{T} \wedge \vec{N} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \frac{t^2}{t^2+2} & \frac{2}{t^2+2} & \frac{2t}{t^2+2} \\ \frac{2t}{t^2+2} & \frac{-2t}{t^2+2} & \frac{2-t^2}{t^2+2} \end{vmatrix} = \frac{(2, t^2, -2t)}{(t^2+2)}$$ (5) (3)

C. أوجد معادلة المستقيم المماس والمستوي الناظمي لتابع $\vec{r}(t)$ في النقطة $B(5,-7,1)$ الموافقة لـ $t=0$.

أي: $t_0 = 0$

ليكن $\vec{r}(t) = f(t)\vec{i} + g(t)\vec{j} + h(t)\vec{k}$

معادلة المستقيم المماس في النقطة $t_0 = 0$

$$D: \frac{x-f(t_0)}{f'(t_0)} = \frac{y-g(t_0)}{g'(t_0)} = \frac{z-h(t_0)}{h'(t_0)}$$ (6)

معادلة المستوي الناظم

$$f'(t_0)(x-f(t_0)) + g'(t_0)(y-g(t_0)) + h'(t_0)(z-h(t_0)) = 0$$ (6)

A to Z

سلم تصحيح امتحان مقرر التحليل العقدي/لطلاب السنة الثانية فيزياء/الدورة الفصلية الثاني 2025-2024

(30)

السؤال الثاني: ليكن لدينا الدالة العقدية التالية: $f(z)=3z^2+2z$

a. اثبت باستخدام شرطي كوشي-ريمان أن الدالة $f(z)$ تحليلية:

شرطي كوشي-ريمان:

$$f(z)=u+iv \qquad z=x+iy$$

$$\begin{cases} \dfrac{\partial u}{\partial x}=\dfrac{\partial v}{\partial y} \\ \dfrac{\partial u}{\partial y}=-\dfrac{\partial v}{\partial x} \end{cases}$$

(5)

$$f(z)=3z^2+2z=3(x+iy)^2+2(x+iy)=3x^2-3y^2+6xyi+2x+2iy$$

$$f(z)=\underbrace{(3x^2-3y^2+2x)}_{u(x,y)}+i\underbrace{(2y+6xy)}_{v(x,y)}$$

(3)

$$\frac{\partial u}{\partial x}=6x+2 \qquad \frac{\partial u}{\partial y}=-6y$$

$$\frac{\partial v}{\partial x}=6y \qquad \frac{\partial v}{\partial y}=6x+2$$

$$\frac{\partial u}{\partial x}=\frac{\partial v}{\partial y} \quad (1) \qquad \frac{\partial u}{\partial y}=-\frac{\partial v}{\partial x} \quad (2)$$

من (1) و (2) نجد الشرطين محققان و الدالة $f(z)$ تحليلية

b. احسب التكامل التالي:

$$\int_{1-i}^{2+i} f(z)\,dz=\int_{1-i}^{2+i}(3z^2+2z)\,dz=z^3+z^2\Big|_{1-i}^{2+i}=7+19i$$

(10)

c. هل الدالة التالية توافقية: $u=x^2+2xy^2$ ؛

حتى تكون الدالة توافقية يجب أن تحقق المعادلة (معادلة لابلاس) $\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\dfrac{\partial^2 u}{\partial y^2}=0$

حيث مشتقاتها الجزئية موجودة ومستمرة

حيث المرجة الثانية.

(5)

A to Z

جامعة طرطوس | امتحان مقرر تحليل عقدي ومتجهي | اسم الطالب :

كلية العلوم | لطلاب السنة الثانية فيزياء | المدة : ساعتان

قسم الفيزياء | الدورة الفصلية الأولى للعام الدراسي 2023-2024 | الدرجة : 90

.....

السؤال الأول (35 درجات): لدينا المنحني C المعطى بالمعادلات الوسيطية التالية

$$x(t)=\cos t \quad , \quad y(t)=\sin t \quad , \quad z(t)=t$$

1. أوجد أشعة الواحدة لثلاثية فرينه
2. أوجد معادلة المستوي الملاصق في النقطة الموافقة للقيمة $t=0$
3. أوجد طول قوس المنحني على المجال $[0,2\pi]$

السؤال الثاني (10 درجات) :

ادرس النقاط الشاذة للمنحني C المعطى بالشكل $f(x_1,x_2)=x_2^2-x_1^2+x_1^3=0$

السؤال الثالث (10 درجات) :

1. ليكن C منحنياً نظامياً من الصف C^m حيث $m\geq 2$ ، ماهوالشرط اللازم و الكافي حتى يكون C مستقيماً
2. ليكن الشعاع $\overrightarrow{w}$ يعبر عن تدفق سائل ما ، ماالتفسير الفيزيائي للمقدار $div\overrightarrow{w}>0$

السؤال الرابع (10 درجات) : عين مجموعة نقاط الفضاء $\mathbb{R}^3$ التي يكون فيها شعاع تدرج التابع

$f(x,y,z)=x^3+y^3+z^3-3xyz$ موازياً للمحور OZ

السؤال الخامس(25 درجات) :

1. ليكن العدد العقدي $z=1+i\sqrt{3}$ اكتب z بالشكل المثلثي ثم أوجد الجذور التكعيبية له
2. اثبت ان الدالة $f(z)=e^x(\cos y+i\sin y)$ تحليلية في المستوي العقدي

مع تمنياتي بالتوفيق

طرطوس 2024/1/28

مدرسة المقرر

نسرين الخمير

مكتبة A to Z

السؤال الأول:

(1) $\vec{r}(t) = \cos t\,\vec{e_1} + \sin t\,\vec{e_2} + t\,\vec{e_3}$

$\vec{r}'(t) = -\sin t\,\vec{e_1} + \cos t\,\vec{e_2} + \vec{e_3}$

$|\vec{r}'(t)| = \sqrt{2}$ $\qquad \vec{T} = \dfrac{\vec{r}'}{|\vec{r}'|} = -\dfrac{1}{\sqrt{2}}\sin t\,\vec{e_1} + \dfrac{1}{\sqrt{2}}\cos t\,\vec{e_2} + \dfrac{1}{\sqrt{2}}\vec{e_3}$ (5)

$\vec{N} = \dfrac{\vec{r}''}{|\vec{r}''|} = \dfrac{-\cos t\,\vec{e_1} - \sin t\,\vec{e_2}}{1} = -\cos t\,\vec{e_1} - \sin t\,\vec{e_2}$ (5)

$$\vec{B} = \vec{T} \wedge \vec{N} = \begin{vmatrix} \vec{e_1} & \vec{e_2} & \vec{e_3} \\ -\frac{1}{\sqrt{2}}\sin t & \frac{1}{\sqrt{2}}\cos t & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ -\cos t & -\sin t & 0 \end{vmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}}\sin t\,\vec{e_1} - \frac{1}{\sqrt{2}}\cos t\,\vec{e_2} + \frac{1}{\sqrt{2}}\vec{e_3}$$ (5)

(2) $[\vec{y}(t) - \vec{r}(t)] \cdot \vec{B} = 0$ (5)

المستوي الملاصق:

$\vec{y}(x,y,z)$ $\qquad \vec{r}(t_0) = \vec{e_1} + 0\,\vec{e_2} + 0\,\vec{e_3}$

$$\left[(x-1)\vec{e_1} + y\vec{e_2} + z\vec{e_3}\right] \cdot \left[0\,\vec{e_1} - \frac{1}{\sqrt{2}}\vec{e_2} + \frac{1}{\sqrt{2}}\vec{e_3}\right] = 0$$

$0 - \frac{1}{\sqrt{2}}y + \frac{1}{\sqrt{2}}z = 0 \Rightarrow -y + z = 0$ (5)

(3) $\ell = \int_0^{2\pi} \sqrt{x_1'^2 + x_2'^2 + x_3'^2}\,dt = \int_0^{2\pi} \sqrt{\sin^2 t + \cos^2 t + 1}\,dt = \int_0^{2\pi} \sqrt{2}\,dt = 2\sqrt{2}\pi$ (5) (5)

السؤال الثاني:

(1) $F_{x_1} = -2x_1 + 3x_1^2 = 0 \Rightarrow x_1 = 0$ أو $x_1 = \frac{2}{3}$

(1) $F_{x_2} = 2x_2 = 0$

$\Rightarrow A(0,0) \in C$ (1)

$B(\frac{2}{3}, 0) \notin C$ (1)

ندرس نوع النقطة A:

(1) $F_{x_1x_1} = -2 + 6x_1\big|_A = -2$

(1) $F_{x_1x_2} = 0$

(1) $F_{x_2x_2} = 2$

$\Delta = 0 - 2(-2) = 4 > 0$ (1)

(2) A نقطة سرج مضاعفة (عقدة)

السؤال الثالث:

(5) ① أن يكون تقوس المنحني معدوماً في كل نقطة من نقاطه

(2) ② أن المماس يتفق من النقطة المعتبرة أكثر من أن يتفق إليها. (5)

مكتبة A to Z

السؤال الرابع:

$\overrightarrow{grad}\, f = \vec{\nabla} f = (3x^2 - 3yz)\vec{i} + (3y^2 - 3xz)\vec{j} + (3z^2 - 3xy)\vec{k}$ (2)

$\overrightarrow{grad}\, f \parallel \vec{k} \Rightarrow \begin{cases} \overrightarrow{grad}\, f \perp \vec{i} \\ \overrightarrow{grad}\, f \perp \vec{j} \end{cases}$ (2)

(2) $\overrightarrow{grad}\, f \cdot \vec{i} = 0 \Rightarrow 3x^2 - 3yz = 0 \Rightarrow x^2 = yz$

(2) $\overrightarrow{grad}\, f \cdot \vec{j} = 0 \Rightarrow 3y^2 - 3xz = 0 \Rightarrow y^2 = xz$

$\Rightarrow \frac{x^2}{y} = \frac{y^2}{x}$

$y^3 = x^3$

$y = x$

بالتعويض في (2) $x = y = z$

السؤال الخامس:

(1) $r = 2$ (2)

$\cos\theta = \frac{1}{2}$, $\sin\theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$ $\Rightarrow \theta = \frac{\pi}{3}$ (2)

$\Rightarrow z = 2\left(\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}\right)$ (2)

$z_k = \sqrt[3]{2}\left(\cos\frac{\frac{\pi}{3} + 2\pi k}{3} + i\sin\frac{\frac{\pi}{3} + 2\pi k}{3}\right)$ (1) $k = 0, 1, 2$

$z_0 = \sqrt[3]{2}\left[\cos\frac{\pi}{9} + i\sin\frac{\pi}{9}\right]$ (2)

$z_1 = \sqrt[3]{2}\left[\cos\frac{7\pi}{9} + i\sin\frac{7\pi}{9}\right]$ (2)

$z_2 = \sqrt[3]{2}\left[\cos\frac{13\pi}{9} + i\sin\frac{13\pi}{9}\right]$ (2)

(2) $u = e^x\cos y \qquad v = e^x\sin y$

(2) $\frac{\partial u}{\partial x} = e^x\cos y$, (2) $\frac{\partial v}{\partial y} = e^x\cos y$ $\Rightarrow \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial y}$ (1)

(2) $\frac{\partial u}{\partial y} = -e^x\sin y$, (2) $\frac{\partial v}{\partial x} = e^x\sin y$ $\Rightarrow \frac{\partial v}{\partial x} = -\frac{\partial u}{\partial y}$ (1)

$\Rightarrow$ دالة f كلية (2)

مكتبة A to Z

جامعة طرطوس		الفصل الثاني 2023-2022
كلية العلوم		الدرجة العظمى (90)
قسم الفيزياء		اسم الطالب:
مقرر التحليل العقدي والمتجهي	السنة الأولى	من مقررات الفصل الأول

السؤال الأول: (45 درجة)

1- بفرض لدينا في R^3 مجموعة النقاط الآتية: $A(-4,4,4), B(4,5,1), C(0,-1,-1), D(3,9,4)$.

a) تحقق هل النقاط تقع في مستوي واحد.

b) أوجد احداثيات النقطة $p_0(x_0,y_0,z_0)$ التي تقسم القطعة المستقيمة $\overline{AB}$ بالنسبة $\frac{AP_0}{\overline{P_0B}}=\frac{1}{3}$.

c) احسب مساحة المثلث الذي رؤوسه النقاط B,C,D.

2- لدينا في R^3 المستويين: $\Pi_1: 2x-y+z+1=0$, $\Pi_2: x+y-2z+3=0$ تحقق هل Π_1,Π_2 متوازيان أم متقاطعان ؟ إن تبين متوازيان أوجد البعد بينهما؟ وإن تبين أنهما متقاطعان ؟ أوجد:

a) الزاوية بينهما. b) معادلة الفصل المشترك ثم أوجد بعد النقطة $(-2,-2,1)$ عن المستقيم الناتج.

3- لدينا في R^3 المنحني المعرف بالمعادلات الوسيطية الآتية: $x=t$, $y=t^2+1$, $z=t^3+3t$.

a) أوجد معادلة المماس ثم معادلة المستوي الملاصق للمنحني في النقطة الموافقة للقيمة $t=0$.

b) احسب تقوس و إلتفاف المنحني في النقطة الموافقة للقيمة $t=0$.

السؤال الثاني: (45 درجة)

1- بفرض لدينا الدالة السلمية المعرفة بالعلاقة الآتية: $f(x,y,z)=x^2+y^2-z^2+xy+2xz+y$.

a) أوجد تدرج هذه الدالة ، ثم حدد مجموعة النقاط التي يكون فيها متجه التدرج معامد للمحور ox.

b) أوجد متجه واحدة الناظم في النقطة $M_0(1,0,1)$.

c) في أي اتجاه من النقطة $M_0(1,0,1)$ يكون المشتق المتجه للدال f أعظمياً ثم أوجد هذه القيمة

2- بفرض لدينا الدالة المتجهة: $\vec{V}(x,y,z)=(2xy+z^3)\vec{i}+x^2\vec{j}+3xz^2\vec{k}$.

أوجد التفاضل التام لهذه الدالة، ثم تحقق هل التكامل $\int_\Gamma \vec{V}d\vec{r}=\int_\Gamma[(2xy+z^3)dx+x^2dy+3xz^2dz]$

متعلق بالطريق المسلوك ولماذا ؟، ثم احسب قيمة التكامل عندما يكون Γ منحني مغلق و عندما يكون Γ منحني يصل بين النقطتين $B(3,1,4), A(1,-2,1)$.

3- احسب التكامل $I=\oint_\Gamma \frac{zdz}{(z-2)^2}$ عندما Γ هو: (a $|z|=1$ (b $|z-1|=2$.

يمنع استعمال الآلة الحاسبة

الإجابة بالقلم الأزرق حصراً

أ.د. نزار حسن

A to Z

الفصل الثاني
2023 - 2022

سلم تقييم الفرض المحروس رقم 1
لطلاب السنة الأولى
مسلك العلوم التجريبية

مادة الفيزياء
مدة الفرض ساعة واحدة

السؤال الأول: نقول النقط A, B, C, D في مستوى واحد إذا كانت المتجهات $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AD}$ في مستوى واحد وكان $\overrightarrow{AB}\cdot(\overrightarrow{AC}\wedge\overrightarrow{AD})=0$

$\overrightarrow{AB}(8,1,-3)$ ① $\overrightarrow{AC}(4,-5,-5)$ ① $\overrightarrow{AD}(7,5,0)$ ①

عندئذ:

$$\overrightarrow{AB}\cdot(\overrightarrow{AC}\wedge\overrightarrow{AD})=\begin{vmatrix}8&1&-3\\4&-5&-5\\7&5&0\end{vmatrix}=200-35-165=0$$ ⑥

إذن النقط A, B, C, D في مستوى واحد.

ب) لتحديد إحداثيات $P_0(x_0,y_0,z_0)$ حيث $\frac{AP_0}{P_0B}=\frac{1}{3}=\lambda$ حيث $A(x_1,y_1,z_1)$ و $B(x_2,y_2,z_2)$

$$x_0=\frac{x_1+\lambda x_2}{1+\lambda},\quad y_0=\frac{y_1+\lambda y_2}{1+\lambda},\quad z_0=\frac{z_1+\lambda z_2}{1+\lambda}$$

$x_0=2$, $y_0=\frac{17}{4}$, $z_0=\frac{15}{4}$ ④

ج) مساحة المثلث BCD تعطى بالعلاقة $S=\frac{1}{2}|\overrightarrow{BC}\wedge\overrightarrow{BD}|$ ①

$\overrightarrow{BC}(-4,-6,-2)$, $\overrightarrow{BD}(-1,4,0)$ ①

$$\overrightarrow{BC}\wedge\overrightarrow{BD}=\begin{vmatrix}i&j&k\\-4&-6&-2\\-1&4&0\end{vmatrix}=8\vec{i}+\vec{j}+(-16-6)\vec{k}$$ ②

$$S=\frac{1}{2}|\overrightarrow{BC}\wedge\overrightarrow{BD}|=\frac{1}{2}\sqrt{64+1+(22)^2}$$ ①

2 - المستويان متوازيان إذا كان هناك عددان حقيقيان α و β بحيث $\vec{n_2}=\alpha\vec{n_1}$ ⑤

$\frac{2}{1}\neq\frac{-1}{1}\neq\frac{1}{-2}$ إذن المستويان غير متوازيان

بالتالي المستقيمان متقاطعان

$$\vec{n_1}\cdot\vec{n_2}=|\vec{n_1}|\cdot|\vec{n_2}|\cos\theta\Rightarrow\cos\theta=\frac{2-1-2}{\sqrt{4+1+1}\sqrt{1+1+4}}=\frac{-1}{\sqrt{6}\sqrt{6}}=-\frac{1}{6}$$ ④

ولتحديد الفصل المشترك نوجد نقطة مشتركة بين P_1 و P_2 بحيث إحداثياتها حلول الجملة

$$\begin{cases}2x-y+z+1=0\\x+y-2z+3=0\end{cases}$$ بإعطاء المجهول z قيمة اعتباطية نجد $z=0$

نجد النقطة $(-\frac{4}{3},-\frac{5}{3},0)$ إذا كانت (x,y,z) نقطة من مستقيم تقاطع P_1 و P_2

$\vec{V}$ شعاع توجيه مستقيم تقاطع P_1 و P_2 ⑥

$$\vec{V}\begin{vmatrix}i&j&k\\2&-1&1\\1&1&-2\end{vmatrix}=(2-1)\vec{i}+(1+4)\vec{j}+(2+1)\vec{k}=\vec{i}+5\vec{j}+3\vec{k}$$ ① ① $\vec{V}=\vec{n_1}\wedge\vec{n_2}$

وان معادلة المستقيم المار من النقطة $(-\frac{4}{3},-\frac{5}{3},0)$ و شعاع توجيهه $\vec{V}$ هي:

$$x+\frac{4}{3}=\rho,\quad y+\frac{5}{3}=5\rho,\quad z-0=3\rho$$ ①

$d=\frac{|\overrightarrow{MM_0}\wedge\vec{V}|}{|\vec{V}|}$ ① حيث $M(-2,-2,1)$, $M_0(-\frac{4}{3},-\frac{5}{3},0)$

$$\overrightarrow{MM_0}=(-\frac{4}{3}+2,-\frac{5}{3}+2,-1)=(\frac{2}{3},\frac{1}{3},-1)\Rightarrow\overrightarrow{MM_0}\wedge\vec{V}=\begin{vmatrix}i&j&k\\\frac{2}{3}&\frac{1}{3}&-1\\1&5&3\end{vmatrix}$$

$$\overrightarrow{MM_0}\wedge\vec{V}=(1+5)\vec{i}+(-1-2)\vec{j}+(\frac{10}{3}-\frac{1}{3})\vec{k}=6\vec{i}-3\vec{j}+3\vec{k}$$

$$d=\frac{\sqrt{36+9+9}}{\sqrt{1+25+9}}=\sqrt{\frac{54}{35}}$$

A to Z

3- برهن ان $P(x,y,z)$ نقطة اختيارية من المستقيم المعطى والمستوي المماس لسطح الكرة S عند النقطة $P_0(0,1,0)$ يكتب على الصورة

$x=0+\rho x_0'$, $y=1+\rho y_0'$, $z=0+\rho z_0'$ (1) $\Rightarrow (x_0', y_0', z_0') = (1,0,3)$

$x=\rho$, $y=1+0\rho$, $z=3\rho$ (2)

$(x_0', y_0', z_0'') = (0,2,6)|_{t=0} = (0,2,0)$

$(\overrightarrow{P_0P}, r'_{t=0}, r''_{t=0}) = \begin{vmatrix} x-x_0 & y-y_0 & z-z_0 \\ x_0' & y_0' & z_0' \\ x_0'' & y_0'' & z_0'' \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} x & y-1 & z \\ 1 & 0 & 3 \\ 0 & 2 & 0 \end{vmatrix} = 0$ (1)

(5) (2)

معادلة المستوي المماس

b) لكي يكون المستقيم عمودي على المستوي المماس

$k = \frac{|r' \wedge r''|}{|r'|^3}$ (2) $|r' \wedge r''|_{t=0} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 1 & 0 & 3 \\ 0 & 2 & 0 \end{vmatrix} = (0-6)\vec{i} + (3-0)\vec{j} + (2-0)\vec{k}$

$= -6\vec{i} + 3\vec{j} + 2\vec{k}$

$k = \frac{\sqrt{0+36+4}}{(\sqrt{1+0+9})^3} = \frac{\sqrt{40}}{(\sqrt{10})^3}$ (1)

$\vec{\tau} = \frac{(r', r'', r''')}{|r' \wedge r''|^2}$ (1) $r''' = (0,0,6) \Rightarrow \vec{\tau} = \frac{12}{(\sqrt{40})^2} = \frac{12}{\sqrt{40}}$ (1)

السؤال الرابع:

1) معرفة بالعلاقة

$\overrightarrow{grad} f = \frac{\partial f}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial f}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial f}{\partial z}\vec{k} = (2x+y+2z)\vec{i} + (2y+x+1)\vec{j} + (-2z+2x)\vec{k}$ (2) (3)

وتكتب بالشكل التالي

وهي معادلة مستوي شعاعية

b) معنى واحدة شعاعية

$\vec{\nabla} f = \overrightarrow{grad} f \cdot \vec{\tau} = 2x + y + 2z = 0$ (1)

$\vec{e} = \frac{\vec{\nabla} f}{|\vec{\nabla} f|}$ (2) $f(1,0,1) = \frac{4\vec{i} + 2\vec{j} + 0\vec{k}}{\sqrt{16+4}}$ (1) $= \frac{4}{\sqrt{20}}\vec{i} + \frac{2}{\sqrt{20}}\vec{j} + \frac{0}{\sqrt{20}}\vec{k}$ (1)

c- يكون اتجاه انتشار اعظمي باتجاه $\overrightarrow{grad} f$ عند $(1,0,1)$ (1)

$|\overrightarrow{grad} f| = |4\vec{i} + 2\vec{j} + 0\vec{k}| = \sqrt{16+4} = \sqrt{20}$ (1)

2- برهن انه عامل تكامل

$d\vec{V} = dV_1\vec{i} + dV_2\vec{j} + dV_3\vec{k}$ (1)

$dV_i = \frac{\partial V_i}{\partial x}dx + \frac{\partial V_i}{\partial y}dy + \frac{\partial V_i}{\partial z}dz$, $i=1,2,3$ (1)

$\int P(x,y,z)\,dx + Q(x,y,z)\,dy + R(x,y,z)\,dz$

$\frac{\partial P}{\partial y} = 2x = \frac{\partial Q}{\partial x}$ (3) $\frac{\partial P}{\partial z} = 3z^2 = \frac{\partial R}{\partial x}$ (3) $\frac{\partial Q}{\partial z} = 0 = \frac{\partial R}{\partial y}$ (3)

وهي شروط التكامل التام

3- $\int_A^B \vec{V}\,d\vec{r} = \int_{x_1}^{x} (2xy_1 + z^3)\,dx + \int_{y_1}^{y} x^2\,dy + \int_{z_1}^{z} 3xz^2\,dz = x^2y + xz^3 - x_1y_1 - x_1z_1^3$ (1)

$A(x_1,y_1,z)$ و $B(x,y,z)$ (1) $A_1(1,-2,1)$ و $A_2(3,1,4)$ (2)

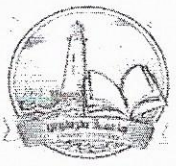
a- $I = \oint_{|z|=1} \frac{3z\,dz}{(z-2)^2}$ (1) $P:|z|=1$ هي معادلة المسار المغلق

وبالتالي $I=0$ (2)

b) الدالة تحقق شروط كوشي لدينا $f(z)=z$ و $f'(z)=1$ (1)

$1 = \frac{1!}{2\pi i}\oint \frac{3\,dz}{(z-2)^2} \Rightarrow I = 2\pi i$ (2)

A to Z

جامعة طرطوس		الفصل الأول 2022-2023
كلية العلوم		الدرجة العظمى (90)
قسم الفيزياء		اسم الطالب:
مقرر التحليل العقدي والمتجهي	السنة الثانية	من مقررات الفصل الأول

السؤال الأول: (50 درجة)

1- بفرض لدينا في $\mathbb{R}^3$ النقاط $M_2(2,1,-2)$, $M_1(3,1,-1)$, $M_0(1,0,2)$ ، المطلوب:

تحقق هل النقاط تقع في مستوي واحد؟. إن تبين لك أنها لا تقع في مستوي واحد، أوجد:

a) أوجد معادلة المستوي المار من النقطتين M_1 , M_2 ويوازي المتجه $\vec{V}(1,-2,3)$.

b) حدد الأجزاء المقتطعة للمستوي مع المحاور الاحداثية.

c) أوجد معادلة المستقيم المار من النقطة M_0 والعمودي على هذا المستوي الناتج.

d) احسب بعد النقطة M_0 عن هذا المستوي.

2- لدينا في $\mathbb{R}^3$ المنحني المعين بالمعادلات الوسيطية:

$$x = t+1 \ , \ y = t^2+2t \ , \ z = t^3+t$$

a) عرف المنحني الصقيل وهل المنحني المفروض صقيل ولماذا؟.

b) أوجد معادلة المستوي الناظم للمنحني في النقطة الموافقة للقيمة $t=0$.

c) أوجد معادلة المستوي الملاصق لهذا المنحني في النقطة الموافقة للقيمة $t=1$.

d) أحسب تقوس والتفاف المنحني في النقطة الموافقة للقيمة $t=-1$.

السؤال الثاني: (40 درجة)

1- بفرض لدينا الدالة المتجهة المعرفة بالشكل: $\vec{V} = (2xy+1)\vec{i} + x^2\vec{j} + 3z^2\vec{k}$ والمطلوب:

a) تحقق هل الدالة محافظة.

b) إن تبين لك أنها محافظة أوجد الكمون السلمي لهذه الدالة.

c) هل الدالة متعلقة بالطريق المسلوك؟. وإن تبين لك أنها غير متعلقة احسب التكامل:

$$I = \int_{AB} \vec{V}\, d\vec{r}$$ حيث، $\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$ و أن $A(1,-2,1)$, $B(3,1,4)$

2- بفرض لدينا الدالة $f(z) = \frac{1}{\sqrt{z}}$ تحقق هل الدالة تحليلية، ثم احسب التكامل $I = \int_{\Gamma} \frac{dz}{\sqrt{z}}$ ، عندما:

1) Γ هو النصف العلوي من الدائرة $|z|=1$. 2) Γ هو الدائرة $|z-2|=1$.

يمنع استعمال الآلة الحاسبة

الإجابة بالقلم الأزرق حصراً

مدرس المقرر

أ.د.نزار حسن

السؤال الأول:تكون مجموعة النقاط M_0, M_1, M_2 على استقامة واحدة إذا كانت $\vec{M_0M_1}, \vec{M_0M_2}$ ، مرتبطين خطياً، أو $\vec{M_0M_1} \wedge \vec{M_0M_2} = 0$ ، حيث $\vec{M_0M_1}(2,1,-3), \vec{M_0M_2}(1,1,-4)$ ومنه:

$$\vec{M_0M_1} \wedge \vec{M_0M_2} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2 & 1 & -3 \\ 1 & 1 & -4 \end{vmatrix} = -\vec{i} + 3\vec{j} + \vec{k} \neq (0,0,0)$$

والنقاط ليست على استقامة واحدة.

a) تتحدد معادلة المستوي الناظم Π المار من M_1, M_2 ، بمعرفة نقطة معلومة M_1 ، والمتجه الناظم، حيث

$$\vec{n} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ -1 & 0 & -1 \\ 1 & -2 & 3 \end{vmatrix} = -2\vec{i} + 2\vec{j} + 2\vec{k} \Leftarrow \vec{M_1M_2} = (-1,0,-1)$$

، وبفرض $M(x,y,z)$ ، اختيارية من Π

بالتالي نجد معادلة المستوي $\vec{n} \cdot \vec{M_1M} = 0 \Leftrightarrow (-2,2,,2) \cdot (x-3, y-1, z+1) = 0 \Leftrightarrow \Pi: -2x + 2y + 2z + 6 = 0$

b) يمكن تحديد الأجزاء المقتطعة مع المحاور الإحداثية مع المستوي Π ، حيث نكتب:

$$-2x + 2y + 2z + 6 = 0 \Leftrightarrow -2x + 2y + 2z = -6 \Leftrightarrow \frac{x}{3} + \frac{x}{-3} + \frac{x}{-3} = 1$$

وتكون على ox, oy, oz على الترتيب $3, -3, -3$.

c) إن M_0 نقطة لا تقع في المستوي Π بالتالي المستقيم المطلوب المار من M_0 يوازي $\vec{n}$ ، فإذا كانت النقطة $M(x,y,z)$ اختيارية بالتالي $\vec{n} // \vec{M_0M}$ نجد المعادلات الوسيطية لهذا المستقيم:

$$x - 1 = -2\rho \ , \ y = 2\rho \ , \ z - 2 = 2\rho$$

لتحديد بعد النقطة M_0 عن المستوي Π يكون وفق القانون:

$$d = \frac{|ax_0 + by_0 + cz_0 + D|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} = \frac{|-2 + 0 + 2 + 6|}{\sqrt{4 + 4 + 4}} = \frac{4}{\sqrt{3}}$$

2) a) نقول عن منحني Γ أنه صقيل إذا كان مشتق الدالة المعرفة للمنحني قابلة للاشتقاق وهذا المشتق مستمر أو بمعنى آخر في كل نقطة من نقاط المنحني يوجد مماس واحد.

b) المستوي الناظم المطلوب عمودي على المماس في النقطة الموافقة لـ $t = 0$ وهي $P_0(1,0,0)$ ، وإذا اعتبرنا أن $\vec{r} = (t+1)\vec{i} + (t^2 + 2t)\vec{j} + (t^3 + t)\vec{k}$ وأن $\vec{r'} = \vec{i} + (2t+2)\vec{j} + (3t^2 + 1)\vec{k} \Leftarrow (1,2,1)$ وبفرض $\vec{T} = \vec{r'}\Big|_{t=0}$

أن $P(x,y,z)$ نقطة اختيارية من المستوي المطلوب نجد:

$$\vec{T} \cdot \vec{P_0P} = 0 \Leftrightarrow (1,2,1) \cdot (x-1, y, z) = 0 \Leftrightarrow x + 2y + z - 1 = 0$$

c) المستوي الملاصق هو مستوي ناظم يحوي الناظم الأساسي ويتحدد بالجداء المختلط $(\vec{r}, \vec{r'}, \vec{r''}) = 0$ عند النقطة الموافقة لـ $t = 1$ حيث $(0,0,-6)$ نجد معادلة المستوي الملاصق: $\vec{r'}\Big|_{t=1}$ $(1,4,4)$, $\vec{r''}\Big|_{t=1}$ $(0,2,6)$, $\vec{r'''}\Big|_{t=-1}$

$$(\vec{r},\vec{r'},\vec{r''})=\begin{vmatrix} x-2 & y-3 & z-2 \\ 1 & 4 & 4 \\ 0 & 2 & 6 \end{vmatrix}=0 \Leftrightarrow 8x-3y+z-9=0$$

d) تتحدد قيمة التقوس والالتفاف على الترتيب بالعلاقة $K=\left.\frac{|\vec{r'}\wedge\vec{r''}|}{|\vec{r'}|^3}\right|_{t=-1}$ و $\tau=\left.\frac{|\vec{r'},\vec{r''},\vec{r'''}|}{|\vec{r'}\wedge\vec{r''}|^2}\right|_{t=-1}$، وحيث:

$$\vec{r'}\wedge\vec{r''}=\begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & 0 & 4 \\ 0 & 2 & -6 \end{vmatrix}=-8\vec{i}+6\vec{j}+2\vec{k}\ ,\ (\vec{r'},\vec{r''},\vec{r'''})=\begin{vmatrix} 1 & 0 & 4 \\ 0 & 2 & -6 \\ 0 & 0 & 6 \end{vmatrix}=12$$

ومنه $K=\frac{\sqrt{64+36+4}}{\sqrt{1+16}}=\frac{1}{17}\sqrt{\frac{104}{17}}$ $\quad \tau=\frac{12}{104}$

السؤال الثاني: a) الدالة محافظة إذا كان $rot\vec{V}=\vec{\nabla}\wedge\vec{V}=0\Leftrightarrow\begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ 2xy+1 & x^2 & 3z^2 \end{vmatrix}=0$، إذاً هي دالة محافظة.

b) باعتبار أنها محافظة يوجد كمون سلمي للدالة المتجهة $\vec{V}$ وهو تدرج لدالة سلمية U حيث:

$$\vec{V}=\overrightarrow{grad}\,U\Leftrightarrow\frac{\partial U}{\partial x}=2xy+1\ ,\ \frac{\partial U}{\partial y}=x^2\ ,\ \frac{\partial U}{\partial z}=3z^2\Rightarrow$$

$$U=\int(2xy+1)dx+f_1(y,z)=x^2y+x+f_1\ ,\ U=\int x^2dy+f_2(x,z)=x^2y+f_2\ ,\ U=\int 3z^2dz+f_3(x,y)$$

$$\Rightarrow U=x^2y+z^3+x$$

c) الدالة محافظة فهي لاتتعلق بالطريق المسلوك ، نجد:

$$\int_{AB}\vec{V}\,d\vec{r}=\int_1^x(2xy+1)dx+\int_{-2}^y x^2dy+\int_1^z 3z^2dz=F(x,y,z)=2x^2y+z^3+2x^2-y-2$$

$$\Rightarrow\int_{AB}\vec{V}\,d\vec{r}=F(B)-F(A)$$

2) لدراسة هل الدالة تحليلية من المناسب كتابة z بالشكل الأسي $z=e^{i\theta}\Rightarrow dz=ie^{i\theta}d\theta$ ومنه:

$$\frac{1}{\sqrt{z}}=\frac{1}{\sqrt{r}}e^{-i\frac{\theta}{2}}\Rightarrow\frac{1}{\sqrt{z}}=u+iv=\frac{1}{\sqrt{r}}(\cos\frac{\theta}{2}-i\sin\frac{\theta}{2})\Rightarrow\begin{cases}\frac{\partial u}{\partial r}=\frac{1}{2r\sqrt{r}}\cos\frac{\theta}{2}\ ,\ \frac{\partial u}{\partial\theta}=-\frac{1}{2\sqrt{r}}\sin\frac{\theta}{2}\\ \frac{\partial v}{\partial r}=\frac{1}{2r\sqrt{r}}\sin\frac{\theta}{2}\ ,\ \frac{\partial v}{\partial\theta}=-\frac{1}{2\sqrt{r}}\cos\frac{\theta}{2}\end{cases}$$

بالتالي شرط كوشي-ريمن $\frac{\partial u}{\partial r}=\frac{1}{r}\frac{\partial v}{\partial\theta}=-\frac{1}{2r\sqrt{r}}\cos\frac{\theta}{2}$ ، $\frac{1}{r}\frac{\partial u}{\partial\theta}=-\frac{\partial v}{\partial r}=-\frac{1}{2r\sqrt{r}}\sin\frac{\theta}{2}$ محقق فالدالة تحليلية

1) المنحني غير مغلق بالتالي:

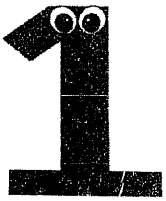
$$\int_\Gamma\frac{dz}{\sqrt{z}}=\int_0^\pi\frac{ir}{\sqrt{r}}e^{-i\frac{\theta}{2}}e^{i\theta}d\theta=i\int_0^\pi e^{i\frac{\theta}{2}}d\theta=i2(\cos\frac{\theta}{2}+i\sin\frac{\theta}{2})\Big|_0^\pi=2i(i-1)=-2-2i$$

2) التكامل على منحن مغلق والدالة تحليلية داخل الدائرة فالتكامل مساوي الصفر.

جامعة طرطوس
كلية العلوم
قسم الفيزياء

التحليل المتجهي والعقدي
المدة: ساعتان
اسم الطالب:

السؤال الأول : (30 درجة)



1) لدينا النقاط: $A(2,3,0), B(4,5,1), C(5,-1,12)$ أوجد مايلي:
1) طويلة $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$. (6 درجات)
2) مساحة المثلث ABC . (6 درجات)
3) الزاوية بين $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$. (2 درجة)
4) شعاع واحدة $\overrightarrow{AB}$. (2 درجة)
5) اكتب معادلة المستوي المار بالنقاط A و B و C . (6 درجات)
6) أوجد البُعد الجبري للنقطة A عن المستوي $x + y + 2z - 1 = 0$ ، ثم عيّن موقعها بالنسبة للمستوي(في الجهة الموجبة لناظم المستوي أم في الجهة السالبة؟) . (4 درجات)

2) أجب عن سؤالين من الأسئلة التالية: 1- ماذا يساوي الجداء السلمي لمتجهين متعامدين؟
(4 درجات) 2- أي من التالي هو جداء تبديلي(الجداء الداخلي-الجداء الخارجي-الجداء المضاعف)؟
3- كيف يتم توجيه مستوي(اختيار اتجاه موجب للحركة فيه)؟

السؤال الثاني : (30 درجة)

1) ليكن لدينا التابع الشعاعي: $\vec{r}(t) = (\frac{e^{-t}}{t}, \frac{5t-1}{2t+4}, cos(t-1))$ ، والمطلوب إيجاد كلّ مما يلي : (12 درجة)
1) مجموعة تعريف التابع $\vec{r}(t)$.
2) المشتق $\vec{r}'(t)$.
3) نهاية $\vec{r}(t)$ عندما $t = 1$.

2) برهن أنّ : ((كلّ شعاع طوله ثابت سيعامد مشتقه)) .(6 درجات)

3) ليكن لدينا التابع الشعاعي : $\vec{r}(t) = 3t\vec{i} + sin(t)\vec{j} + cos(t)\vec{k}$

فما هي ثلاثية فرينيه $(\vec{T}(t), \vec{N}(t), \vec{B}(t))$ للتابع $\vec{r}(t)$ ؟ (12 درجة)

السؤال الثالث : (30 درجة)

1) ماذا تمثل المعادلة العقدية التالية (ما المحل الهندسي للمعادلة:) (6 درجات)
$z.\bar{z} = 1$ ؟

2) حلّ المعادلة $z^4 + 16 = 0$. (12 درجة)

3) لدينا $z = 1 + i$ ، أوجد $I = z^8$. (6 درجات).

4) اختر عدد عقدي يختلف عن الصفر، ثم: (6 درجات)
1-اكتبه بالشكل الديكارتي.
2-مثّله هندسياً.
3- احسب طويلته.

كل التوفيق طلابنا الأعزاء

مدرس المقرر: لما رزوق د. بشرى دراج

A to Z

السؤال الأول

1) $A(2,3,0)$, $B(4,5,1)$, $C(5,-1,12)$

طول $\overrightarrow{AB}$: (1) (6 درجات)

$\overrightarrow{AB} = (4-2)\vec{i} + (5-3)\vec{j} + (1-0)\vec{k}$

$= 2\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k} \Rightarrow |\overrightarrow{AB}| = \sqrt{2^2+2^2+1^2} = \sqrt{9} = 3$ cm (1)

طول $\overrightarrow{AC}$:

$\overrightarrow{AC} = (5-2)\vec{i} + (-1-3)\vec{j} + (12-0)\vec{k}$

$= 3\vec{i} - 4\vec{j} + 12\vec{k} \Rightarrow |\overrightarrow{AC}| = \sqrt{9+16+144} = \sqrt{169} = 13$ cm (1)

مساحة المثلث ABC : (2) (6 درجات)

$S_{ABC} = \frac{1}{2}|\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}|$ (1)

$$\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2 & 2 & 1 \\ 3 & -4 & 12 \end{vmatrix} = 28\vec{i} - 21\vec{j} - 14\vec{k}$$ (3)

$$|\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}| = \sqrt{(28)^2 + (21)^2 + (14)^2} = \sqrt{1421} = 7\sqrt{29}$$ (1)

$\Rightarrow S = \frac{1}{2}\sqrt{1421}$ cm^2 (1)

طريقة 1 : (3) (2 درجة)

$|\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{AC}| \cdot \sin\theta$

$\sqrt{1421} = (3 \times 13)\sin\theta \Rightarrow \sin\theta = \frac{\sqrt{1421}}{39}$

$\Rightarrow \theta = \arcsin\frac{\sqrt{1421}}{39}$ Rad

طريقة 2 :

$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC} = |\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{AC}| \cdot \cos\theta$

$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC} = (2\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}) \cdot (3\vec{i} - 4\vec{j} + 12\vec{k}) = 10$

$\Rightarrow \cos\theta = \frac{10}{39} \Rightarrow \theta = \arccos\frac{10}{39}$ Rad

$\vec{u}_{\overrightarrow{AB}} = \frac{\overrightarrow{AB}}{|\overrightarrow{AB}|} = \left(\frac{2}{3}, \frac{2}{3}, \frac{1}{3}\right)$ (4) (2 درجة)

(5) (6 درجات)

$$\begin{vmatrix} x-x_A & y-y_A & z-z_A \\ x_B-x_A & y_B-y_A & z_B-z_A \\ x_C-x_A & y_C-y_A & z_C-z_A \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} x-2 & y-3 & z-0 \\ 4-2 & 5-3 & 1-0 \\ 5-2 & -1-3 & 12-0 \end{vmatrix} = 0$$

A to Z

2 2

$$\begin{vmatrix} x-2 & y-3 & z \\ 2 & 2 & 1 \\ 3 & -4 & 12 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow (x-2)(24+4) - (y-3)(24-3) + z(-8-6) = 0$$

$$28(x-2) - 21(y-3) - 14z = 0 \Rightarrow 28x - 21y - 14z + 7 = 0$$

$$\delta = \frac{2+3+0-1}{\sqrt{4+1+1}} = \frac{4}{\sqrt{6}} > 0$$

(6 درجات)

$\delta > 0 \Rightarrow A$ تقع في الجهة الموجبة للناظم $\vec{N}$ ($\vec{N}$ ناظم المستوى)

2 (4 درجات)

① ابدأ بالمقام المشترك لمتغيرين متعامدين = الصفر

② ابدأ الداخلي يتبلي

③ يتم توجيه المستوى بأن نختار اتجاه الدوران فيه نعتبره اتجاهاً موجباً، وهو عكس اتجاه عقارب الساعة.

وتقبل أي طريقة صحيحة أخرى لحل السؤال

Ato

السؤال الثاني

1 (12 درجة)

(2) $\mathbb{R}\setminus\{0,-2\}$ (1)

$$\vec{r}'(t)=\left(\frac{-te^{-t}-e^{-t}}{t^2},\ \frac{5(2t+4)-2(5t-1)}{(2t+4)^2},\ -\sin(t-1)\right)$$ (2) (5)

(3)

$$\lim_{t\to 1}\vec{r}(t)=\left(\lim_{t\to 1}\frac{e^{-t}}{t},\ \lim_{t\to 1}\frac{5t-1}{2t+4},\ \lim_{t\to 1}\cos(t-1)\right)$$ (2)

$$=\left(e^{-1},\ \frac{4}{6},\ 1\right)$$ (3)

2 البرهان: (6 درجات) إذا كان $\vec{r}(t)$ متجهاً طوله ثابت ويساوي a فإن:

(1) $\vec{r}(t)\cdot\vec{r}(t)=a^2 \Rightarrow$ (2) $(\vec{r}(t)\cdot\vec{r}(t))'=0 \Rightarrow$

(2) $\vec{r}'(t)\cdot\vec{r}(t)+\vec{r}(t)\cdot\vec{r}'(t)=0 \Rightarrow \vec{r}(t)\cdot\vec{r}'(t)=0 \Rightarrow \vec{r}'(t)\perp\vec{r}(t)$

3 (12 درجة)

(2) $\vec{r}'(t)=3\vec{i}+\cos t\,\vec{j}-\sin t\,\vec{k}$

(1) $|\vec{r}'(t)|=\sqrt{9+\cos^2 t+\sin^2 t}=\sqrt{10}$

(2) $\vec{T}(t)=\frac{\vec{r}'(t)}{|\vec{r}'(t)|}=\frac{1}{\sqrt{10}}(3,\cos t,-\sin t)$

(2) $\vec{T}'(t)=\frac{1}{\sqrt{10}}(0,-\sin t,-\cos t)$

(1) $|\vec{T}'(t)|=\frac{1}{\sqrt{10}}$

(2) $\vec{N}(t)=\frac{\vec{T}'(t)}{|\vec{T}'(t)|}=(0,-\sin t,-\cos t)$

(2) $\vec{B}(t)=\vec{T}\times\vec{N}=\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ \frac{3}{\sqrt{10}} & \frac{\cos t}{\sqrt{10}} & \frac{-\sin t}{\sqrt{10}}\\ 0 & -\sin t & -\cos t\end{vmatrix}=\left(\frac{-1}{\sqrt{10}},\frac{3\cos t}{\sqrt{10}},\frac{-3\sin t}{\sqrt{10}}\right)$

وتقبل أي طريقة أخرى صحيحة لحل السؤ

A to Z

4/

السؤال الثالث

1

$z \cdot \bar{z} = 1 \Rightarrow |z|^2 = 1 \Rightarrow |z| = 1 \Rightarrow \sqrt{x^2+y^2} = 1$ (2) (1) (1)

$\Rightarrow x^2+y^2 = 1$ (1)

وهي معادلة دائرة مركزها O ونصف قطرها 1 (1)

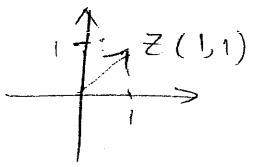
(6 درجات)

3

$z = 1+i \Rightarrow |z| = \sqrt{2}$ (1)

$\theta = \arctan \frac{1}{1}$ (1) : z تقع في الربع الأول

$= \frac{\pi}{4}$



(6 درجات)

$z = \sqrt{2}\left(\cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4}\right)$ (2)

(2) $I = z^8 = (\sqrt{2})^8\left(\cos\frac{8\pi}{4} + i\sin\frac{8\pi}{4}\right) = (\sqrt{2})^8$

2

(12 درجة)

$z^4 + 16 = 0$

$z = \sqrt[4]{-16}$

$|z| = \sqrt[4]{|-16|} = \sqrt{16} = 2$ (2)

(2) زاوية العدد (-16) الذي يقع على المحور ox :

$\alpha = \pi$

$z_k = \sqrt[4]{|-16|}\left[\cos\frac{\pi+2\pi k}{4} + i\sin\frac{\pi+2\pi k}{4}\right]$

$k=0$: $z_0 = 2\left(\cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{2}+i\sqrt{2}$ (2)

$k=1$: $z_1 = 2\left(\cos\frac{3\pi}{4} + i\sin\frac{3\pi}{4}\right) = -\sqrt{2}+i\sqrt{2}$ (2)

$k=2$: $z_2 = 2\left(\cos\frac{5\pi}{4} + i\sin\frac{5\pi}{4}\right) = -\sqrt{2}-i\sqrt{2}$ (2)

$k=3$: $z_3 = 2\left(\cos\frac{7\pi}{4} + i\sin\frac{7\pi}{4}\right) = \sqrt{2}-i\sqrt{2}$ (2)

4

يقبل أي عدد عقدي صحيح.

(4 درجات)

10/

يقبل أي طريقة صحيحة أخرى

مدرس المقرر : لمارزوق

A to Z

جامعة طرطوس
كلية العلوم
قسم الفيزياء

التحليل المتجهي والعقدي
المدة: ساعتان
اسم الطالب:

السؤال الأول : (30 درجة)

1) لدينا المتجهان: $\vec{a} = 2\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}$ و $\vec{b} = 3\vec{i} - 4\vec{j} + 12\,\vec{k}$ ، أوجد مايلي: (14درجة)
1) طويلة $\vec{a}$ و $\vec{b}$.
2) مساحة المثلث المُنشأ على $\vec{a}$ و $\vec{b}$.
3) الزاوية بين $\vec{a}$ و $\vec{b}$.
4) شعاع واحدة $\vec{a}$.

2) اكتب معادلة المستوي المار بالنقاط: $\mathbf{A(2,0,0),\ B(0,-3,0),\ C(0,0,4)}$. (4 درجات)

3) أوجد الإحداثيات الديكارتية للنقطة $\mathbf{D(2,\frac{\pi}{4})}$. (4 درجات)

4) أوجد البعد الجبري للنقطة $\mathbf{E(2,1,-2)}$ عن المستوي $\mathbf{4x - y + 8z - 9 = 0}$ ثم عيّن موقعها بالنسبة للمستوي(في الجهة الموجبة لناظم المستوي أم في الجهة السالبة؟) . (4 درجات)

5) أجب عن سؤالين من الأسئلة التالية: 1- ماهو الاتجاه الموجب للدوران في مستوي؟
(4 درجات) 2- ماهو المجموع الهندسي ل 3 أشعة لا توازي مستوي ما؟
3- ماذا يساوي الجداء المختلط ل 3 أشعة واقعة في مستوٍ واحد؟

السؤال الثاني : (30 درجة)

1) ليكن لدينا التابع الشعاعي: $\vec{r}(t) = (\frac{sin(t)}{t}, \frac{3t-1}{3t+6}, e^{-t})$ ، والمطلوب إيجاد كلّ مما يلي : (12 درجة)
1) مجموعة تعريف التابع $\vec{r}(t)$.
2) المشتق $\vec{r}'(t)$.
3) نهاية $\vec{r}(t)$ عندما $t = 0$.

2) برهن أنّ : ((كلّ شعاع طوله ثابت سيعامد مشتقه)) .(6 درجات)

3) نعلم أنّ التابع الشعاعي للّولب الدائري هو: $\vec{r}(t) = cos(t)\vec{i} + sin(t)\vec{j} + t\,\vec{k}$

فما هي ثلاثية فرينيه $(\vec{T}(t), \vec{N}(t), \vec{B}(t))$ للّولب الدائري؟ (12 درجة)

السؤال الثالث : (30 درجة)

1) ماذا تمثل المعادلة العقدية التالية (ما المحل الهندسي للمعادلة:) (10 درجات)
$|z+1| + |z-1| < 4$ ؟

2) اختر أحد السؤالين وأجب عنه : (10 درجات)
1) حلّ المعادلة $z^4 + 1 = 0$.
أو 2) بفرض لدينا العددين العقديين : $z_1 = 1 - i\ ,\ z_2 = -\sqrt{3} - i$ ، احسب $\frac{z_1}{z_2}$ بالشكل المثلثي.

3) لدينا $z = 3(\cos\frac{2\pi}{10} + i\sin\frac{2\pi}{10})$ ، أوجد $I = z^{10}$. (5 درجات)

4) اكتب عدد عقدي من اختيارك ، ومثّله هندسياً. (5 درجات)

كل التوفيق طلابنا الأعزاء

مدرس المقرر: لما رزوق د. بشرى دراج

السؤال الأول

1/ (2) $|\vec{a}| = \sqrt{2^2+2^2+1} = \sqrt{9} = 3$ cm : $\vec{a}$ طويلة

(2) $|\vec{b}| = \sqrt{9+16+144} = \sqrt{169} = 13$ cm : $\vec{b}$ طويلة

(2) $S = \frac{1}{2}|\vec{a} \wedge \vec{b}|$: $\vec{b}$ و $\vec{a}$ مساحة المثلث المنشأ على

$$\vec{a} \wedge \vec{b} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2 & 2 & 1 \\ 3 & -4 & 12 \end{vmatrix} = 28\vec{i} - 21\vec{j} - 14\vec{k}$$

$$\Rightarrow |\vec{a} \wedge \vec{b}| = \sqrt{1421}$$

$$\Rightarrow S = \frac{\sqrt{1421}}{2} \text{ cm}^2 \quad (1)$$

$$|\vec{a} \wedge \vec{b}| = |\vec{a}||\vec{b}| \sin\theta$$

طريقة 1 :

$$\Rightarrow \sin\theta = \frac{\sqrt{1421}}{3 \times 13} = \frac{\sqrt{1421}}{39} \Rightarrow \theta = \arcsin\frac{\sqrt{1421}}{39} \text{ Rad}$$

طريقة 2 :

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos\theta$$

$$\Rightarrow \cos\theta = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}||\vec{b}|} \; ; \; \vec{a} \cdot \vec{b} = (2\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}) \cdot (3\vec{i} - 4\vec{j} + 12\vec{k}) = 10$$

$$= \frac{10}{39} \Rightarrow \theta = \arccos\frac{10}{39} \text{ Rad}$$

$$\vec{u}_{\vec{a}} = \frac{\vec{a}}{|\vec{a}|} = \left(\frac{2}{3}, \frac{2}{3}, \frac{1}{3}\right)$$

$$\begin{matrix} \vec{MA}: \\ \vec{BA}: \\ \vec{CA}: \end{matrix} \begin{vmatrix} x-2 & y-0 & z-0 \\ -2 & -3 & 0 \\ -2 & 0 & 4 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow 6x - 4y + 3z - 12 =$$

$$x = 2\cos\frac{\pi}{4} = 2\frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$$

$$y = 2\sin\frac{\pi}{4} = 2\frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$$

2.

(1) البعد الجبري: $\delta = \frac{P(x_0, y_0, z_0)}{\sqrt{p^2+q^2+r^2}}$

$$\delta = \frac{8-1-16-9}{\sqrt{16+1+64}} = -2$$

4 (2)

(1) $\delta < 0 \Leftarrow F$ تقع في الجهة السالبة لناظم المستوي .

5 (2)

(1) عكس اتجاه عقارب الساعة هو الاتجاه الموجب للدوران في المستوي

(2) مجموع 3 أشعة لا توازي مستوياً ما هو قطر متوازي الأضلاع المنـ

(3) الجداء المختلط لـ 3 أشعة واقعة في مستوٍ واحد هو الصفر.

وتقبل أي طريقة صحيحة أخرى لحل السؤ

3

السؤال الثاني

(2) $\mathbb{R}\setminus\{0,-2\}$ (1) — 1

$$\vec{r}'(t)=\left(\frac{t\cos t-\sin t}{t^2}\ (2),\ \frac{3(3t+6)-3(3t-1)}{(3t+6)^2}\ (2),\ -e^{-t}\ (1)\right)\ (2)$$

$$\lim_{t\to 0}\vec{r}(t)=\left(\lim_{t\to 0}\left(\frac{\sin t}{t}\right),\ \lim_{t\to 0}\frac{3t-1}{3t+6},\ \lim_{t\to 0}e^{-t}\right)=\left(1,-\frac{1}{6},1\right)\ (3)$$

(3) (2)

2 البرهان: إذا كان $\vec{r}(t)$ خطاً طوله ثابت ويصنع a فإن:

(2) $\vec{r}(t)\cdot\vec{r}(t)=a^2 \Rightarrow (2)\left(\vec{r}(t)\cdot\vec{r}(t)\right)'=0 \Rightarrow$

(2) $\vec{r}'(t)\cdot\vec{r}(t)+\vec{r}(t)\cdot\vec{r}'(t)=0 \Rightarrow \vec{r}(t)\cdot\vec{r}'(t)=0$

$\Rightarrow \vec{r}(t)\perp\vec{r}'(t)$

3

(2) $\vec{r}'(t)=-\sin t\,\vec{i}+\cos t\,\vec{j}+\vec{k}$

(1) $|\vec{r}'(t)|=\sqrt{\sin^2 t+\cos^2 t+1^2}=\sqrt{2}$

(2) $\vec{T}(t)=\dfrac{\vec{r}'(t)}{|\vec{r}'(t)|}=\dfrac{1}{\sqrt{2}}\left(-\sin t\,\vec{i}+\cos t\,\vec{j}+\vec{k}\right)$

(2) $\vec{T}'(t)=\dfrac{1}{\sqrt{2}}\left(-\cos t\,\vec{i}-\sin t\,\vec{j}+0\,\vec{k}\right)$

(1) $|\vec{T}'(t)|=\dfrac{1}{\sqrt{2}}$

(2) $\vec{N}(t)=\dfrac{\vec{T}'(t)}{|\vec{T}'(t)|}=-\cos t\,\vec{i}-\sin t\,\vec{j}$

(2) $\vec{B}(t)=\vec{T}\times\vec{N}=\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ -\frac{\sin t}{\sqrt{2}} & \frac{\cos t}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}}\\ -\cos t & -\sin t & 0\end{vmatrix}=\left(\frac{\sin t}{\sqrt{2}},-\frac{\cos t}{\sqrt{2}},\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$

وتقبل أي طريقة أخرى صحيحة لحل السؤال

4/

السؤال الثالث

1 (1 نقطة)

$|z+1|+|z-1|<4$

نعوض $z=x+iy$: (2) $|(x+1)+iy|+|(x-1)+iy|<4$

(2) $\sqrt{(x+1)^2+y^2} < 4-\sqrt{(x-1)^2+y^2}$

نربع الطرفين: $x^2+2x+1+y^2 < 16-8\sqrt{(x-1)^2+y^2}+x^2-2x+1+y^2$

$4x-16 < -8\sqrt{(x-1)^2+y^2}$

$x-4 < -2\sqrt{(x-1)^2+y^2} \Rightarrow -(x-4) > 2\sqrt{(x-1)^2+y^2}$

نربع الطرفين

$x^2-8x+16 > 4(x^2-2x+1+y^2)$

$3x^2+4y^2 < 12 \xrightarrow{\div 12} \frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3} < 1$ (2)

وهي معادلة قطع ناقص مفتوح. (1)

2 (1 نقطة)

(1) حلول المعادلة $z^4+1=0$ هي من الجذر $z=\sqrt[4]{-1}$

$|z| = \sqrt[4]{|-1|} = \sqrt[4]{1} = 1$

(2) زاوية العدد (-1) الواقع على المحور ox في النقطة $(-1,0)$: $\alpha = \pi$

$$z_k = \sqrt[4]{1}\left[\cos\frac{\pi+2\pi k}{4} + i\sin\frac{\pi+2\pi k}{4}\right] ; k=0,1,2,3$$

الحلول: (1) عندما $k=0$ (2)

$$z_0 = \cos\frac{\pi}{4}+i\sin\frac{\pi}{4}$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{2}+i\frac{\sqrt{2}}{2}$$

عندما $k=1$ (2)

$$z_1 = \cos\frac{\pi+2\pi}{4}+i\sin\frac{\pi+2\pi}{4} = \cos\frac{3\pi}{4}+i\sin\frac{3\pi}{4}$$

$$= -\frac{\sqrt{2}}{2}+i\frac{\sqrt{2}}{2}$$

عندما $k=2$ (3) (2):

$$z_2 = \cos\frac{\pi+4\pi}{4}+i\sin\frac{\pi+4\pi}{4} = \cos\frac{5\pi}{4}+i\sin\frac{5\pi}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2}-i\frac{\sqrt{2}}{2}$$

عندما $k=3$ (4) (2):

$$z_3 = \cos\frac{\pi+6\pi}{4}+i\sin\frac{\pi+6\pi}{4}$$

$$= \cos\frac{7\pi}{4}+i\sin\frac{7\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}-i\frac{\sqrt{2}}{2}$$

5

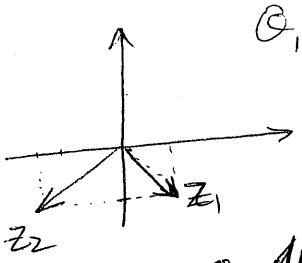
$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{r_1}{r_2}\left[\cos(\theta_1-\theta_2)+i\sin(\theta_1-\theta_2)\right] \quad (1)$$

$r_1 = |z_1| = \sqrt{1^2+1^2} = \sqrt{2}$ (2), $r_2 = |z_2| = \sqrt{3+1} = \sqrt{4} = 2$ (2)

z_1 (1) في الربع الرابع:

$$\theta_1 = \arctan\frac{y_1}{x_1} = \arctan\frac{1}{-1}$$

$$\Rightarrow \theta_1 = \frac{-\pi}{4} \text{ أو } \frac{7\pi}{4}$$



z_2 (1) في الربع الثالث:

$$\theta_2 = 180° + \arctan\frac{y_2}{x_2} = \pi + \arctan\frac{y_2}{x_2}$$

$$= \pi + \arctan\frac{-1}{-\sqrt{3}} = \pi + \frac{\pi}{6} = \frac{7\pi}{6}$$

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{\sqrt{2}}{2}\left[\cos\left(\frac{7\pi}{4}-\frac{7\pi}{6}\right)+i\sin\left(\frac{7\pi}{4}-\frac{7\pi}{6}\right)\right] \quad (3)$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{2}\left[\cos\left(\frac{21\pi-14\pi}{12}\right)+i\sin\left(\frac{7\pi}{12}\right)\right]$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{2}\left[\cos\frac{7\pi}{12}+i\sin\frac{7\pi}{12}\right]$$

$$I = z^{10} = 3^{10}(\cos 2\pi + i\sin 2\pi) = 3^{10}$$

تقبل أي عدد عقدي مُمثل بشكل صحيح. (4)

تُقبل أي طريقة أخرى صحيحة حل السؤال

مدرس المقرر: المارزوق

جامعة طرطوس | أسئلة الامتحان في مقرر التحليل العقدي والمتجهي | الاسم:

كلية العلوم | لطلاب السنة الثانية فيزياء | الدرجة:90

قسم الفيزياء | الفصل الثاني 2020-2021 | المدة: ساعتان

السؤال الأول:(20 درجة)

بفرض $z_1 = 1-i \ , \ z_2 = -5-5i$ المطلوب:

1) كتابة z_1, z_2 بالشكل المثلثي ثم بالشكل الأسي

2) إيجاد $\left(\frac{z_1}{z_2}\right)^{10}$

3) حساب $z_1^{z_2}$.

السؤال الثاني:(20 درجة)

أوجد الدالة التحليلية $f(z) = u(x,y) + i\,v(x,y)$ إذا علمت أن قسمها الحقيقي هو:

$$u = x^2 - y^2 + 5x + y - \frac{y}{x^2+y^2}$$

السؤال الثالث:(15 درجة)

احسب قيمة التكامل $\oint_C \frac{e^z dz}{z(z-2i)} \ ; \ C : |z-3i| = 2$

السؤال الرابع:(15 درجة)

أوجد المشتق المتجه للدالة $u(x,y) = arctg\frac{y}{x}$ في اتجاه المتجه $\vec{\rho} = 3\,\vec{i} + 4\,\vec{j}$ في النقطة $M(1,3)$.

السؤال الخامس:(20 درجة)

أثبت أن الحقل المتجهي $\vec{F} = yz\,\vec{i} + xz\,\vec{j} + xy\,\vec{k}$ محافظ ثم أوجد كمونه السلمي.

طرطوس 2021 /8/10

مدرس المقرر: د. وديع علي

A to Z

جامعة طرطوس
كلية العلوم - قسم الرياضيات

سلم تصحيح مقرر التحليل العقدي والحقيقي
السنة الثالثة مزدوج - الفصل الثاني 2020-2021

السؤال الأول: (20)

$|z_1| = \sqrt{1^2+(-1)^2} = \sqrt{2}$ ، $\theta = \arctg\frac{-1}{1} = -\frac{\pi}{4}$ أي

$|z_2| = \sqrt{(-5)^2+(-5)^2} = 5\sqrt{2}$, $\theta = \arctg\frac{-5}{-5} - \pi = \frac{\pi}{4} - \pi = -\frac{3}{4}$

$\Rightarrow z_1 = \sqrt{2}\left[\cos(-\frac{\pi}{4}) + i\sin(-\frac{\pi}{4})\right] = \sqrt{2}\, e^{-i\frac{\pi}{4}}$

$z_2 = 5\sqrt{2}\left[\cos(-\frac{3\pi}{4}) + i\sin(-\frac{3\pi}{4})\right] = 5\sqrt{2}\, e^{-i\frac{3\pi}{4}}$

$$\left(\frac{z_1}{z_2}\right)^{10} = \left(\frac{\sqrt{2}\, e^{-i\frac{\pi}{4}}}{5\sqrt{2}\, e^{-i\frac{3\pi}{4}}}\right)^{10} = \frac{1}{5^{10}}\, e^{i\frac{\pi}{2}} \qquad (2$$

$$z_1^{z_2} = (1-i)^{-5-5i} = e^{(-5-5i)\log(1-i)} \qquad (3$$

$$= e^{(-5-5i)\left[\ln\sqrt{2} + i\left(-\frac{\pi}{4}+2k\pi\right)\right]}$$

; $k \in \mathbb{Z}$

السؤال الثاني: (20)

$$\frac{\partial u}{\partial x} = 2x+5+\frac{2xy}{(x^2+y^2)^2}$$

$$\frac{\partial u}{\partial y} = -2y+1-\frac{x^2-y^2}{(x^2+y^2)^2}$$

$$\frac{\partial v}{\partial y} = \frac{\partial u}{\partial x} = 2x+5+\frac{2xy}{(x^2+y^2)^2} \Rightarrow v(x,y) = 2xy+5y-\frac{x}{x^2+y^2}+\varphi(x)$$

$$\frac{\partial v}{\partial x} = -\frac{\partial u}{\partial y} = 2y-\frac{x^2+y^2-x2x}{(x^2+y^2)^2}+\varphi'(x)$$

$$= 2y+\frac{x^2-y^2}{(x^2+y^2)^2}+\varphi'(x)$$

$$-2y+1 = \frac{x^2-y^2}{(x^2+y^2)^2} = -\left[2y+\frac{x^2-y^2}{(x^2+y^2)^2}+\varphi'(x)\right]$$

$\varphi'(x) = -1 \Rightarrow \varphi(x) = -x+c \Rightarrow v = 2xy+2y-\frac{x}{x^2+y^2}-x+c$

$$f(z) = \left(x^2-y^2+5x+y-\frac{y}{x^2+y^2}\right)+i\left(2xy+5y-\frac{x}{x^2+y^2}-x+c\right)$$

A to Z

السؤال الثالث / 15 تقع فقط ($z = 2i$)

$$I = \int \frac{e^z/z}{z-2i}\, dz = 2\pi i \left(\frac{e^z}{z}\right)\Big|_{z=2i}$$

$$= 2\pi i \frac{e^{2i}}{2i} = \pi(\cos 2 + i \sin 2)$$

السؤال الرابع / 15

في $\nabla \cdot \vec{E}$, طريقة $\vec{r}$

ثم نطبق القانون

(1,3) ثم نعوض بالنقطة $\nabla \cdot \vec{E}$

السؤال الخامس / 20

اثبت أن دوران $\vec{F}$ يساوي الصفر

ثم نوجد كمية الشغل $\vec{F}$ دوراني

A to Z

مكتبة A to Z

جامعة طرطوس | أسئلة امتحان مقرر التحليل العقدي والمتجهي | الاسم:

كلية العلوم | الفصل الدراسي الأول 2021/2020 | المدة: ساعتان

قسم الفيزياء | السنة الثانية فيزياء | الدرجة:90

أجب عن جميع الأسئلة الآتية:

السؤال الأول: (25 درجة)

بفرض $z_2=-2-2\sqrt{3}i$, $z_1=-1-\sqrt{3}\,i$ والمطلوب:

1) كتابة z_1 و z_2 بالشكل المثلثي ثم بالشكل الأسي

2) حساب $\left(\frac{z_1}{z_2}\right)^{10}$

3) إيجاد قيمة $z_1^{z_2}$.

السؤال الثاني:(20 درجة)

احسب التكامل العقدي الآتي:

$$\oint_C \frac{e^z}{(z-1)(z+3)^2}dz$$

حيث C هي:1) الدائرة $|z|=\frac{3}{2}$

2) الدائرة $|z|=10$.

السؤال الثالث:(25 درجة)

1- أوجد متجه الواحدة للمتجه العمودي على السطح $2x^2+4yz-5z^2=-10$ عند النقطة $P(3,-1,2)$.

2- أثبت أن $\nabla\times\left(r^2\,\vec{r}\right)=\vec{0}$ حيث $\vec{r}=x\,\vec{i}+y\,\vec{j}+z\,\vec{k}$ و $r=|\vec{r}|$.

السؤال الرابع:(20 درجة)

أثبت أن الحقل $\vec{F}=\left(2xz^3+6y\right)\vec{i}+\left(6x-2yz\right)\vec{j}+\left(3x^2z^2-y^2\right)\vec{k}$ محافظ ثم احسب $\int_C \vec{F}\cdot d\vec{r}$ حيث C هو القطع الناقص $\frac{x^2}{14}+\frac{y^2}{9}=1$ الواقع في المستوي xy.

مكتبة A to Z

طرطوس 2021/00/00 | مدرس المقرر: د. وديع علي

جامعة طرطوس — سلم تصحيح مقرر تحليل عقدي وتجزئ
كلية العلوم — لطلاب السنة الثالثة فيزياء
قسم [redacted] — الفصل الأول 2020 - 2021
الفيزياء

السؤال الأول: (25)

$|z_1| = \sqrt{(-1)^2+(-\sqrt{3})^2} = 2$; $\arg z_1 = \operatorname{arctg}\frac{-\sqrt{3}}{-1} - \pi = -\frac{2\pi}{3}$ (1

$|z_2| = \sqrt{(-2)^2+(-2\sqrt{3})^2} = 4$; $\arg z_2 = \operatorname{arctg}\frac{-2\sqrt{3}}{-2} - \pi = \frac{2\pi}{3}$. (10)

$\Rightarrow z_1 = 2\left[\cos\left(\frac{-2\pi}{3}\right)+i\sin\left(\frac{2\pi}{3}\right)\right]$; $z_2 = 4\left[\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right)+i\sin\left(\frac{2\pi}{3}\right)\right]$

$z_1 = 2e^{i\frac{2\pi}{3}}$; $z_2 = 4e^{i\frac{2\pi}{3}}$.

$\left(\frac{z_1}{z_2}\right)^{10} = \left(\frac{2e^{i\frac{2\pi}{3}}}{4e^{i\frac{2\pi}{3}}}\right)^{10} = \left(\frac{1}{2}\right)^{10} = \frac{1}{2^{10}}$ (10) (2

$z_1^{z_2} = e^{z_2 \log z_1} = e^{(-2-2\sqrt{3}i)\left[\ln 2 + i\left(\frac{2\pi}{3}+2k\pi\right)\right]}$ (5) (3

$k \in \mathbb{Z}$.

السؤال الثاني (20)

$z=1$ قطب بسيط، $z=-3$ قطب من المرتبة الثانية.

(1 ضمن C يقع $z=1$ فقط

$$\operatorname{Res}(f;1) = \lim_{z\to 1}(z-1)\frac{e^z}{(z-1)(z+3)^2} = \frac{e}{16}$$

$$\Rightarrow \oint_{|z|=\frac{3}{2}} \frac{e^z}{(z-1)(z+3)^2}dz = 2\pi i \cdot \frac{e}{16} = \frac{\pi e i}{8}$$ (10)

(2 ضمن C يقع $z=1$ و $z=-3$، فنحسب كما يلي:

$$\operatorname{Res}(f;-3) = \frac{1}{1!}\lim_{z\to -3}\left[(z+3)^2\cdot\frac{e^z}{(z-1)(z+3)^2}\right]' =$$

$$= \lim_{z\to -3}\frac{e^z(z-1)-e^z}{(z-1)^2} = -\frac{5e^{-3}}{16}$$ (10)

$$\Rightarrow \oint_{|z|=10} \frac{e^z}{(z-1)(z+3)^2}dz = 2\pi i\left(\frac{e}{16}-\frac{5e^{-3}}{16}\right) = (e-5e^{-3})\frac{\pi i}{8}.$$

مكتبة A to Z

السؤال الثالث (1

$\nabla(2x^2+4yz-5z^2) = 4x\vec{i}+4z\vec{j}+(4y-10z)\vec{k}$ ⑤

$\Rightarrow \nabla(2x^2+4yz-5z^2)\Big|_{(3,-1,2)} = 12\vec{i}+8\vec{j}-24\vec{k}$ ⑤

ومنه متجه واحدة الجهة العمودي على السطح عند p هو:

$$\frac{+12\vec{i}+8\vec{j}-24\vec{k}}{\sqrt{(12)^2+(8)^2+(-24)^2}} = \frac{3}{7}\vec{i}+\frac{2}{7}\vec{j}-\frac{6}{7}\vec{k}$$ ⑤

(2

$r^2 = x^2+y^2+z^2$, $r^2\vec{r} = x(x^2+y^2+z^2)\vec{i}+$

$+y(x^2+y^2+z^2)\vec{j}+z(x^2+y^2+z^2)\vec{k}$

$$\Rightarrow \nabla \times r^2\vec{r} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ x^3+xy^2+xz^2 & yx^2+y^3+yz^2 & zx^2+zy^2+z^3 \end{vmatrix} = \vec{0}$$ ⑩

السؤال الرابع (20

$$\nabla \times \vec{F} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ 2xz^3+6y & 6x-2yz & 3x^2z^2-y^2 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow$$ $\vec{F}$ محافظ ⑩

في المستوى xy : $\sim \vec{r}$

$\vec{F} = 6y\vec{i}+6x\vec{j}-y^2\vec{k}$

$\oint_C \vec{F}\cdot d\vec{r} = \oint_C [6y\vec{i}+6x\vec{j}-y^2\vec{k}]\cdot(dx\vec{i}+dy\vec{j})$

$= \oint_C 6y\,dx+6x\,dy \; ; \; x = 4\cos t,\ y = 3\sin t,\ 0 \le t \le 2\pi.$

$\Rightarrow \oint_C \vec{F}\cdot d\vec{r} = 6\int_0^{2\pi}[(3\sin t)(-4\sin t)+(4\cos t)(3\cos t)]\,dt = \cdots$ ⑩

مع تمنياتي
دعواتكم لي
سيف

مكتبة A to Z

مكتبة A to Z

جامعة طرطوس	أسئلة امتحان مقرر التحليل العقدي والمتجهي	الاسم:
كلية العلوم	الفصل الدراسي الثاني 2020/2019	المدة:ساعتان
قسم الفيزياء	السنة الثانية فيزياء	الدرجة:90

أجب عن جميع الأسئلة الآتية:

السؤال الأول: (25 درجة)

بفرض $z_2 = -1 - i$, $z_1 = 1 - i$ والمطلوب:

1) كتابة z_1 و z_2 بالشكل المثلثي ثم بالشكل الأسي

2) حساب $\left(\frac{z_1}{z_2}\right)^{10}$

3) إيجاد قيمة $z_1^{z_2}$.

السؤال الثاني:(20 درجة)

احسب التكامل العقدي الآتي:

$$\oint_C \frac{e^z}{z^2(z+2)} dz$$

حيث C هي الدائرة $|z| = 1$

السؤال الثالث:(25 درجة)

عين قيمة الثابت a التي يكون من أجلها دوران الحقل المتجهي:

$$\vec{P} = (axy - z^3)\vec{i} + (a-2)x^2\,\vec{j} + (1-a)xz^2\,\vec{k}$$

مساوياً للصفر. ثم عين تفرق هذا الحق المتجهي في النقطة $(1,2,0)$.

السؤال الرابع:(20 درجة)

احسب العمل المبذول لتحريك جسيم مرة واحدة حول القطع الناقص $C: \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$ في المستوي xy إذا كانت:

$$\vec{F} = (3x - 4y + 2z)\vec{i} + (4x + 2y - 3z^2)\vec{j} + (2xz - 4y^2 + z^3)\vec{k} .$$

طرطوس 2020/8/18	مدرس المقرر: د. وديع علي

جامعة طرطوس
كلية العلوم
قسم الرياضيات

سلم تصحيح مقرر التحليل العقدي والمجمع
السنة الثالثة مرياضيات - الفصل الثاني 2019-2020

السؤال الأول: (25)

$|z_1| = \sqrt{1^2+(-1)^2} = \sqrt{2}$, $\theta_1 = -\frac{\pi}{4}$ (10)

$\Rightarrow z_1 = \sqrt{2}\left(\cos(-\frac{\pi}{4}) + i\sin(-\frac{\pi}{4})\right) = \sqrt{2}\, e^{-i\frac{\pi}{4}}$

$|z_2| = \sqrt{(-1)^2+1^2} = \sqrt{2}$, $\theta_2 = -\frac{3\pi}{4}$

$\Rightarrow z_2 = \sqrt{2}\left(\cos(-\frac{3\pi}{4}) + i\sin(-\frac{3\pi}{4})\right) = \sqrt{2}\, e^{-i\frac{3\pi}{4}}$.

$\left(\frac{z_1}{z_2}\right)^{10} = \left(\frac{\sqrt{2}\, e^{-i\frac{\pi}{4}}}{\sqrt{2}\, e^{-i\frac{3\pi}{4}}}\right)^{10} = \left(e^{i\frac{\pi}{2}}\right)^{10} = e^{5\pi i} = -1$ (10)

$= e^{4\pi i}\cdot e^{\pi i} = -1$.

$z_1^{z_2} = (1-i)^{-1-i} = e^{(-1-i)\log(1-i)}$ (5)

$= e^{(-1-i)\left[\ln\sqrt{2} + i\left(-\frac{\pi}{4}+2k\pi\right)\right]} =$

السؤال الثاني: (25)

$z=-2$, $z=0$ نقطتا شذوذ لكن فقط $z=0$ تقع ضمن c وهي قطب من الدرجة الثانية (5)

$\mathrm{Res}(f;0) = \lim_{z\to 0}\frac{d}{dz}\left[z^2\cdot\frac{e^z}{z^2(z+2)}\right] =$

$= \lim_{z\to 0}\frac{e^z(z+2)-e^z}{(z+2)^2} = \frac{1}{4}$. (10)

$\Rightarrow \oint_c \frac{e^z}{z^2(z+2)}dz = 2\pi i\left(\frac{1}{4}\right) = \frac{\pi i}{2}$ (5)

السؤال الثالث: (25)

$\overrightarrow{rot}\,\vec{P} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ P & Q & R \end{vmatrix} =$ (5)

$= (-4z^2+az^2)\vec{j} + (a-4)x\vec{k} = 0 \Rightarrow z^2(a-4)=0, x(a-4)=0$ (5)

$\Rightarrow a = 4$ (5)

$div\,\vec{P} = ay + 2(1-a)xz \Rightarrow div\,\vec{P}(1,2,0) = 2a$ (5)

$\vec{F} = (3x-4y)\vec{i} + (4x+2y)\vec{j} + (-4y^2)\vec{k}$ في المستوى $z=0$ [20] باستخدام نظرية كرين

$d\vec{r} = dx\,\vec{i} + dy\,\vec{j}$

$$I = \oint_C \vec{F}\cdot d\vec{r} = \oint_C [(3x-4y)\vec{i} + (4x+2y)\vec{j} - 4y^2\vec{k}]\cdot(dx\,\vec{i} + dy\,\vec{j})$$

$$= \oint_C (3x-4y)dx + (4x+2y)dy \quad ; \; x = 4\cos t, \; y = 3\sin t$$

$$\Rightarrow I = \int_0^{2\pi} (48 - 30\sin t\cos t)\,dt = 96\pi$$

مدرس المادة

د. وديع كالي

جامعة طرطوس
كلية العلوم
قسم الفيزياء

أسئلة امتحان مقرر التحليل العقدي والمتجهي
الفصل الدراسي الأول 2020/2019
السنة الثانية فيزياء

الاسم:
المدة:ساعتان
الدرجة:90

أجب عن جميع الأسئلة الآتية:

السؤال الأول: (25 درجة)

بفرض $z_2 = -5-5i$, $z_1 = 1-i$ والمطلوب:

1) كتابة z_1 و z_2 بالشكل المثلثي ثم بالشكل الأسي

2) حساب $\left(\frac{z_1}{z_2}\right)^{10}$

3) إيجاد قيمة $z_1^{z_2}$.

السؤال الثاني:(20 درجة)

احسب التكامل العقدي الآتي:

$$\oint_C \frac{e^z}{z^2(z+5)}dz$$

حيث C هي:1) الدائرة $|z|=2$

2) الدائرة $|z-2|=1$.

السؤال الثالث:(25 درجة)

إذا كانت $\Phi = x^2yz^3$ و $\vec{A} = xz\,\vec{i} - y^2\,\vec{j} + 2x^2y\,\vec{k}$ فاوجد:

1) تدرج Φ ، 2) تفرق $\vec{A}$ ، 3) دوران $\vec{A}$ ، 4) تفرق $\Phi\vec{A}$ ، 5) دوران $\Phi\vec{A}$

السؤال الرابع:(20 درجة)

احسب العمل المبذول لتحريك جسيم مرة واحدة حول القطع الناقص $C: \frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{9}=1$ في المستوي xy إذا كانت:

$$\vec{F} = (3x-4y+2z)\vec{i} + (4x+2y-3z^2)\vec{j} + (2xz-4y^2+z^3)\vec{k}$$.

طرطوس 2020/1/26

مدرس المقرر: د. وديع علي

جامعة طرطوس
كلية العلوم
قسم الرياضيات

سلم تصحيح مقرر تحليل عقدي ومتجهي
السنة الثالثة فيزياء الفصل الأول 2020-2019

السؤال الأول: [25]

$|z_1| = \sqrt{(1)^2+(-1)^2} = \sqrt{2}$

$\arg z_1 = \arctan(-1) = -\frac{\pi}{4}$. (10)

$\Rightarrow z_1 = \sqrt{2}\left(\cos(-\frac{\pi}{4}) + i\sin(-\frac{\pi}{4})\right) = \sqrt{2}e^{-i\frac{\pi}{4}}$ (1)

$|z_2| = \sqrt{(-5)^2+(-5)^2} = 5\sqrt{2}$

$\arg z_2 = \arctan(+1) - \pi = \frac{\pi}{4} - \pi = -\frac{3\pi}{4}$.

$\Rightarrow z_2 = 5\sqrt{2}\left[\cos(-\frac{3\pi}{4}) + i\sin(-\frac{3\pi}{4})\right] = 5\sqrt{2}\,e^{-i\frac{3\pi}{4}}$ (2)

$\left(\frac{z_1}{z_2}\right)^{10} = \left(\frac{\sqrt{2}\,e^{-i\frac{\pi}{4}}}{5\sqrt{2}\,e^{-i\frac{3\pi}{4}}}\right)^{10} = \frac{1}{5^{10}}\left(e^{i\frac{\pi}{2}}\right)^{10}$ (10)

$= \frac{1}{5^{10}}\,e^{5\pi i} = -\frac{1}{5^{10}}$. (3)

$z_1^{z_2} = (1-i)^{-5-5i} = e^{(-5-5i)\log(1-i)} = \cdots$

السؤال الثاني: [20]

النقاط الشاذة هي $z=0$ ، $z=-5$

$z=0$ (a) نقطة تقطب، وهو قطب من الدرجة الثانية:

$\mathrm{Res}(f;0) = \lim_{z\to 0}\frac{d}{dz}\left[z^2\cdot\frac{e^z}{z^2(z+5)}\right]$ (10)

$= \lim_{z\to 0}\frac{e^z(z+5)-e^z}{(z+5)^2} = \frac{4}{25} \Rightarrow \oint_C \frac{e^z dz}{z^2(z+5)} = 2\pi i\left(\frac{4}{25}\right)$

(b) $z=-5$ ، $z=0$ نقاط تقطب، لذلك (10)

$\oint_C \frac{e^z dz}{z^2(z+5)} = 0$

السؤال الثالث: [25]

$\nabla\phi = \left(\frac{\partial}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial}{\partial z}\vec{k}\right)\phi$ (5)

$= \frac{\partial\phi}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial\phi}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial\phi}{\partial z}\vec{k} = 2xyz^3\vec{i} + x^2z^3\vec{j} + 3x^2yz^2\vec{k}$

$\nabla\cdot\vec{A} = \left(\frac{\partial}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial}{\partial z}\vec{k}\right)\cdot\left(xz\,\vec{i} - y^2\vec{j} + 2x^2y\,\vec{k}\right)$ (5) (2)

$= \frac{\partial}{\partial x}(xz) + \frac{\partial}{\partial y}(-y^2) + \frac{\partial}{\partial z}(2x^2y) = z - 2y$.

$\nabla\times\vec{A} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ xz & -y^2 & 2x^2y \end{vmatrix} = 2x^2\vec{i} + (x-4xy)\vec{j}$ (5) (3)

$\mathrm{div}(\phi\vec{A}) = \nabla\cdot\phi\vec{A} = 3x^2yz^4 - 3x^2y^2z^3 + 6x^4y^2z$ (5) (4)

$\mathrm{rot}(\phi\vec{A}) = \nabla\times(\phi\vec{A}) = (4x^4yz^3 - 3x^2y^3z^3)\vec{i} + (4x^3yz^3 - 8x^3y^2z^3)\vec{j} -$ (5)

$-(2xy^3z^3+x^3z^4)\vec{k}$.

السؤال الرابع: (20) في المستوى xy يكون $z=0$ و

$\vec{F}=(3x-4y)\vec{i}+(4x+2y)\vec{j}-4y^2\vec{k}$

$\text{الشغل} = \oint_C \vec{F}\cdot d\vec{r} = \oint_C [(3x-4y)\vec{i}+(4x+2y)\vec{j}-4y^2\vec{k}](dx\,\vec{i}+dy\,\vec{j})$

$= \oint_C (3x-4y)\,dx+(4x+2y)\,dy \quad : x=4\cos t,\ y=3\sin t,$

$0\le t\le 2\pi .$

$\Rightarrow \text{الشغل} = \int_0^{2\pi} (48-30\sin t\cos t)\,dt = 96\pi .$

مدرس المقرر

د. وديع علي

جامعة طرطوس | امتحان مقرر/ تحليل عقدي ومتجهي/ | الاسم:

كلية العلوم | الفصل الثاني 2018/2019 | المدة:ساعتان

قسم الفيزياء | السنة الثانية فيزياء | الدرجة:90

أجب عن جميع الأسئلة الآتية:

السؤال الأول: (15 درجة)

1) أوجد جميع قيم المقدار $\left(-5-5i\right)^{\frac{1}{3}}$

2) عين وصف مجموعة النقاط المعينة بالمعادلة:

$$|z-2|=|z+4|$$

السؤال الثاني: (20 درجة)

برهن أن الدالة $u\left(x,y\right)=e^{x}\cos y$ توافقية في المستوي ثم عين مرافقتها التوافقية $v\left(x,y\right)$ والدالة التحليلية $f\left(x,y\right)=u+iv$ المقابلة لها.

السؤال الثالث: (20 درجة)

احسب التكامل الآتي:

$$\oint_{C}\frac{dz}{z-3}$$

حيث C هي:

1) الدائرة $|z|=1$

2) الدائرة $|z+i|=4$

السؤال الرابع: (20 درجات)

أوجد المشتقة الاتجاهية للمقدار $f(x,y)=2x^{3}y-3y^{2}z$ عند النقطة $P(1,2,-1)$ في اتجاه النقطة $Q(3,-1,5)$.

السؤال الخامس: (15 درجات)

احسب تدفق المتجه $\vec{V}=2\vec{j}-\vec{k}$ من خلال السطح $x^{2}+y^{2}+z^{2}=1$

طرطوس 31 / 7 / 2019

مدرس المقرر: د. وديع علي

مكتبة A to Z

سلم تصحيح مقرر تحليل حقيقي ومركب

الفصل الثاني 2018 / 2019 الدرجة: 90

السؤال الأول (15)

1) $z = -5-5i \Rightarrow |z| = 5\sqrt{2}$.

$\theta = -\frac{3\pi}{4} \Rightarrow (-5-5i)^{\frac{1}{3}} = \left[\cos\left(-\frac{3\pi}{4}+2k\pi\right)+i\sin\left(-\frac{3\pi}{4}+2k\pi\right)\right]^{\frac{1}{3}}$ (10)

$= \cos\frac{-3\pi/4+2k\pi}{3} + i\sin\frac{-3\pi/4+2k\pi}{3}$, $k=0,1,2$

2) $|x+iy-2| = |x+iy+4| \Rightarrow \sqrt{(x-2)^2+y^2} = \sqrt{(x+4)^2+y^2}$ (5)

$\Rightarrow x = -1$ وهو خط مستقيم.

السؤال الثاني (20)

$\frac{\partial u}{\partial x} = e^x\cos y$, $\frac{\partial u}{\partial y} = -e^x\sin y$

$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = e^x\cos y$, $\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = -e^x\cos y$ (5)

$\Rightarrow \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = e^x\cos y - e^x\cos y = 0$ (5) $\Rightarrow$ u توافقية

$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial y} \Rightarrow \frac{\partial v}{\partial y} = e^x\cos y \Rightarrow v = e^x\sin y + F(x)$

$\frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial v}{\partial x} \Rightarrow -e^x\sin y = -e^x\sin y + F'(x) \Rightarrow F(x) = c$

$\Rightarrow v = e^x\sin y + c \Rightarrow f = e^x\cos y + i(e^x\sin y + c)$. (5)

السؤال الثالث (20)

1) بما أن $z=3$ تقع خارج الدائرة $|z|=1$ فإن التكامل يساوي للنظرية

2) بما أن $z=3$ تقع خارج الدائرة $|z+i|=4$ فإن حسب نظرية كوشي التكامل يكون التكامل يساوي $2\pi i$.

السؤال الرابع: (20)

$\nabla f = 6x^2y\vec{i} + (2x^3-6yz)\vec{j} - 3y^2\vec{k}$

$\nabla f(P) = 12\vec{i} + 4\vec{j} - 12\vec{k}$.

اتجاه من P إلى Q

$\overrightarrow{PQ} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + 6\vec{k} \Rightarrow \vec{e} = \frac{2\vec{i}-3\vec{j}+6\vec{k}}{7} \Rightarrow \frac{\partial f}{\partial \vec{e}} = \nabla f\cdot\vec{e} = -\frac{90}{7}$.

السؤال الخامس (15)

$\nabla f = 2x\vec{i} + 2y\vec{j} + 2z\vec{k}$, $\vec{v}\cdot\nabla f = 2y\cdot 2 - 2z$

$|\nabla f\cdot\vec{k}| = |2z| \Rightarrow \iint_S \vec{V}\cdot d\vec{s} = \iint_{R_1}(4y - 2\sqrt{1-x^2-y^2})\frac{dxdy}{\sqrt{1-x^2-y^2}}$

وحسب التكامل بوضع $x = \rho\cos\varphi$ ، $y = \rho\sin\varphi$

نهاية الحل

مكتبة A to Z

جامعة طرطوس | امتحان مقرر/ تحليل عقدي ومتجهي/ | الاسم:

كلية العلوم | الفصل الأول 2019/2018 | المدة:ساعتان

قسم الفيزياء | السنة الثانية فيزياء | الدرجة:90

أجب عن جميع الأسئلة الآتية:

السؤال الأول: (15 درجة)

1) أوجد جميع قيم المقدار $\left(-1+i\sqrt{3}\right)^{\frac{1}{3}}$

2) عين وصف مجموعة النقاط المعينة بالمعادلة:

$$\left|\frac{z+1}{z-1}\right|=2$$

السؤال الثاني: (15 درجة)

برهن أن الدالة $u=x^2-y^2+1$ توافقية في المستوي ثم عين مرافقتها التوافقية $v\left(x,y\right)$ والدالة التحليلية $f\left(x,y\right)=u+iv$ المقابلة لها ثم عبر عن f بدلالة z .

السؤال الثالث: (20 درجة)

باستخدام نظرية الرواسب احسب التكاملين الآتيين:

$$i)\ \oint_{|z|=2}\frac{(1-2z)dz}{z(z-1)(z-3)},\quad ii)\ \int_0^{\infty}\frac{\cos x}{x^2+1}dx$$

السؤال الرابع: (20 درجات)

أوجد المشتقة الاتجاهية للمقدار $f\left(x,y\right)=2x^2-y^2+z^2$ عند النقطة $M(1,2,3)$ في الاتجاه الواصل من النقطة $M(1,2,3)$ إلى النقطة $N(3,5,0)$.

السؤال الخامس: (20 درجات)

أثبت أن الحقل $\vec{F}=yz\,\vec{i}+xz\,\vec{j}+xy\,\vec{k}$ محافظ ثم أوجد كمونه السلمي.

طرطوس 29/ 1 / 2019

مدرس المقرر: د. وديع علي

مكتبة A to Z

جامعة طرطوس
كلية العلوم
قسم الرياضيات

سلم تصحيح مقرر التحليل العقدي والهندسي
لطلاب السنة الثانية فيزياء
العام الدراسي 2018 - 2019 . الفصل الأول .

السؤال الأول: (15)

$x=-1,\ y=\sqrt{3}\ ,\ z=-1+i\sqrt{3}$

$r=\sqrt{(-1)^2+(\sqrt{3})^2}=2\ ,\ \theta=\arctg(-\sqrt{3})=-\frac{\pi}{3}+\pi=\frac{2\pi}{3}$.

$\Rightarrow (-1+\sqrt{3}i)^{\frac{1}{3}}=\left\{2\left[\cos\left(\frac{2\pi}{3}+2k\pi\right)+i\sin\left(\frac{2\pi}{3}+2k\pi\right)\right]\right\}^{\frac{1}{3}}$

$=2^{\frac{1}{3}}\left(\cos\frac{2\pi/3+2k\pi}{3}+i\sin\frac{\frac{2\pi}{3}+2k\pi}{3}\right)$

$k=0\ ,\ z_1=2^{\frac{1}{3}}\left(\cos\frac{2\pi}{9}+i\sin\frac{2\pi}{9}\right)$ (10)

$k=1\ ,\ z_2=2^{\frac{1}{3}}\left(\cos\frac{8\pi}{9}+i\sin\frac{8\pi}{9}\right)$

$k=2\ ,\ z_3=2^{\frac{1}{3}}\left(\cos\frac{14\pi}{9}+i\sin\frac{14\pi}{9}\right)$

2)

$\left|\frac{z+1}{z-1}\right|=2\Rightarrow|z+1|=2|z-1|$

نضع $z=x+iy$

$|x+iy+1|=2|x+iy-1|$

$\Rightarrow\sqrt{(x+1)^2+y^2}=2\sqrt{(x-1)^2+y^2}\Rightarrow x^2-\frac{10}{3}x+1+y^2=0$ (5)

أو

$\left(x-\frac{10}{6}\right)^2+y^2=\left(\frac{4}{3}\right)^2$

وهي معادلة دائرة مركزها $\left(\frac{10}{6},0\right)$ ونصف قطرها $\frac{4}{3}$.

السؤال الثاني: (20)

u كثيرة حدود متجانسة من الدرجة الثانية في x,y وهي توافقية

ومشتقاتها الجزئية متجانسة من الدرجة الأولى في x,y على

$\frac{\partial^2u}{\partial y^2}=-2,\ \frac{\partial^2u}{\partial x^2}=2,\ \frac{\partial u}{\partial y}=-2y,\ \frac{\partial u}{\partial x}=2x$

$\Rightarrow\frac{\partial^2u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2u}{\partial y^2}=2-2=0$ (5)

نعين u توافقية.

$\frac{\partial u}{\partial x}=\frac{\partial v}{\partial y}\Rightarrow\frac{\partial v}{\partial y}=2x\Rightarrow v=2xy+\varphi(x)$

$\frac{\partial u}{\partial y}=-\frac{\partial v}{\partial x}\Rightarrow -2y=-2y-\varphi'(x)\Rightarrow\varphi'(x)=0\Rightarrow\varphi(x)=c$

$\Rightarrow v=2xy+c\Rightarrow f=x^2-y^2+1+i(2xy+c)$ (15)

نبدل كل $x+iy$ بـ z وكل y بـ 0 نجد

$f(z)=z^2+1+ic$.

مكتبة A to Z

السؤال الثالث: (20)

الدالة المكاملة أقطاب بسيطة عند $z=0, z=1$

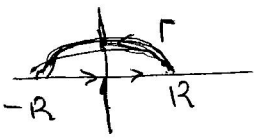
$z=3$ ، بينما $|z|=2$ تقع داخل $z=1, z=0$ فقط تقعان

$$\int_{|z|=2} \frac{(1-2z)dz}{z(z-1)(z-3)} = 2\pi i\,[\,Res(f,0)+Res(f,1)\,] \quad (15)$$

$$= 2\pi i\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{2}\right) = \frac{5\pi i}{3}.$$

ii) لندرس التكامل $\oint_C \frac{e^{iz}}{z^2+1}dz$.

الدالة المكاملة أقطاب بسيطة عند $z=\pm i$ ، بينما $z=i$ تقع ضمن الحيز المرسوم بالشكل: (15)



$$Res(i) = \lim_{z\to i}(z-i)\frac{e^{iz}}{z^2+1} = \frac{e^{-1}}{2i}$$

$$\oint_C \frac{e^{iz}}{z^2+1}dz = 2\pi i\,\frac{e^{-1}}{2i} = \pi e^{-1}$$

$$\int_{-R}^{R}\frac{\cos x}{x^2+1}dx + i\int_{-R}^{R}\frac{\sin x}{x^2+1}dx + \int_{\Gamma}\frac{e^{iz}}{z^2+1}dz = \pi e^{-1}$$

$$\Rightarrow \int_0^{\infty}\frac{\cos x}{x^2+1}dx = \frac{\pi}{2}e^{-1}.$$

السؤال الرابع: (20)

$$\vec{\nabla}f = \frac{\partial f}{\partial x}\vec{i}+\frac{\partial f}{\partial y}\vec{j}+\frac{\partial f}{\partial z}\vec{k}$$

$$= 4x\vec{i}-2y\vec{j}+2z\vec{k} \Rightarrow \vec{\nabla}f(1,2,3) = 4\vec{i}-4\vec{j}+6\vec{k}.$$

$$\overrightarrow{MN} = 2\vec{i}+3\vec{j}-3\vec{k} \Rightarrow \vec{e} = \frac{\overrightarrow{MN}}{|\overrightarrow{MN}|} = \frac{1}{\sqrt{22}}\vec{i}+\frac{3}{\sqrt{22}}\vec{j}-\frac{3}{\sqrt{22}}\vec{k}$$

$$\Rightarrow \frac{\partial f}{\partial \vec{e}} = \vec{\nabla}f\cdot\vec{e} = -\sqrt{22}.$$

السؤال الخامس: (15)

$\vec{F}$ محافظ

$$rot\vec{F} = \vec{\nabla}\wedge\vec{F} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ yz & xz & xy \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow \quad (10)$$

ولحساب الكمون لدينا

$$P=\frac{\partial U}{\partial x},\ Q=\frac{\partial U}{\partial y},\ R=\frac{\partial U}{\partial z}.\quad \vec{F} = grad\,U$$

والكمون السلمي بين $M_0(x_0,y_0,z_0)$ ، $M(x,y,z)$:

$$U = \int_{x_0}^{x} P(\alpha,y_0,z_0)d\alpha + \int_{y_0}^{y} Q(x,\beta,z_0)d\beta + \int_{z_0}^{z} R(x,y,\gamma)d\gamma$$

$$= \int_{x_0}^{x} y_0z_0\,d\alpha + \int_{y_0}^{y} xz_0\,d\beta + \int_{z_0}^{z} xy\,d\gamma = xyz + C;\ C=-x_0y_0z_0. \quad (5)$$

مكتبة A to Z

جامعة طرطوس	امتحان مقرر/ تحليل عقدي ومتجهي/	الاسم:
كلية العلوم	الفصل الثاني 2018/2017	المدة:ساعتان
قسم الفيزياء	السنة الثانية فيزياء	الدرجة:90

أجب عن جميع الأسئلة الآتية:

السؤال الأول: (15 درجة)

1) أوجد جميع قيم المقدار $\left(-5-5i\right)^{\frac{1}{3}}$

2) عين وصف مجموعة النقاط المعينة بالمعادلة:

$$\left|z-2\right|=\left|z+4\right|$$

السؤال الثاني: (20 درجة)

برهن أن الدالة $u\left(x,y\right)=e^{x}\cos y$ توافقية في المستوي ثم عين مرافقتها التوافقية $v\left(x,y\right)$ والدالة التحليلية $f\left(x,y\right)=u+iv$ المقابلة لها.

السؤال الثالث: (20 درجة)

احسب التكامل الآتي:

$$\oint_{C}\frac{dz}{z-3}$$

حيث C هي:

1) الدائرة $\left|z\right|=1$

2) الدائرة $\left|z+i\right|=4$

السؤال الرابع: (20 درجات)

أوجد المشتقة الاتجاهية للمقدار $f\left(x,y\right)=2x^{3}y-3y^{2}z$ عند النقطة $P\left(1,2,-1\right)$ في اتجاه النقطة $Q\left(3,-1,5\right)$.

السؤال الخامس: (15 درجات)

احسب تدفق المتجه $\vec{V}=2\vec{j}-\vec{k}$ من خلال السطح $x^{2}+y^{2}+z^{2}=1$

طرطوس 18/ 7 / 2018

مدرس المقرر: د. وديع علي

مكتبة A to Z

سلم تصحيح مقرر تحليل حقيقي ومركب

الفصل الثاني 2017 / 2018 الدورة: ...

السؤال الأول (15)

1) $z = -5-5i \Rightarrow |z| = 5\sqrt{2}$.

$\theta = -\frac{3\pi}{4} \Rightarrow (-5-5i)^{\frac{1}{3}} = \left[\cos\left(-\frac{3\pi}{4}+2k\pi\right)+i\sin\left(-\frac{3\pi}{4}+2k\pi\right)\right]^{\frac{1}{3}}$ (10)

$= \cos\frac{-\frac{3\pi}{4}+2k\pi}{3} + i\sin\frac{-\frac{3\pi}{4}+2k\pi}{3}$, $k=0,1,2$.

$|x+iy-2| = |x+i(y+4)| \Rightarrow \sqrt{(x-2)^2+y^2} = \sqrt{(x+4)^2+y^2}$ (5)

$\Rightarrow x = -1$ وهو خط مستقيم.

السؤال الثاني (20)

$\frac{\partial u}{\partial x} = e^x\cos y$, $\frac{\partial u}{\partial y} = -e^x\sin y$

$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = e^x\cos y$, $\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = -e^x\cos y$ (5)

$\Rightarrow \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = e^x\cos y - e^x\cos y = 0$ (5) u توافقية

$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial y} \Rightarrow \frac{\partial v}{\partial y} = e^x\cos y \Rightarrow v = e^x\sin y + F(x)$ (5)

$\frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial v}{\partial x} \Rightarrow -e^x\sin y = -e^x\sin y + F'(x) \Rightarrow F(x) = c$

$\Rightarrow v = e^x\sin y + c \Rightarrow f = e^x\cos y + i(e^x\sin y + c)$. (5)

السؤال الثالث (20)

1) بما أن $z=3$ تقع داخل المنحنى $|z|=1$ فإن التكامل يساوي الصفر. (10)

2) بما أن $z=3$ تقع داخل المنحنى $|z+i|=4$ فإنه حسب صيغة كوشي التكاملية يكون التكامل يساوي $2\pi i$. (10)

السؤال الرابع: (20)

$\nabla f = 6x^2y\vec{i} + (2x^3-6yz)\vec{j} - 3y^2\vec{k}$

$\nabla f(P) = 12\vec{i} + 4\vec{j} - 12\vec{k}$.

$\vec{PQ} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + 6\vec{k} \Rightarrow \vec{e} = \frac{2\vec{i}-3\vec{j}+6\vec{k}}{7} \Rightarrow \frac{\partial f}{\partial e} = \nabla f\cdot\vec{e} = -\frac{90}{7}$.

اتجاه من P إلى Q

السؤال الخامس (15)

$\nabla f = 2x\vec{i} + 2y\vec{j} + 2z\vec{k}$, $\vec{v}\cdot\nabla f = 2y-2z$

$|\nabla f\cdot\vec{k}| = |2z| \Rightarrow \iint_S \vec{V}\cdot d\vec{s} = \iint_{R_1}(4y-2\sqrt{1-x^2-y^2})\frac{dxdy}{\sqrt{1-x^2-y^2}}$

وحساب التكامل بوضع $x = \rho\cos\varphi$ ، $y = \rho\sin\varphi$

مكتبة A to Z

جامعة طرطوس | امتحان مقرر/ تحليل عقدي ومتجهي/ | الاسم:
كلية العلوم | الفصل الأول 2018/2017 | المدة:ساعتان
قسم الفيزياء | السنة الثانية فيزياء | الدرجة:90

أجب عن جميع الأسئلة الآتية:

السؤال الأول: (15 درجة)

١) أوجد جميع قيم المقدار $\left(-1+i\sqrt{3}\right)^{\frac{1}{3}}$

٢) عين وصف مجموعة النقاط المعينة بالمعادلة:

$$\left|\frac{z+1}{z-1}\right|=2$$

السؤال الثاني: (20 درجة)

برهن أن الدالة $u(x,y)=e^{x}\cos y$ توافقية في المستوي ثم عين مرافقتها التوافقية $v(x,y)$ والدالة التحليلية $f(x,y)=u+iv$ المقابلة لها.

السؤال الثالث: (20 درجة)

احسب التكامل الآتي:

$$\int_{C}\frac{z+1}{z^{3}-2z^{2}}dz$$

١) على محيط الدائرة $|z|=1$

٢) على محيط الدائرة $|z-2-i|=2$

السؤال الرابع: (20 درجات)

تعطى درجة الحرارة عند أي نقطة (x,y) في المستوي xy بالعلاقة:

$$T=\frac{100xy}{x^{2}+y^{2}}$$

١) أوجد المشتقة الاتجاهية عند النقطة $(2,1)$ في الاتجاه الذي يصنع زاوية قدرها 60° مع الاتجاه الموجب للمحور x

٢) في أي اتجاه من النقطة $(1,2)$ تكون للمشتقة قيمة عظمى .

السؤال الخامس: (15 درجات)

احسب تدفق المتجه $\vec{V}=2\vec{j}-\vec{k}$ من خلال السطح $x^{2}+y^{2}+z^{2}=1$

A 2 Z مكتبة

طرطوس 25/ 1 / 2018 | مدرس المقرر: د. وديع علي

سلم تصحيح مقرر التحليل العقدي والتحويلات
لطلبة السنة الثانية فيزياء .
الفصل الأول 2017 - 2018 . الدورة : عادية .

السؤال الأول (15 نقطة)

$|-1+i\sqrt{3}| = \sqrt{(-1)^2+(\sqrt{3})^2} = 2$.

$\cos\theta = \frac{x}{r}$, $\sin\theta = \frac{y}{r} \Rightarrow \theta = \frac{2\pi}{3}$.

$\Rightarrow (-1+i\sqrt{3})^{\frac{1}{3}} = 2^{\frac{1}{3}}\left[\cos\frac{2\pi/3+2k\pi}{3} + i\sin\frac{2\pi/3+2k\pi}{3}\right]$ (10 نقاط)

نعوض $k=0$, $k=1$, $k=2$ فنحصل على الحلول .

2) نضع $z=x+iy$ ومنه $\left|\frac{z+1}{z-1}\right| = \left|\frac{x+iy+1}{x+iy-1}\right| = \frac{\sqrt{(x+1)^2+y^2}}{\sqrt{(x-1)^2+y^2}} = 2$ (5 نقاط)

$\Rightarrow (x+1)^2+y^2 = 4(x-1)^2+4y^2$

بالتبسيط نحصل على معادلة دائرة .

السؤال الثاني (20 نقطة)

$\frac{\partial u}{\partial x} = e^x\cos y$, $\frac{\partial u}{\partial y} = -e^x\sin y$ $\Rightarrow \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$.

$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = e^x\cos y$, $\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = -e^x\cos y$.

الدالة u تحقق شروط كوشي ريمان .

$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial y} = e^x\cos y \Rightarrow v = e^x\sin y + F(x)$.

وبالمثل $\frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial v}{\partial x}$ أي :

$-e^x\sin y = -e^x\sin y - F'(x) \Rightarrow F'(x) = 0 \Rightarrow F(x) = C$

$\Rightarrow v(x,y) = e^x\sin y + C$.

$\Rightarrow f(x,y) = u+iv = e^x\cos y + ie^x\sin y + C$.

$= e^z + iC$.

السؤال الثالث (20 نقطة) الدالة المعطاة $\frac{z+1}{z^2(z-2)}$ قطب بسيط $z=2$

وقطب من الرتبة الثانية عند $z=0$.

$\text{Res}\left[\frac{z+1}{z^2(z-2)}, 2\right] = \lim_{z\to 2}(z-2)\frac{z+1}{z^2(z-2)} = \frac{3}{4}$.

$\text{Res}\left[\frac{z+1}{z^2(z-2)}, 0\right] = \lim_{z\to 0}\frac{d}{dz}\left[z^2\frac{z+1}{z^2(z-2)}\right] = -\frac{3}{4}$.

$\Rightarrow \int_{|z|=1}\frac{z+1}{z^3-2z^2}dz = 2\pi i\cdot\frac{3}{4} = \frac{3\pi i}{2}$, $\int_{|z-2-i|=2}\frac{z+1}{z^3-2z^2}dz = 2\pi i\left(-\frac{3}{4}\right) = -\frac{3\pi i}{2}$.

السؤال الرابع: (20)

$$\frac{\partial T}{\partial x} = \frac{100y^3 - 100x^2y}{(x^2+y^2)^2}, \quad \frac{\partial T}{\partial y} = \frac{100x^3 - 100xy^2}{(x^2+y^2)^2}$$

$$\Rightarrow \nabla T(2,1) = -12\vec{i} + 24\vec{j}$$

$$\vec{e} = \frac{1}{2}\vec{i} + \frac{\sqrt{3}}{2}\vec{j} \Rightarrow \frac{\partial T}{\partial \vec{e}} = \nabla T \cdot \vec{e} = -6 + 12\sqrt{3}$$

$$\nabla T(1,2) = 24\vec{i} - 12\vec{j}$$

$$\frac{\partial T}{\partial \vec{e}} = \nabla T \cdot \vec{e} = |\nabla T| \cdot |\vec{e}| \cos(\nabla T, \vec{e})$$

تكون الاشتقاقية عظمى عندما $\cos(\nabla T, \vec{e}) = 1$ أي عندما يكون $\vec{e}$ باتجاه $\nabla T(1,2)$.

السؤال الخامس: (15)

$$\nabla f = 2x\vec{i} + 2y\vec{j} + 2z\vec{k}$$

$$\vec{V} \cdot \nabla f = 2y \cdot 2 - 2z = 4y - 2z \quad , \quad |\nabla f \cdot \vec{k}| = |2z|$$

$$\Rightarrow \iint_S \vec{V} \cdot d\vec{S} = \iint_{R_1} (4y - 2\sqrt{1-x^2-y^2}) \frac{dx\,dy}{2\sqrt{1-x^2-y^2}}$$

ولحساب التكامل الأخير ننتقل إلى الإحداثيات القطبية

$$x = \rho\cos\varphi \quad , \quad y = \rho\sin\varphi$$

ونكمل الحل.

مع التمنيات

بالتوفيق والنجاح

مكتبة

A to Z