ABCDEFGHIJKLMNOPQSTUVWXYZ

كلية العلوم

القسم : الفيزياء

السنة : الثالثة

اسئلة دوراة محلولة

ميكانيك الكم ١

A 2 Z LIBRARY

Facebook Group : A to Z مكتبة

كلية العلوم (فيزياء ، كيمياء ، رياضيات ،علم الحياة)

بمكنكم طلب المحاضرات برسالة نصية (SMS) أو عبر (What's app) على الرقم TEL: 0931497960

ABCDEFGHIJKLMNOPQSTUVWXYZ

جامعة طرطوس
كلية العلوم
قسم الفيزياء

الاسم :
المدة : ساعتان

أسئلة مقرر ميكانيك كم /1/ للسنة الثالثة فيزياء للفصل الأول

السؤال الأول: 20 درجة

أثبت أن القيم الخاصة لأي مؤثر هرميتي هي قيم حقيقية ثم برهن أن التابعان الخاصان المقابلان لقيمتين خاصتين مختلفتين لمؤثر هرميتي متعامدان

السؤال الثاني:10 درجات

أوجد القيمة المتوقعة ل x إذا كان $\psi(x) = \frac{1}{\sqrt{2}} e^{ip_x x}$ مستنظم في المجال $[-a, a]$

السؤال الثالث:20 درجة

عند حل معادلة شرودنجر في الاحداثيات الكروية (r,θ,φ) بطريقة فصل المتحولات نحصل على ثلاث معادلات مستقلة ما هو حل المعادلة الناتجة التالية $\frac{d^2\phi}{d\varphi^2} + m^2\phi = 0$ ومنها أوجد العدد الكمي المغناطيسي

السؤال الرابع: 20 درجة

إن الطاقة الكلية للجزيئات ثنائية الذرة تعطى بالعلاقة

$E= -D+B\hbar l(l+1) + \hbar\omega(k+\frac{1}{2})$ ماذا يمثل كل حد من هذه الحدود ؟ وكيف يظهر من هذه المعادلة أن عدد سويات الطاقة المتقطعة محدود؟

السؤال الخامس: 20 درجة

عرّف ما يلي: التابع الموجي، درجة الانطباق، سويات الطاقة، القيمة الخاصة، المؤثر الهرميتي

مع تمنياتي بالنجاح

أستاذ المقرر
د. آصف يوسف

A to Z

سلم تصحيح ميكانيك كم / ١ / سنة ثالثة فيزياء
فصل أول ٢٠١٤/٢٠١٥

س ١ : 20

نفرض $\hat{A}$ مؤثر هرميتي بحيث $\forall |\psi\rangle \in \mathcal{L}^2$ $\hat{A}|\psi\rangle = \lambda|\psi\rangle$ ونثبت أنه $\lambda \in \mathbb{R}$ أي $\lambda = \lambda^*$

$$\langle\psi|(\hat{A}|\psi\rangle) = (\langle\psi|\hat{A}|\psi\rangle)^*$$

$$\langle\psi|\lambda|\psi\rangle = (\langle\psi|\lambda|\psi\rangle)^*$$

$$\lambda\langle\psi|\psi\rangle = (\lambda\langle\psi|\psi\rangle)^* = \lambda^*\langle\psi|\psi\rangle$$

$$\Rightarrow \lambda = \lambda^* \quad ; \langle\psi|\psi\rangle \neq 0 \Rightarrow$$ λ حقيقية

ولإثبات تعامد الحالات بما أنه لدينا معطيات خاصة بالقيم الذاتية لمؤثرين هرميتيين مختلفين نفرض $\hat{A}$ هرميتي و $|\psi_n\rangle$ و $|\psi_m\rangle \in \mathcal{L}^2$ حيث

$$\hat{A}|\psi_m\rangle = \lambda_m|\psi_m\rangle \quad \& \quad \hat{A}|\psi_n\rangle = \lambda_n|\psi_n\rangle$$

$$|\psi_n\rangle \neq |\psi_m\rangle \; ; \lambda_n \neq \lambda_m$$ حيث ψ_n و ψ_m دوال

$$\hat{A}|\psi_n\rangle = \lambda_n|\psi_n\rangle$$ نضرب الطرفين بـ $\langle\psi_m|$ من اليسار

$$\langle\psi_m|\hat{A}|\psi_n\rangle = (\langle\psi_n|\hat{A}|\psi_m\rangle)^*$$

$$\langle\psi_m|\lambda_n|\psi_n\rangle = (\langle\psi_n|\lambda_m|\psi_m\rangle)^*$$

$$\lambda_n\langle\psi_m|\psi_n\rangle = \lambda_m^*\langle\psi_m|\psi_n\rangle = \lambda_m\langle\psi_m|\psi_n\rangle$$

$$\Rightarrow (\lambda_n - \lambda_m)\langle\psi_m|\psi_n\rangle = 0 \Rightarrow \langle\psi_m|\psi_n\rangle = 0$$

أي $|\psi_n\rangle$ يعامد $|\psi_m\rangle$ كوسيط في فيزياء الموجات.

س ٢ : 10

$$\langle x\rangle_\psi = \langle\psi|x\psi\rangle = \int_{-\infty}^{\infty}\psi^* x\psi\,dx = \int_{-\infty}^{\infty}\frac{1}{2}e^{-ipx}xe^{ipx}dx$$

$$= \lim_{a\to\infty}\frac{1}{2}\int_{-a}^{a}x\,dx = \lim_{a\to\infty}\frac{x^2}{4}\Big|_{-a}^{a} = \lim_{a\to\infty}\left[\frac{1}{4}(a^2-a^2)\right] = 0$$

س٣: إذا حل المعادلة التفاضلية [20]

$$\textcircled{1}\ \phi = A\cos(m\varphi+\varphi_0) \qquad \textcircled{2}\ \phi = c_1 e^{im\varphi} + c_2 e^{-im\varphi}$$

أ) (5)

إذا الحل ① يعني ذلك أن الجسيم يتحرك حركة اهتزازية حول مركز القوى

والحل ② يعني أن الموجة المرافقة له تتحرك على دائرة بحيث يضع نصف قطرها الواصل من مركز القوى إلى الجسيم المتحرك زاوية φ ويعتمد هذا الحل لأنه أعم وعليه احتمال جزء منه على اعتبار m موجبة وسالبة $\phi = ce^{im\varphi}$ وبالتالي

شرط التنظيم (5)

$$\int_0^{2\pi} c^* c\, e^{-im\varphi} e^{im\varphi} d\varphi = c^2 \int d\varphi = 1 \Rightarrow c = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \Rightarrow \phi = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{im\varphi}$$

وحسب قيمة m موحدانية التابع الموجي أي لا يوجد للجسيم الموصوف بوضعين مختلفين

وبالتالي (5)

$$\phi(\varphi') = \phi(\varphi+2\pi) = \phi(\varphi) \Rightarrow e^{im\varphi} = e^{im(\varphi+2\pi)}$$

$$\Rightarrow e^{2im\pi} = 1 \Rightarrow m = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots \quad (5)$$

وهو العدد الكمي المغنطيسي.

س٤: [20]

$$E = -D + B\hbar\left[\ell(\ell+1) + \hbar\omega\left(k+\frac{1}{2}\right)\right]$$

① ② ③

إن الحد الأول يمثل طاقة (5) الارتباط بين الذرتين كونه سالب

ويمثل الحد الثاني (5) الطاقة الدورانية والحد الثالث الطاقة الاهتزازية

وإن عدد سويات الطاقة محدود لأنه لجزيئة تتحطم عندما تتحقق المتراجحة (5)

$$B\hbar\left[\ell(\ell+1) + \hbar\omega\left(k+\frac{1}{2}\right)\right] \geq D$$

س٥: [20]

التابع الموجي: هو التابع الذي يصف الإلكترون والذي يحدد من خلاله التوزع الاحتمالي لقوته. (4)

درجة الانطباق: هي عدد التوابع الموجية المختلفة التي تقابل سوية طاقة (4)

سويات الطاقة: هي قيمة طاقة محددة وثابتة. (4)

القيمة الخاصة: هي المقدار الذي ينتج عن تأثير مؤثر على تابع وإذا ينتج المقدار مضروباً بالتابع (4)

المؤثر الهرميتي: هو المؤثر الذي يحقق في مراقبة الصفري (4)

جامعة طرطوس
كلية العلوم
قسم الفيزياء

الاسم:
المدة : ساعتان

أسئلة مقرر ميكانيك كم /1/ فصل 2 2024/2023

السؤال الاول : / 15 د /

عرّف المؤثر الهرميتي والمؤثر المعاكس ثم أوجد معاكس المؤثر

$$\hat{A} = \begin{pmatrix} 4 & -3 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$$

السؤال الثاني : / 15 د/

أوجد القيم الخاصة وإحدى الأشعة الخاصة المنظمة لمصفوفة المؤثر

$$\hat{A} = \begin{pmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

السؤال الثالث : / 15 د/

ماذا يعني فيزيائياً **"مبدّل مؤثران معدوم"** ثم أثبت أن :

$$[\hat{L}_+ , \hat{L}_-] = 2\hbar\hat{L}_z$$

السؤال الرابع: درجة

احسب التواترات الممكنة للإشعاع والامتصاص حسب تغيرات ℓ إذا كان $E_\ell = \frac{\hbar^2 \ell(\ell+1)}{2ma^2}$ ثم أثبت أن الفرق بين تواترين متتاليين ثابت.

السؤال الخامس: درجة

وضح مفعول زيمان ثم فسّر تجربة شتيرن غيرلاخ انطلاقاً من مسلمات باولي

السؤال السادس :

أوجد الشعاع |0,1> بتطبيق المؤثر $\hat{S}_-$ على الشعاع |1,1>

أستاذ المقرر
د. آصف يوسف

مكتبة A to Z

سلم تصحيح ميكانيك كم/١/س٢ ف
سنة ثالثة فصل (ج) عام ٢٠٠٤/٢٠٠٥

س١:

نقول عن مؤثر إنه هرميتي إذا كان (3)
$\langle \hat{A}\psi|\phi\rangle = \langle\psi|\hat{A}\phi\rangle$
مهما تكن $\psi, \phi \in \mathcal{L}^2$ أو ناتج الجداء الداخلي واحدا سواء أثر المؤثر $\hat{A}$ من اليمين (3) ولا أو من اليسار أو بالتكامل

$$\int_{-\infty}^{\infty} (A\psi)^* \phi\, dx \overset{3}{=} \int_{-\infty}^{\infty} \psi^* A\phi\, dx$$

إن معاكس المؤثر المصفوفة $A = \begin{pmatrix} a & c \\ b & d \end{pmatrix}$ هي

$$\hat{A}^{-1} = \frac{1}{ad-bc}\overset{3}{\begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}}$$

وبالتالي

$$\hat{A}^{-1} = \frac{1}{4-6}\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \overset{3}{=} \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & -1 \\ -\frac{3}{2} & -2 \end{pmatrix}$$

س٢:

لإيجاد القيم الخاصة نكتب المعادلة المميزة:

$$|\hat{A} - \lambda I| = 0 \overset{3}{\Rightarrow} \left| \begin{pmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} - \lambda \overset{3}{\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}} \right| = 0$$

$$\Rightarrow \begin{vmatrix} 5-\lambda & 0 & 0 \\ 0 & -2-\lambda & 0 \\ 0 & 0 & 1-\lambda \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow \begin{pmatrix} 5-\lambda \\ -2-\lambda \\ 1-\lambda \end{pmatrix} \overset{3}{=} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow$$

ولها القيم الخاصة.

$$\lambda_1 = 5 \qquad \lambda_2 = -2 \qquad \lambda_3 = 1$$

لإيجاد المتجه الخاص نكتب المعادلة الخاصة من أجل قيمة ولتكن $\lambda = -2$ يعني

$$\hat{A}\phi = -2\phi \Rightarrow \begin{pmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \end{pmatrix} \overset{3}{=} -2\begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \end{pmatrix} \Rightarrow -2c_2 = -2c_2$$

وبالتالي نأخذ c_2 أي قيمة لأن المتجه مرتكز قيمة c_2 وبتنظيم الشيء

$$\langle \phi_2 | \phi_2 \rangle = \sum \phi_2^* \phi_2 \overset{3}{=} \sum c_2^* c_2 (0\ 1\ 0)\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = |c_2|^2 = 1$$

$$\Rightarrow \phi_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

مكتبة A to Z

س٣: نبدل موقع المعدوم هذا يعني أنه على حيا سويا معا.

$L_+ = L_x + iL_y$ (3) $L_- = L_x - iL_y$

$[L_+, L_-] = L_+L_- - L_-L_+ = (L_x+iL_y)(L_x-iL_y) - (L_x-iL_y)(L_x+iL_y)$ (3)

$= L_x^2 + L_y^2 - iL_xL_y - iL_yL_x - L_x^2 - L_y^2 + iL_xL_y + iL_yL_x$

وبما أن $L_x^2+L_y^2+L_z^2 = L^2$ (3) $\Leftarrow$ $L_x^2+L_y^2 = L^2 - L_z^2$

$[L_+, L_-] = -2i[L_x, L_y] = -2i(i\hbar L_z) = 2\hbar L_z$ (3)

س٤

$\omega_{\ell,\ell'} = 2\pi f_{\ell,\ell'} = \frac{E_\ell - E_{\ell'}}{\hbar} = \frac{\hbar}{2ma^2}[\ell(\ell+1) - \ell'(\ell'+1)]$ (3)

وبتطبيق الشرط المعطى

$\omega_{\ell,\ell-1} = \frac{\hbar\ell}{ma^2} = 2B\ell$; $B = \frac{\hbar}{2ma^2}$ (3)

$\omega_{\ell,\ell+1} = -\frac{\hbar\ell(\ell+1)}{ma^2} = -2B\ell(\ell+1)$ (3)

فيكون الشرط محققا من أجل متتاليتين فقط

$|\omega_{\ell,\ell-1}| - |\omega_{\ell,\ell+1}| = \left|-\frac{\hbar(\ell+1)}{ma^2}\right| - \left|\frac{\hbar\ell}{ma^2}\right|$ (3) $\frac{\hbar}{ma^2} = 2B$

وهي قيمة ثابتة

س٥

مفعول زيمان: عند تطبيق حقل مغناطيسي تنفصل بعض الخطوط الطيفية التي كانت تظهر إذا توافر حول ذرة وحيدة.

وصرحيات بأن الإلكترون يكتسب عزما مركبا ذاتيا نسميه السبين $\vec{S}$ ويرتبط به عزم مغناطيسي سبيني $\vec{\mu}_s$ (3) حيث $\vec{\mu}_s = 2\frac{\mu_B \vec{S}}{\hbar}$

وإن سبين الإلكترون الضائع $S = \frac{1}{2}$ وبالتالي لابد من إضافة الطاقة الناتجة عن العزم المركبي الذاتي $\hat{V}_s$ (3) والتي قيمتها $\frac{eB_z}{m} S_z$ إلى الهاملتوني

$\hat{H}' = \hat{H}_n + \hat{W} + \hat{V}_s = \hat{H}_n + \frac{eB_z}{2m}(\hat{L}_z + 2\hat{S}_z)$

ونحصل على معادلة شرودنجر

$\hat{H}'|n,\ell,m_\ell,S,m_s\rangle = \left[\hat{H}_n + \frac{eB_z}{2m}(\hat{L}_z+2\hat{S}_z)\right]|n,\ell,m_\ell,S,m_s\rangle$ (3)

وبما أن $S = \frac{1}{2}$ $\Leftarrow$ $m_s = \pm\frac{1}{2}$ وبالتالي فالطاقة

$E_{n,m_\ell,m_s} = E_n + \frac{eB_z}{2m}\hbar(m_\ell \pm 1)$

وعندما تكون ذرة الهيدروجين في حالة أساسية حقل تعريف مغناطيسي ضعيف $\Leftarrow$ $n=1, \ell=m_\ell=0, S=\frac{1}{2}, m_s=\pm\frac{1}{2}$ (3)

$E_{1,0,\frac{1}{2}} = E_1 + \frac{eB_z\hbar}{2m}$ و $E_{1,0,-\frac{1}{2}} = E_1 - \frac{eB_z\hbar}{2m}$

مكتبة A to Z

(3)

$$S_-|S,m_s\rangle = \hbar\sqrt{s(s+1)-m_s(m_s-1)}\;|S,m_s-1\rangle$$

$$S_-|1,1\rangle = \hbar\sqrt{2}\,|1,0\rangle \Rightarrow$$

$$|1,0\rangle = \frac{1}{\hbar\sqrt{2}}S_-|1,1\rangle = \frac{1}{\hbar\sqrt{2}}S_-\left|\tfrac{1}{2},\tfrac{1}{2}\right\rangle$$

$$S_- = S_{1-} + S_{2-}$$

$$|1,0\rangle = \frac{1}{\hbar\sqrt{2}}\left[\hat{S}_{1-}\left|\tfrac{1}{2},\tfrac{1}{2}\right\rangle + S_{2-}\left|\tfrac{1}{2},\tfrac{1}{2}\right\rangle\right]$$

$$= \frac{1}{\hbar\sqrt{2}}\left[\hbar\left|-\tfrac{1}{2},\tfrac{1}{2}\right\rangle + \hbar\left|\tfrac{1}{2},-\tfrac{1}{2}\right\rangle\right]$$

$$|1,0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left[\left|-\tfrac{1}{2},\tfrac{1}{2}\right\rangle + \left|\tfrac{1}{2},-\tfrac{1}{2}\right\rangle\right]$$

A to Z مكتبة

جامعة طرطوس　　الاسم :

كلية العلوم　　الرقم:

قسم الفيزياء　　الدرجة: تسعون

أسئلة مقرر ميكانيك الكم /1/ فصل أول 2023 /2024

السؤال الأول: 15 درجة

عرّف المؤثر الهرميتي والمعاكس ثم أوجد معاكس المؤثر $\hat{A} = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}$

السؤال الثاني : 15 درجة

أوجد القيم الخاصة وإحدى الأشعة الخاصة المنظمة لمصفوفة المؤثر $\hat{A} = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$

السؤال الثالث : 15 درجة

ماذا يعني فيزيائياً " مبدّل مؤثران معدوم" ثم أثبت أن $[\hat{L}_+, \hat{L}_-] = 2\hbar\hat{L}_z$

السؤال الرابع : 15 درجة

بتطبيق التغيرات المسموحة لـ ℓ احسب التواترات الممكنة للإشعاع والامتصاص إذا كان $E_\ell = \frac{\hbar^2\ell(\ell+1)}{2ma^2}$ ثم أثبت أن الفرق بين تواترين متتاليين ثابت

السؤال الخامس : 15 درجة

وضح مفهوم " مفعول زيمان " ثم فسّر تجربة شتيرن – غيرلاخ انطلاقاً من مسلمات باولي

السؤال السادس : 15 درجة

أوجد الشعاع $|1,0\rangle$ بتطبيق المؤثر $\hat{S}_-$ على الشعاع $|1,1\rangle$

أستاذ المقرر

د. آصف محسن يوسف

مكتبة A to Z

جامعة طرطوس

كليةالعلوم

الاسم:

امتحان مقررميكانيك كم /1/

المدة ساعتان

السؤال الأول: 15 درجة

عرّفمايلي: الانطباق – مبدل مؤثرين – المؤثر الهرميتي–مؤثر المرافق الذاتي – المؤثر المعاكس

السؤال الثاني: 25 درجة

جسيم في حاجز كموني $V(x) = \begin{cases} 0 & x \le 0 \\ V_0 & x > 0 \end{cases}$

1- أوجد المعادلة التفاضلية في كلا المنطقتين وحلولهما.

2- اذا كان التابع الموجي لإلكترون في حفرة كمون $V=0$ عندما $0< x<l$ يُعطى بالشكل

$\psi(x) = Ae^{ikx} + Be^{-ikx}$ فاعتماداً على الشروط الحدية أثبت أن سوية الطاقة الدنيا غير معدومة.

السؤال الثالث: 25 درجة

1- متى نقول عن المؤثر المتجه الذي مركباته $(\hat{j}_x, \hat{j}_y, \hat{j}_z)$ إنه عزم حركي ؟

2- اذا كان مسقط مؤثر عزم كمية الحركة على المحور z هو $\hat{L}_z = \frac{\hbar}{i}\left(x\frac{\partial}{\partial y} - y\frac{\partial}{\partial x}\right)$ فأوجد هذا المؤثر في الاحداثيات القطبية

السؤال الرابع : 25 درجة

1- أوجد قيم الطاقة عند حركة في حقل مركزي لجسم على كرة نصف قطرها $r=0$ انطلاقاً من المعادلة

$$\nabla_r^2 R(r) + \frac{2m}{\hbar^2}[E - V(r) - \frac{l(l+1)\hbar^2}{2mr^2}]R(r) = 0$$

أستاذ المقرر

د. آصف يوسف

15

يطلق نقول عن جملة فيزيائية إذا طبقت عليها عدد من المقادير الفيزيائية المختلفة أكثر من واحد

مبدل مؤثرين يكتب بالشكل $[\hat{A},\hat{B}]$ ويساوي $\hat{A}\hat{B}-\hat{B}\hat{A}$ وعادة لا يساوي الصفر وفي حالة تبادل المؤثرين فإن $\hat{A}\hat{B}-\hat{B}\hat{A}=0$

المؤثر الهرميتي: هو مؤثر خطي يساوي مرافقه الذاتي

$$\langle\psi|\hat{A}|\psi\rangle = (\langle\varphi|\hat{A}|\psi\rangle)^*$$

مؤثر المرافق الذاتي $\hat{A}^+$

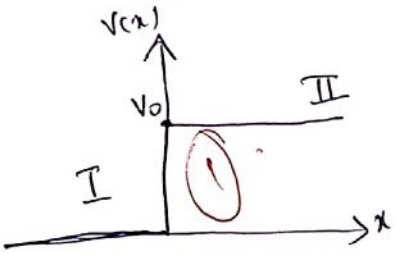
إذا كان لدينا مؤثر خطي $\hat{A}$ فإن المؤثر المرافق الذاتي $\hat{A}^+$ يعرف عندما تتحقق العلاقة $\langle\psi|\hat{A}|\psi\rangle = (\langle\varphi|\hat{A}^+|\psi\rangle)^*$

المؤثر المعاكس: هو المؤثر الذي إذا ضرب بمعاكس كانت النتيجة مؤثر الواحد

$$\hat{A}\hat{A}^{-1} = \hat{I}$$

س: إذا طلب منا معادلة شرودنجر

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\psi + V\psi = E\psi$$



في حالة $x\le 0$ المنطقة (I) فإن $V(x)=0$

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\psi = E\psi$$

أي

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2\psi_I}{dx^2} = E_I\psi_I \Rightarrow \frac{d^2\psi_I}{dx^2} + k^2\psi_I = 0;\ k^2=\frac{2mE}{\hbar^2}$$

الحل

$$\psi_I(x) = A_1 e^{ikx} + B_1 e^{-ikx}$$

أما في المنطقة II $(x>0)$ فإن $V(x)=V_0$

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2\psi_{II}}{dx^2} + V_0\psi_{II} = E\psi_{II}$$

$$\frac{d^2\psi_{II}}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2}(E-V_0)\psi_{II} = 0 \quad ; \quad k'^2 = \frac{2m}{\hbar^2}(E-V_0)$$

$$\psi_{II}(x) = A_2 e^{ik'x} + B_2 e^{-ik'x}$$

الحل العام (معدوم) منعكسة

$\Rightarrow B_2 = 0$ لا يوجد حل عكسي

وعلما أن ψ_0 موجة واردة فإن $\psi_0 = A_1 e^{ikx}$ حيث أن $A_1=1$ لأنه يوجد عامل صحيح والمنعكسة والنافذة

$$\psi_R(x) = B_1 e^{-ikx}$$

$$\psi_D = A_2 e^{ik'x}$$

②

ψ_I ، ψ_{II} شرط الاستمرارية

$$\psi_I(x=0) = \psi_{II}(x=0) \quad (3)$$

$$\psi_I'(x=0) = \psi_{II}'(x=0)$$

٢- الشروط الحدية

- الحل العام يأخذ قيمًا منتهية
- يأخذ قيمة واحدة في كل نقطة (3-)
- الحل العام مستمر
- يستحق أن يكون الحل العام مستمر

$$\psi(x=0) \Rightarrow A + B = 0 \Rightarrow A = -B \quad (3)$$

$$\psi(x) = Ae^{ikx} - Ae^{-ikx} = 2iA\sin kx \Rightarrow \psi(x=l) = 2iA\sin kl = 0$$

$$\Rightarrow kl = n\pi \Rightarrow k^2l^2 = n^2\pi^2 = \frac{2mE}{\hbar^2}l^2 \quad (3) \quad k^2 = \frac{2mE}{\hbar^2}$$

$$\Rightarrow E_n = \frac{\pi^2\hbar^2}{2ml^2}n^2 \quad ; n = 1, 2, 3, \dots \quad (3)$$

وبالتالي فالطاقة مكممة، والصفرية للطاقة عندما تكون $n=1$ وبالتالي غير مقبولة.

س٢

١- نقول عن الطاقة $\hat{J}$ أنه عزم حركي إذا حققت مركباته

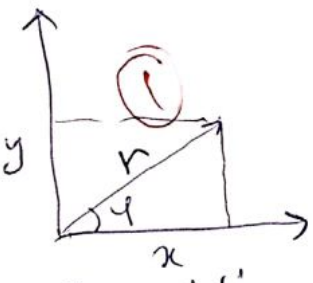
$$[\hat{J}_x, \hat{J}_y] = i\hbar\hat{J}_z \quad (3) \qquad [\hat{J}_y, \hat{J}_z] = i\hbar\hat{J}_x$$

$$[\hat{J}_z, \hat{J}_x] = i\hbar\hat{J}_y \quad (3)$$

٢- عند الانتقال من الإحداثيات الكروية (r, φ) حول المحور z حيث $z = cte$

$$x = r\cos\varphi$$
$$y = r\sin\varphi \quad (3)$$
$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\Rightarrow \tan\varphi = \frac{y}{x} \Rightarrow \varphi = \arctan\frac{y}{x}$$



فإن

$$\frac{\partial}{\partial x} = \frac{\partial r}{\partial x}\frac{\partial}{\partial r} + \frac{\partial\varphi}{\partial x}\frac{\partial}{\partial\varphi} \quad (3)$$

$$\frac{\partial}{\partial y} = \frac{\partial r}{\partial y}\frac{\partial}{\partial r} + \frac{\partial\varphi}{\partial y}\frac{\partial}{\partial\varphi}$$

$$\begin{cases} \frac{\partial r}{\partial x} = \cos\varphi \\ \frac{\partial r}{\partial y} = \sin\varphi \\ \frac{\partial\varphi}{\partial x} = -\frac{\sin\varphi}{r} \quad (3) \\ \frac{\partial\varphi}{\partial y} = \frac{\cos\varphi}{r} \end{cases}$$

بالتعويض في عبارة L_z نجد

$$\hat{L}_z = \frac{\hbar}{i}(\sin^2\varphi + \cos^2\varphi)\frac{\partial}{\partial\varphi} \quad (3)$$

$$\hat{L}_z = \frac{\hbar}{i}\frac{\partial}{\partial\varphi}$$

وهي علاقة مؤثر عزم كمية الحركة وفق المحور z

(3)

عندما $r = a = ثابت$ فإن $V(r) = V(a) = ثابت$ و $R(r) = R(a) = ثابت \neq 0$

وبالتالي يكون الشرط

$$V(a) = 0 \quad (5)$$

وأيضاً

$$\nabla_r R(r) = \nabla_r R(a) = 0 \quad (5)$$

$$\nabla_r^2 R(a) = 0 \quad (5)$$

فتصبح المعادلة

$$\frac{2m}{\hbar^2}\left[E - \frac{\ell(\ell+1)\hbar^2}{2mr^2}\right] R(a) = 0$$

$$\Rightarrow \frac{2mE}{\hbar^2} - \frac{\ell(\ell+1)}{r^2} = 0 \quad (5)$$

$$\Rightarrow E_\ell = \frac{\ell(\ell+1)\hbar^2}{2ma^2} \quad (5) \quad ; \ell = 0, 1, 2, \cdots \quad (5)$$

جامعة طرطوس

كلية العلوم

قسم الفيزياء

الأسم:

الدرجة : 90

امتحان مقرر ميكانيك كم /1/ س3 ف

السؤال الأول : عشرون درجة

أثبت أن طاقة جسيم في حفرة كمون لانهائية عرضها ℓ في بعدٍ واحد مكمّمة مع احتمال وجود الجسيم خارج الحفرة معدوم،باعتبار معادلة شرودنجر $\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2}{dx^2}\psi(x)+(E-V)\psi(x)=0$

السؤال الثاني: عشرون درجة

عرّف المؤثّر الهرميتي مع ذكر خواصه ثم أثبت أن القيم الخاصة لأي مؤثر هرميتي هي قيم حقيقية.

السؤال الثالث: ثلاثون درجة

أ- ما هي العلاقات بين مركبات المتجه $\hat{J}$ كي يكون عزم حركي ذاتي ؟

ب- بما أن $[\hat{J}_z\ ,\ \hat{J}_+]=\hbar\hat{J}_+$ وأن $(\hat{J}_z|j,m>)=m\hbar|j,m>$ أثبت أن

$$\hat{J}_z(\hat{J}_+|j,m>)=(m+1)\hbar(\hat{J}_+|j,m>)$$

ج- إذا كانت j=2أوجد قيم m ثم أوجد عناصر القاعدة $\{|j,m>\}$ وما هي درجة انطباق القاعدة .

السؤال الرابع :عشرون درجة

كمثال على الحركة في حقلٍ مركزي , أوجد قيم الطاقة عند حركة جسم على كرة نصف قطرها r=a انطلاقاً من المعادلة

$$\nabla_r^2R(r)+\frac{2m}{\hbar^2}\left[E-V(r)-\frac{l(l+1)\hbar^2}{2mr^2}\right]R(r)=0$$

مع تمنياتي لكم بالنجاح

أستاذ المقرر .

د. أصف محسن يوسف

A to Z

①

سلم تصحيح كم/1/ للسنة الثالثة فيزياء فصل أول

-1- 20

$$V(x) = \begin{cases} 0 & 0 < x < \ell \\ \infty & x \le 0,\ x \ge \ell \end{cases}$$

إن معادلة شرودنجر $\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2}{dx^2}\psi(x) + (E-V)\psi(x) = 0$

في المنطقة I و III الكون لا يوجد بها إلكترون إذا في المنطقة II فإن $V = 0$ وتصبح المعادلة

$$\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2\psi(x)}{dx^2} + E\psi(x) = 0 \quad (5)$$

أي

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + k^2\psi = 0 \quad ; \quad k^2 = \frac{2mE}{\hbar^2} > 0$$

وحلها من الشكل

$$\psi(x) = Ae^{ikx} + Be^{-ikx} \quad (5)$$

نعين الثوابت من الشروط الحدية التالية: 1- التابع الموجي يأخذ قيما منتهية في كل نقطة من نقاط الفراغ. 2- التابع يأخذ قيمة واحدة في كل نقطة. 3- التابع الموجي مستمر في كل نقاط الفراغ. 4- المشتقة الأولى مستمرة.

ونكتب:

$$\psi(x=0) = 0 \Rightarrow A + B = 0 \Rightarrow A = -B$$

$$\psi(x) = Ae^{ikx} - Ae^{-ikx} = 2iA\left(\frac{e^{ikx} - e^{-ikx}}{2i}\right) = 2iA\sin kx \quad (5)$$

$$\psi(x = \ell) = 2iA\sin k\ell = 0 \Rightarrow k\ell = n\pi \quad ; \quad n = 1, 2, 3, \ldots$$

$$\Rightarrow k^2\ell^2 = n^2\pi^2 = \frac{2mE_n}{\hbar^2}\ell^2 \Rightarrow E_n = \frac{\pi^2\hbar^2}{2m\ell^2}n^2 \quad ; \quad n = 1, 2, 3, \ldots \quad (5)$$

$$\Rightarrow E_1 = \frac{\pi^2\hbar^2}{2m\ell^2} \Rightarrow E_n = n^2E_1$$

إذا فإن قيم طاقة الإلكترون هي كمية وليست مستمرة

-ب- 20

1- إذا كان مؤثر ما مرافق لذاته فإن المؤثر هرميتي ومن خواصه (5)

2- إذا كان المؤثر هرميتي التوابع الخاصة لقيم خاصة مختلفة فإنها متبادلة

3- القيم الخاصة لأي مؤثر هرميتي هي قيم حقيقية

لنثبت أن القيم الخاصة هي قيم حقيقية: (5)

$\hat{A}$ مؤثر هرميتي $\Rightarrow \hat{A}|\psi\rangle = \lambda|\psi\rangle \quad \forall|\psi\rangle \in L^2, \forall\lambda \in \mathbb{C}$

نضرب بـ $\langle\psi|$ من اليسار:

$$\langle\psi|\hat{A}|\psi\rangle = (\langle\psi|\hat{A}|\psi\rangle)^* \quad (5)$$

$$\langle\psi|\lambda|\psi\rangle = (\langle\psi|\lambda|\psi\rangle)^*$$

$$\lambda\langle\psi|\psi\rangle = (\lambda\langle\psi|\psi\rangle)^* = \lambda^*\langle\psi|\psi\rangle \Rightarrow \lambda = \lambda^*$$

حيث $\langle\psi|\psi\rangle \neq 0$ وبالتالي القيم الخاصة هي قيم حقيقية.

A+ 20

السؤال الثالث: 30

أ- أي مركبة لعزم حركة زاوية يجب أن تحقق علاقات التبادل التالية

$$[\hat{J}_x, \hat{J}_y] = i\hbar \hat{J}_z \quad (5)$$

$$[\hat{J}_y, \hat{J}_z] = i\hbar \hat{J}_x \qquad [\hat{J}_z, \hat{J}_x] = i\hbar \hat{J}_y$$

ب-

$$[\hat{J}_z, \hat{J}_+] = \hbar \hat{J}_+ \Rightarrow [\hat{J}_z, \hat{J}_+]|j,m\rangle = \hbar \hat{J}_+ |j,m\rangle \quad (5)$$

$$(\hat{J}_z \hat{J}_+ - \hat{J}_+ \hat{J}_z)|j,m\rangle = \hbar \hat{J}_+ |j,m\rangle$$

$$\hat{J}_z \hat{J}_+ |j,m\rangle - \hat{J}_+ \hat{J}_z |j,m\rangle = \hbar \hat{J}_+ |j,m\rangle$$

$$\hat{J}_z \hat{J}_+ |j,m\rangle - \hat{J}_+ (m\hbar |j,m\rangle) = \hbar \hat{J}_+ |j,m\rangle \quad (5)$$

$$\hat{J}_z \hat{J}_+ |j,m\rangle = m\hbar \hat{J}_+ |j,m\rangle + \hbar \hat{J}_+ |j,m\rangle$$

$$\hat{J}_z (\hat{J}_+ |j,m\rangle) = (m+1)\hbar (\hat{J}_+ |j,m\rangle) \quad (5)$$

ج- إذا كانت $j = 2 \Leftarrow$ $-2 \le m \le 2$ (5)

$m = -2, -1, 0, 1, 2$

وبالتالي عناصر القاعدة (5)

$$\{|j,m\rangle\} = \{|2,-2\rangle, |2,-1\rangle, |2,0\rangle, |2,1\rangle, |2,2\rangle\}$$

ودرجة الانطباق هي $2j+1$

السؤال الرابع: 20

تصبح المعادلة

$$r = a = cte. \Rightarrow V(r) = V(a) = cte = 0 \Rightarrow E = T$$

$$\nabla_r^2 R(r) + \frac{2m}{\hbar^2}\left[E - V - \frac{\ell(\ell+1)\hbar^2}{2mr^2}\right] R(r) = 0 \quad (5)$$

$$R(r) = R(a) = cte \neq 0 \Rightarrow \nabla_r R(r) = \nabla_r R(a) = 0 \Rightarrow \nabla_r^2 R(a) = 0$$

$$\frac{2m}{\hbar^2}\left[E - \frac{\ell(\ell+1)\hbar^2}{2mr^2}\right] R(r) = 0 \quad (5) \Rightarrow \frac{2mE}{\hbar^2} - \frac{\ell(\ell+1)}{r^2} = 0$$

$$\Rightarrow E_\ell = \frac{\ell(\ell+1)\hbar^2}{2mr^2} \quad (5); \quad \ell = 0, 1, 2, \ldots$$

$$E_\ell = \frac{\ell(\ell+1)\hbar^2}{2ma^2} = \frac{\ell(\ell+1)\hbar^2}{2I} \quad (5)$$

وبالتالي الطاقة مكممة حيث ℓ عدد صحيح، حيث $I = ma^2$ عزم عطالة الجسم لمركز الكرة.

د. آصف [illegible]

A to Z