

A B C D E F G H I J K L M N O P Q R S T U V W X Y Z



كلية العلوم

القسم : الفيزياء

السنة : الثالثة

اسئلة ووراش محلولة

خليل عددي

A 2 Z LIBRARY

مكتبة A to Z : Facebook Group

كلية العلوم (فيزياء ، كيمياء ، رياضيات ، علم الحياة)

يمكنكم طلب المحاضرات برسالة نصية (SMS) أو عبر (What's app) على الرقم 0931497960 TEL:

A B C D E F G H I J K L M N O P Q R S T U V W X Y Z

السؤال الأول:

(16) درجة

1. احسب الخطأ المطلق و النسبي المرتكبين في حساب قيمة الدالة: $f(x, y, z) = \frac{\ln(x) \cdot z}{y}$ حيث: $x = 1.009, y = 2.1, z = 3.05$ أعدد مدورة.
2. استخدم طريقة رونج _ كوتا من المرتبة الرابعة لإيجاد الحل التقريبي y_1 للمعادلة التفاضلية $y' = x + y$ علماً أن $y(1) = 1$ و $h = 0.1$ عند النقطة $x = 1.1$.

السؤال الثاني:

(24) درجة

لتكن الدالة $f(x) = e^x$ و المعطاة وفق الجدول الآتي:

x	0	0.2	0.4	0.6	0.8	1
y	1	1.2214	1.49182	1.82212	2.22554	2.71828

1. اكتب جدول الفروق الأمامية للدالة المعطاة. (مكتفياً بالتقريب لخمس أرقام عشرية)
2. احسب قيمة تقريبية للدالة عند $x = 0.1$ باستخدام حدودية استيفاء نيوتن من الدرجة الثانية $P_2(x)$ الموافقة لهذه الدالة (دون إيجادها) و احسب الخطأ المرتكب.
3. احسب قيمة تقريبية للمشتق $f'(x)$ عند $x = 0.2$.

السؤال الثالث: أجب عن أحد السؤالين الآتيين:

(10) درجة

1. لتكن لدينا جملة المعادلات الخطية:
$$\begin{aligned} 4x_1 + 2x_2 + x_3 &= 11 \\ -x_1 + 2x_2 &= 3 \\ 2x_1 + x_2 + 4x_3 &= 16 \end{aligned}$$
 أوجد الجذر $x^{(1)}$ حيث: $x^{(0)} = (1, 1, 1)$.
2. تحقق من كون كل من الخيارين الآتيين خياراً موقفاً أم لا، لحل المعادلة الآتية $x^3 - 2x^2 + x - 10 = 0$ بطريقة النقطة الثابتة. $\sqrt[3]{2x^2 - x + 10} = g_2(x)$ ، $\sqrt{\frac{x^3 + x - 10}{2}} = g_1(x)$

السؤال الرابع: أجب عن السؤالين الآتيين:

(20) درجة

1. لتكن لدينا الدالة $y = \sin x$ و المعطاة وفق الجدول الآتي:

x	30	45	60
y	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$

أوجد كثيرة حدود الاستيفاء $P_2(x)$ لهذه الدالة بطريقة لاغرانج.

2. لتكن لدينا الدالة $y = f(x)$ المعطاة وفق الجدول الآتي:

x	0	0.2	0.4	0.6	0.8	1
y	1	0.961	0.852	0.698	0.527	0.368

أوجد القيمة التقريبية للتكامل $\int_0^1 f(x) \cdot dx$ بطريقة أشباه المنحرفات، هل يمكن إيجاد هذه القيمة باستخدام طريقة سيمبسون؟

انتهت الأسئلة

درجة (16)

السؤال الأول:

1. احسب الخطأ المطلق و النسبي المرتكبين في حساب قيمة الدالة: $f(x, y, z) = \frac{\ln(x).z}{y}$ حيث:

$x = 1.009, y = 2.1, z = 3.05$ أعداد مدورة.

(8)

الحل: $f(1.009, 2.1, 3.05) = 0.013012957$

$$\Delta x = 5 \times 10^{-4}, \Delta y = 5 \times 10^{-2}, \Delta z = 5 \times 10^{-3}$$

لحساب الخطأ المطلق:

$$\Delta f \leq \Delta x \left| \frac{\partial f}{\partial x} \right|_{(1.009, 2.1, 3.05)} + \Delta y \left| \frac{\partial f}{\partial y} \right|_{(1.009, 2.1, 3.05)} + \Delta z \left| \frac{\partial f}{\partial z} \right|_{(1.009, 2.1, 3.05)}$$

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{z}{x.y}, \frac{\partial f}{\partial y} = \frac{\ln(x).z}{-y^2}, \frac{\partial f}{\partial z} = \frac{\ln(x)}{y}$$

$$\left| \frac{\partial f}{\partial x} \right|_{(1.009, 2.1, 3.05)} = 1.439426117$$

$$\left| \frac{\partial f}{\partial y} \right|_{(1.009, 2.1, 3.05)} = 0.0061966461$$

$$\left| \frac{\partial f}{\partial z} \right|_{(1.009, 2.1, 3.05)} = 0.004266543$$

$$\Delta f \leq (5 \times 10^{-4})(1.439426117) + (5 \times 10^{-2})(0.0061966461) + (5 \times 10^{-3})(0.004266543) = 0.001050877$$

فيكون الخطأ النسبي:

$$R_f = \frac{\Delta f}{f(1.009, 2.1, 3.05)} \leq \frac{0.001050877}{0.013012957} = 0.080756203$$

2. استخدم طريقة رونج _ كوتا من المرتبة الرابعة لإيجاد الحل التقريبي y_1 للمعادلة التفاضلية

$$y' = x - y \text{ علماً أن } y(0) = 2 \text{ و } h = 0.1$$

الحل:

(8)

$$y_1 = y(0.1) = y_0 + \frac{1}{6}(K_1^{(0)} + 2(K_2^{(0)} + K_3^{(0)}) + K_4^{(0)})$$

$$K_1^{(0)} = h.f(x_0, y_0) = 0.1(x_0 - y_0) = 0.1(0 - 2) = -0.2$$

$$K_2^{(0)} = h.f\left(x_0 + \frac{h}{2}, y_0 + \frac{K_1^{(0)}}{2}\right) = 0.1\left(\frac{0.1}{2} - \left(2 + \frac{-0.2}{2}\right)\right) = -0.185$$

$$K_3^{(0)} = h.f\left(x_0 + \frac{h}{2}, y_0 + \frac{K_2^{(0)}}{2}\right) = 0.1\left(\frac{0.1}{2} - \left(2 + \frac{-0.185}{2}\right)\right) = -0.18575$$

$$K_4^{(0)} = h.f\left(x_0 + h, y_0 + K_3^{(0)}\right) = 0.1(0.1 - (2 - 0.18575)) = -0.171425$$

$$y_1 = y(0.1) = 2 + \frac{1}{6}(-0.2 + 2(-0.185 - 0.18575) - 0.171425)$$

$$= 1.8145125$$

درجة (24)

السؤال الثاني:

لتكن الدالة $y = 3^x$ و المعطاة وفق الجدول الآتي:

x	0	0.2	0.4	0.6	0.8	1
y	1	1.24573	1.55184	1.93318	2.40822	3

1. اكتب جدول الفروق الأمامية للدالة المعطاة. (مكتفياً بالتقريب لخمس أرقام عشرية).
 2. أوجد قيمة تقريبية للمشتق $f'(x)$ عند $x = 0.2$.
 3. أوجد بطريقة المستطيلات القيمة التقريبية للتكامل $\int_0^1 f(x) \cdot dx$ و احسب الخطأ المرتكب.
- الحل:

$$h = x_{i+1} - x_i = 0.2, \forall i \in \overline{0,5}$$

نكتب جدول الفروق الأمامية:

x	y	Δy	$\Delta^2 y$	$\Delta^3 y$	$\Delta^4 y$	$\Delta^5 y$
0	1					
		0.24573				
0.2	1.24573		0.06038			
		0.30611		0.01485		
0.4	1.55184		0.07523		0.00362	
		0.38134		0.01847		0.00095
0.6	1.93318		0.0937		0.00457	
		0.47504		0.02304		
0.8	2.40822		0.11674			
		0.59178				
1	3					

(6)

$$\hat{f}(x_1) \approx \frac{1}{h} \sum_{j=0}^3 (-1)^j \frac{1}{j+1} \Delta^{j+1} y_1$$

$$\hat{f}(x_1) \approx \frac{1}{h} \left[\Delta y_1 - \frac{1}{2} \Delta^2 y_1 + \frac{1}{3} \Delta^3 y_1 - \frac{1}{4} \Delta^4 y_1 \right]$$

(6)

$$\begin{aligned} \hat{f}(x_1) &\approx \frac{1}{0.2} \left[0.30611 - \frac{1}{2} (0.07523) + \frac{1}{3} (0.01847) - \frac{1}{4} (0.00457) \right] \\ &= 1.36754 \end{aligned}$$

$$\int_0^1 3^x \cdot dx \approx h \sum_{i=0}^4 y_i = 0.2(1 + 1.24573 + 1.55184 + 1.93318 + 2.40822) = 1.62779$$

(6°)

$$\hat{f}(x) = \ln(3) \cdot 3^x \Rightarrow \begin{cases} \hat{f}(x_0) = \hat{f}(0) = \ln(3) \\ \hat{f}(x_5) = \hat{f}(1) = 3 \cdot \ln(3) \end{cases}$$

$$M = \max\{|3 \cdot \ln(3)|, |\ln(3)|\} = 3 \cdot \ln(3)$$

(6°)

$$E \leq \frac{b-a}{2} \cdot h \cdot M = \frac{1-0}{2} \cdot (0.2) \cdot (3 \cdot \ln(3)) = 0.32958$$

(10) درجة

السؤال الثالث: أجب عن أحد السؤالين الآتيين:

1. لتكن لدينا الدالة $y = f(x)$ المعطاة وفق الجدول الآتي:

x	-2	-1	0	1	2
y	-3	-2	1	3	8

أوجد كثيرة حدود الاستيفاء $P_1(x)$ لهذه الدالة بطريقة المربعات الصغرى.

الحل:

عدد النقاط 5 و منه $n = 4$

تقريبات المربعات الخطية $m = 1$ أي إيجاد $P_1(x) = a_0 + a_1x$

$$\begin{aligned} a_0 \sum_{i=0}^4 x_i^0 + a_1 \sum_{i=0}^4 x_i^1 &= \sum_{i=0}^4 y_i \\ (3^\circ) \quad a_0 \sum_{i=0}^4 x_i^1 + a_1 \sum_{i=0}^4 x_i^2 &= \sum_{i=0}^4 y_i x_i^1 \end{aligned}$$

$$(6^\circ) \quad \sum_{i=0}^4 y_i = 7 \text{ و } \sum_{i=0}^4 x_i^1 = -2 - 1 + 0 + 1 + 2 = 0 \text{ و } \sum_{i=0}^4 x_i^0 = 5$$

$$\sum_{i=0}^4 y_i x_i^1 = 27 \text{ و } \sum_{i=0}^4 x_i^2 = 10 \text{ و } \sum_{i=0}^4 x_i^1 = 0$$

$$(1^\circ) \quad a_0 = \frac{7}{5}, a_1 = \frac{27}{10} = 2.7 \text{ و حلها } \begin{cases} 5a_0 = 7 \\ 10a_1 = 27 \end{cases}$$

$$\text{و منه تكون جملة المعادلتين: } \begin{cases} 5a_0 = 7 \\ 10a_1 = 27 \end{cases}$$

$$\text{و بالتالي: } P_1(x) = \frac{7}{5} + 2.7x$$

2. استخدم طريقة هورنر لحساب قيم كثيرة الحدود عند $x = 3$ و حساب قيم جميع مشتقاتها في نفس

$$\text{النقطة حيث } P(x) = x^4 - 5x^3 + 5x^2 + 5x - 7$$

الحل:

لحساب $P(3)$:

(2°)

	1	-5	5	5	-7
$x = 3$		3	-6	-3	6
	1	-2	-1	2	$-1 = P(3)$

من الجدول نجد: $P(3) = -1$

لحساب قيمة المشتق الأول عند $x = 3$:

(2°)

	1	-2	-1	2
$x = 3$		3	3	6
	1	1	2	$8 = \frac{P(3)}{1!}$

و بالتالي يكون $P(3) = 8$

لحساب قيمة المشتق الثاني عند $x = 3$:

(2°)

	1	1	2
$x = 3$		3	12
	1	4	$14 = \frac{P(2)(3)}{2!}$

و بالتالي يكون $P(2)(3) = 14 \times 2! = 28$

لحساب قيمة المشتق الثالث عند $x = 3$:

(2°)

	1	4
$x = 3$		3
	1	$7 = \frac{P(3)(3)}{3!}$

و منه: $P(3)(3) = 7 \times 3! = 7 \times 6 = 42$

لحساب قيمة المشتق الرابع عند $x = 3$:

(2°)

	1
$x = 3$	
	$1 = \frac{P(4)(3)}{4!}$

و منه: $P(4)(3) = 1 \times 4! = 24$

السؤال الرابع: أجب عن السؤالين الآتيين:

(20) درجة

1. أوجد الحل التقريبي للمعادلة $f(x) = 0$ و الموجود في المجال $[3,4]$ مستخدماً طريقة نيوتن 15
رافسون حيث: $f(x) = x^3 - 2x - 30$ و $\varepsilon = 0.0005$ (مكتفياً بالتقريب لخمس أرقام عشرية).
الحل:

$$\varepsilon = 0.0005 \text{ و } (x) = x^3 - 2x - 30$$

$$f(3) = -9, f(4) = 26$$

$$f(3) \cdot f(4) < 0$$

نضع $x_0 = \frac{3+4}{2} = 3.5$ و لدينا $f(x) = 3x^2 - 2$ في (3)

$$f(x_0) = (3.5)^3 - 2(3.5) - 30 = 5.875, f'(x_0) = 3(3.5)^2 - 2 = 34.75$$

(2) $|x_1 - x_0| = 0.16907 > \varepsilon$ و $x_1 = x_0 - \frac{f(x_0)}{f'(x_0)} = 3.33093$

$$f(x_1) = (3.33093)^3 - 2(3.33093) - 30 = 0.29512$$

$$f'(x_1) = 3(3.33093)^2 - 2 = 31.28528$$

(2) $x_2 = x_1 - \frac{f(x_1)}{f'(x_1)} = 3.32149, |x_2 - x_1| = 0.00944 > \varepsilon$

$$f(x_2) = 0.00068, f'(x_2) = 31.09688$$

(2) $x_3 = x_2 - \frac{f(x_2)}{f'(x_2)} = 3.32146, |x_3 - x_2| = 0.00003 < 0.0005$

(1) $\bar{x} = 3.3214$ هو الحل التقريبي المقبول

$$x^3 + y^3 - 6x + 3 = 0$$

$$x^3 - y^3 - 6y + 2 = 0$$

2. لتكن لدينا جملة المعادلتين:

10

أوجد بطريقة التقريبات المتتالية الجذر (x_1, y_1) حيث $(x_0, y_0) = (0.5, 0.5)$

الحل:

(2) نضع $x = \frac{1}{6}(x^3 + y^3) + \frac{1}{2} = F(x, y)$ و $y = \frac{1}{6}(x^3 - y^3) + \frac{1}{3} = G(x, y)$

(2)

$$|F_x|_{(x_0, y_0)} + |F_y|_{(x_0, y_0)} = \frac{0.25}{2} + \frac{0.25}{2} = 0.25 < 1$$

(2)

$$|G_x|_{(x_0, y_0)} + |G_y|_{(x_0, y_0)} = \frac{0.25}{2} + \frac{0.25}{2} = 0.25 < 1$$

الخيار موفق بالتالي نكتب علاقتي التكرار بالشكل الآتي:

$$(2) \quad y_{n+1} = \frac{1}{6}(x_n^3 - y_n^3) + \frac{1}{3} \text{ و } x_{n+1} = \frac{1}{6}(x_n^3 + y_n^3) + \frac{1}{2}$$

فيكون لدينا:

$$(2) \quad x_1 = \frac{1}{6}(x_0^3 + y_0^3) + \frac{1}{2} = 0.542 \text{ و } y_1 = \frac{1}{6}(x_0^3 - y_0^3) + \frac{1}{3} = 0.333$$

مدرس المقرر: أ.د. نضال إبراهيم حسن

طرس 21/7/2024

مكتبة
A to Z

السؤال الأول: (16) درجة

1. أوجد الخطأ المطلق و النسبي في حساب قيمة الدالة $f(x, y, z) = \frac{x^2 y}{z}$ حيث: $x = 1.4$, $y = 3.21$, $z = 6.4$ أعداد مدورة.
2. أوجد الحل y_1 للمعادلة التفاضلية $y' = x \cdot y$ بطريقة تايلور مستخدماً خمسة حدود من منشور تايلور علماً أن $y(0) = 1$ و $h = 0.1$.

السؤال الثاني: لتكن لدينا الدالة $y = f(x)$ المعطاة وفق الجدول الآتي: (24) درجة

x	0.2	0.4	0.6	0.8	1
y	0.98007	0.92106	0.82534	0.6967	0.54030

أجب عن الأسئلة الآتية مكتفياً بالتقريب لخمس أرقام عشرية.

1. اكتب جدول الفروق الأمامية للدالة المعطاة. 2. أوجد قيمة تقريبية للدالة y عند $x = 0.7$ باستخدام حدودية استيفاء نيوتن من الدرجة الثالثة $P_3(x)$ الموافقة لهذه الدالة (دون إيجادها) ثم أحسب الخطأ المرتكب.
3. أوجد القيمة التقريبية للمشتق $y'(0.45)$ مستفيداً من حدودية استيفاء نيوتن $P_3(x)$.
4. أوجد بطريقة أشباه المنحرفات القيمة التقريبية للتكامل $\int_{0.2}^1 f(x) \cdot dx$.

السؤال الثالث: اختر أحد السؤالين الآتيين: (مكتفياً بالتقريب لخمس أرقام عشرية) (10) درجات

1. لتكن لدينا الدالة $y = e^x$ و المعرفة عند النقاط $x_0 = -1, x_1 = 0, x_2 = 1$ ، اكتب جدول القيم لها ثم أوجد كثيرة حدود الاستيفاء بطريقة لاغرانج.
2. لتكن لدينا جملة المعادلتين $\begin{cases} x - \sin y = 0 \\ y - \cos x = 0 \end{cases}$ أوجد الجذر (x_1, y_1) لهاتين المعادلتين بطريقة التقريبات المتتالية علماً أن الحل الابتدائي $(x_0, y_0) = (1, 1)$.

السؤال الرابع: (20) درجة

1. أوجد القيمة التقريبية لجذر المعادلة $x^3 - x - 1 = 0$ بطريقة تنصيف المجال حيث $\varepsilon = 0.05$ (مكتفياً بالتقريب لخمس أرقام عشرية)

2. لتكن لدينا جملة المعادلات الخطية:

$$4x_1 + x_2 - 2x_3 = 1$$

$$x_1 + 3x_2 - x_3 = 8$$

$$x_1 - 7x_2 + 10x_3 = 2$$

أوجد الجذر $x^{(2)}$ حيث: $x^{(0)} = (1, 3, 2)$.

انتهت الأسئلة

مدرس المقرر: أ.د. نضال إبراهيم حسن

مع غنياتها بالنجاح والنوفيق

13/2 /2024

السؤال الأول: (16) درجة

1. أوجد الخطأ المطلق و النسبي في حساب قيمة الدالة $f(x, y, z) = \frac{x^2 \cdot y}{z}$ حيث:

$x = 1.4, y = 3.21, z = 6.4$ أعداد مدورة. (8°)

الحل: لدينا $f(1.4, 3.21, 6.4) = 0.9830625$

طريقة أولى:

لحساب الخطأ النسبي:

$$\Delta x = 5 \times 10^{-2}, \Delta y = 5 \times 10^{-3}, \Delta z = 5 \times 10^{-2}$$

الدالة تكتب بالشكل $f(x, y, z) = x^2 \cdot y \cdot z^{-1}$ و منه:

$$R_f \leq |2|R_x + |1|R_y + |-1|R_z = 2 \left(\frac{\Delta x}{x} \right) + \left(\frac{\Delta y}{y} \right) + \left(\frac{\Delta z}{z} \right)$$

$$R_f \leq 2 \left(\frac{5 \times 10^{-2}}{1.4} \right) + \left(\frac{5 \times 10^{-3}}{3.21} \right) + \left(\frac{5 \times 10^{-2}}{6.4} \right) = 0.080798704$$

فيكون الخطأ المطلق:

$$\Delta f \leq f(1.4, 3.21, 6.4) \cdot R_f = (0.9830625)(0.080798704) = 0.079430176$$

طريقة ثانية:

لحساب الخطأ المطلق:

$$\Delta f \leq \Delta x \left| \frac{\partial f}{\partial x} \right|_{(1.4, 3.21, 6.4)} + \Delta y \left| \frac{\partial f}{\partial y} \right|_{(1.4, 3.21, 6.4)} + \Delta z \left| \frac{\partial f}{\partial z} \right|_{(1.4, 3.21, 6.4)}$$

$$\frac{\partial f}{\partial z} = -\frac{x^2 \cdot y}{z^2}, \frac{\partial f}{\partial y} = \frac{x^2}{z}, \frac{\partial f}{\partial x} = \frac{2xy}{z}$$

$$\Delta f = (5 \times 10^{-2})|1.404375| + (5 \times 10^{-3})|0.30625| + (5 \times 10^{-2})|-0.153603516| = 0.079430176$$

$$R_f = \frac{\Delta f}{f(8,5,10)} \leq \frac{0.079430176}{(0.9830625)} = 0.080798704$$

طريقة ثالثة:

لدينا:

$$\Delta x = 5 \times 10^{-2}, \Delta y = 5 \times 10^{-3}, \Delta z = 5 \times 10^{-2}$$

$$R_1 = \frac{\Delta x}{x} = 0.035714286$$

$$R_2 = \frac{\Delta y}{y} = 0.001557632$$

$$R_3 = \frac{\Delta z}{z} = 0.0078125$$

فيكون الخطأ النسبي في حساب الجداء $x^2 \cdot y$:

$$R_4 \leq 2R_1 + R_2 = 0.072986204$$

و يكون الخطأ النسبي في حساب القسمة $\frac{x^2 \cdot y}{z}$: $R_f \leq R_4 + R_3 = 0.080798704$

فيكون الخطأ المطلق :

$$\Delta f \leq f(1.4, 3.21, 6.4) \cdot R_f = (0.9830625)(0.080798704) = 0.079430176$$

2. أوجد الحل y_1 للمعادلة التفاضلية $y' = x \cdot y$ بطريقة تايلور مستخدماً خمسة حدود من منشور تايلور علماً أن $y(0) = 1$ و $h = 0.1$ (8°)

الحل :

$$y' = x \cdot y \text{ و منه : } y'' = y + x \cdot y'$$

$$y''' = y' + y' + x \cdot y'' = 2y' + x \cdot y''$$

$$y^{(4)} = 2y'' + y'' + x \cdot y''' = 3y'' + x \cdot y'''$$

$$y'(x_0) = y'(0) = x_0 y_0 = 0$$

$$y''(x_0) = y''(0) = 1 + (0)(0) = 1$$

$$y'''(x_0) = y'''(0) = 2(0) + (0)(1) = 0$$

$$y^{(4)}(x_0) = 3(1) + (0)(0) = 3$$

منشور تايلور :

$$y_1 = y(x_1) = y(x_0) + hy'(x_0) + \frac{h^2}{2!} y''(x_0) + \frac{h^3}{3!} y'''(x_0) + \frac{h^4}{4!} y^{(4)}(x_0)$$

$$y_1 = 1 + (0.1)(0) + \frac{(0.1)^2}{2} (1) + \frac{(0.1)^3}{6} (0) + \frac{(0.1)^4}{24} (3) = 1.005$$

السؤال الثاني: لتكن لدينا الدالة $y = f(x)$ المعطاة وفق الجدول الآتي: (24) درجة

1. اكتب

جدول الفروق

الأمامية للدالة

x	0.2	0.4	0.6	0.8	1
y	0.98007	0.92106	0.82534	0.6967	0.54030

المعطاة. 2. أوجد قيمة تقريبية للدالة y عند $x = 0.7$ باستخدام حدودية استيفاء نيوتن من الدرجة الثالثة

$P_3(x)$ الموافقة لهذه الدالة (دون إيجادها) ثم احسب الخطأ المرتكب. 3. أوجد القيمة التقريبية للمشتق

$y'(0.45)$ مستفيداً من حدودية استيفاء نيوتن $P_3(x)$. 4. أوجد بطريقة أشباه المنحرفات القيمة التقريبية

للتكامل $\int_{0.2}^1 f(x) \cdot dx$. (مكتفياً بالتقريب لخمس أرقام عشرية)

الحل :

(6°)

1.

x	y	Δy	$\Delta^2 y$	$\Delta^3 y$	$\Delta^4 y$
---	---	------------	--------------	--------------	--------------

0.2	0.98007				
		-0.05901			
0.4	0.92106		-0.03671		
		-0.09572		0.00379	
0.6	0.82534		-0.03292		0.00137
		-0.12864		0.00516	
0.8	0.6967		-0.02776		
		-0.1564			
1	0.54030				

$$x_0 = 0.2 \quad \& \quad h = x_{i+1} - x_i = 0.2$$

$$\alpha = \frac{x - x_0}{h} = \frac{x - 0.2}{0.2} = \frac{x - \frac{1}{5}}{\frac{1}{5}} = 5 \left(x - \frac{1}{5} \right) = 5x - 1$$

$$(6^\circ) \quad \alpha = 5x - 1 = 5(0.7) - 1 = 2.5 \quad \text{عندما } x = 0.7 \text{ فإن}$$

$$P_3(\alpha) = y_0 + \alpha \Delta y_0 + \binom{\alpha}{2} \Delta^2 y_0 + \binom{\alpha}{3} \Delta^3 y_0$$

$$f(0.7) \approx P_3(2.5) = 0.98007 + \binom{2.5}{1}(-0.05901) + \binom{2.5}{2}(-0.03671) + \binom{2.5}{3}(0.00379)$$

$$f(0.7) \approx P_3(2.5) = 0.764898$$

$$E = \binom{\alpha}{4} \Delta^4 y_0 = \frac{\alpha(\alpha-1)(\alpha-2)(\alpha-3)}{4!} \Delta^4 y_0 \quad \text{و الخطأ المرتكب هو:}$$

$$\alpha = 5x - 1 = 5(0.7) - 1 = 2.5$$

$$E = \binom{2.5}{4} \Delta^4 y_0 = \left| \frac{2.5(1.5)(0.5)(-0.5)}{4!} (0.00137) \right| = 0.000053515$$

(6°)

$$\alpha = \frac{x - x_0}{h} = \frac{0.45 - 0.4}{0.2} = 0.25 \quad 3.$$

$$\begin{aligned} \hat{f}(0.45) &\approx \frac{1}{h} \left[\Delta y_0 + \left(\alpha - \frac{1}{2} \right) \Delta^2 y_0 + \left(\frac{\alpha^2}{2} - \alpha + \frac{1}{3} \right) \Delta^3 y_0 \right] \\ &= \frac{1}{0.2} [-0.09572 + (-0.25)(-0.03292) + (0.11458)(0.00516)] \\ &= -0.43449 \end{aligned}$$

(6°)

4. المساحة التقريبية بطريقة شبه المنحرف:

$$S \approx \int_{0.2}^1 f(x) \cdot dx = \frac{h}{2} [y_0 + 2(y_1 + y_2 + y_3) + y_4]$$

$$\int_{0.2}^1 f(x) \cdot dx = \frac{0.2}{2} [0.98007 + 2(0.92106 + 0.82534 + 0.6967) + 0.54030] = 0.64066$$

السؤال الثالث: اختر أحد السؤالين الآتيين:

(10) درجات

1. لتكن لدينا الدالة $y = e^x$ و المعرفة عند النقاط $x_0 = -1, x_1 = 0, x_2 = 1$ ، اكتب جدول القيم لها ثم أوجد كثيرة حدود الاستيفاء بطريقة لاغرانج. (مكتفياً بالتقريب لخمس أرقام عشرية)
الحل:

x_i	-1	0	1
y_i	$\frac{1}{e}$	1	e

نوجد حدوديات لاغرانج:

$$L_0(x) = \frac{(x - x_1)(x - x_2)}{(x_0 - x_1)(x_0 - x_2)} = \frac{(x - 0)(x - 1)}{(-1 - 0)(-1 - 1)} = \frac{1}{2}(x^2 - x)$$

$$L_1(x) = \frac{(x - x_0)(x - x_2)}{(x_1 - x_0)(x_1 - x_2)} = \frac{(x + 1)(x - 1)}{(0 + 1)(0 - 1)} = 1 - x^2$$

$$L_2(x) = \frac{(x - x_0)(x - x_1)}{(x_2 - x_0)(x_2 - x_1)} = \frac{(x + 1)(x - 0)}{(1 + 1)(1 - 0)} = \frac{1}{2}(x^2 + x)$$

$$p_2(x) = L_0(x)y_0 + L_1(x)y_1 + L_2(x)y_2$$

$$p_2(x) = \frac{1}{2}(x^2 - x)\left(\frac{1}{e}\right) + (1 - x^2)(1) + \frac{1}{2}(x^2 + x)(e)$$

$$p_2(x) = \frac{(e - 1)^2}{2e}x^2 + \frac{e^2 - 1}{2e}x + 1 = 0.54308x^2 + 1.1752x + 1$$

2. لتكن لدينا جملة المعادلتين $\begin{cases} x - \sin y = 0 \\ y - \cos x = 0 \end{cases}$ أوجد الجذر (x_1, y_1) لهاتين المعادلتين بطريقة التقريبات

المتتالية علماً أن الحل الابتدائي $(x_0, y_0) = (1, 1)$. (مكتفياً بالتقريب لخمس أرقام عشرية)

الحل:

$$y = \cos x = G(x, y) \text{ و } x = \sin y = F(x, y)$$

$$F_x = 0, F_y = \cos y \text{ و } G_x = -\sin x, G_y = 0 \text{ بوضوح نجد أن:}$$

$$|G_x|_{(x_0, y_0)} + |G_y|_{(x_0, y_0)} < 1 \text{ و } |F_x|_{(x_0, y_0)} + |F_y|_{(x_0, y_0)} < 1$$

نكتب علاقتي التكرار: $x_{n+1} = F(x_n, y_n)$ و $y_{n+1} = G(x_n, y_n), n = 0, 1, 2, \dots$

$$x_1 = \sin y_0 = 0.84147, y_1 = \cos x_0 = 0.5403$$

(20) درجة

السؤال الرابع:

1. أوجد القيمة التقريبية لجذر المعادلة $x^3 - x - 1 = 0$ بطريقة تنصيف المجال حيث

$$\varepsilon = 0.05 \text{ (مكتفياً بالتقريب لخمس أرقام عشرية)} \quad (10^\circ)$$

نلاحظ أن $f(1).f(2) = (-1)(5) < 0$ فالجذر يقع في المجال $[1, 2]$ ومنه:

$$|f(1.5)| > \varepsilon \text{ و } f(1.5) = 0.875 \Leftarrow x_0 = \frac{1+2}{2} = 1.5$$

$$f(1).f(1.5) < 0 \text{ فالجذر يقع في المجال } [1, 1.5] \text{ ومنه:}$$

$$|f(1.25)| > \varepsilon \text{ و } f(1.25) = -0.296875 \Leftarrow x_1 = \frac{1+1.5}{2} = 1.25$$

$$f(1.5).f(1.25) < 0 \text{ فالجذر يقع في المجال } [1.25, 1.5] \text{ ومنه:}$$

$$|f(1.375)| > \varepsilon \text{ و } f(1.375) = 0.22461 \Leftarrow x_2 = \frac{1.25+1.5}{2} = 1.375$$

$$f(1.375).f(1.25) < 0 \text{ فالجذر يقع في المجال } [1.25, 1.375] \text{ ومنه:}$$

$$|f(1.3125)| > \varepsilon \text{ و } f(1.3125) = -0.051514 \Leftarrow x_3 = \frac{1.25+1.375}{2} = 1.3125$$

$$f(1.375).f(1.3125) < 0 \text{ فالجذر يقع في المجال } [1.3125, 1.375] \text{ ومنه:}$$

$$f(1.34375) = 0.081636 \Leftarrow x_4 = \frac{1.3125+1.375}{2} = 1.34375$$

$$|f(1.34375)| > \varepsilon$$

$$f(1.34375).f(1.3125) < 0 \text{ فالجذر يقع في المجال } [1.3125, 1.34375] \text{ ومنه:}$$

$$f(1.328125) = 0.014576 \Leftarrow x_5 = \frac{1.3125+1.34375}{2} = 1.328125$$

$$|f(1.328125)| < \varepsilon$$

$$\bar{x} = x_5 \text{ فالجذر التقريبي المقبول}$$

ملاحظة: تقبل الإجابة $\bar{x} = x_4$ في حال استخدم الطالب المعيار:

$$|x_4 - x_3| = 0.03125 < 0.05 = \varepsilon$$

2. لتكن لدينا جملة المعادلات الخطية:

$$4x_1 + x_2 - 2x_3 = 1$$

$$x_1 + 3x_2 - x_3 = 8$$

$$x_1 - 7x_2 + 10x_3 = 2$$

أوجد الجذر $x^{(2)}$ حيث: $x^{(0)} = (1, 3, 2)$.

الحل:

نكتب جملة المعادلات بالشكل:

$$x_1 = -\frac{1}{4}x_2 + \frac{1}{2}x_3 + \frac{1}{4}$$

$$x_2 = -\frac{1}{3}x_1 + \frac{1}{3}x_3 + \frac{8}{3}$$

$$x_3 = -\frac{1}{10}x_1 + \frac{7}{10}x_2 + \frac{1}{5}$$

$$\alpha = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{4} & \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{3} & 0 & \frac{1}{3} \\ -\frac{1}{10} & \frac{7}{10} & 0 \end{bmatrix}, \beta = \begin{bmatrix} \frac{1}{4} \\ \frac{8}{3} \\ \frac{1}{5} \end{bmatrix} \text{ نجد:}$$

$$\|\alpha\| = \max_{1 \leq i \leq 3} (\sum_{j=1}^3 |\alpha_{ij}|) = \max(0.75, 0.167, 0.8) = 0.8 < 1 \text{ و يكون:}$$

فالجملة قابلة للحل و تكون العلاقة التكرارية $X^{(k+1)} = \alpha X^{(k)} + \beta$ أي:

$$\text{و منه: } \begin{bmatrix} x_1^{(k+1)} \\ x_2^{(k+1)} \\ x_3^{(k+1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{4} & \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{3} & 0 & \frac{1}{3} \\ -\frac{1}{10} & \frac{7}{10} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1^{(k)} \\ x_2^{(k)} \\ x_3^{(k)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{4} \\ \frac{8}{3} \\ \frac{1}{5} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x_1^{(1)} \\ x_2^{(1)} \\ x_3^{(1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{4} & \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{3} & 0 & \frac{1}{3} \\ -\frac{1}{10} & \frac{7}{10} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1^{(0)} \\ x_2^{(0)} \\ x_3^{(0)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{4} \\ \frac{8}{3} \\ \frac{1}{5} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{4} & \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{3} & 0 & \frac{1}{3} \\ -\frac{1}{10} & \frac{7}{10} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{4} \\ \frac{8}{3} \\ \frac{1}{5} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.5 \\ 3 \\ 2.2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x_1^{(2)} \\ x_2^{(2)} \\ x_3^{(2)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{4} & \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{3} & 0 & \frac{1}{3} \\ -\frac{1}{10} & \frac{7}{10} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1^{(1)} \\ x_2^{(1)} \\ x_3^{(1)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{4} \\ \frac{8}{3} \\ \frac{1}{5} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{4} & \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{3} & 0 & \frac{1}{3} \\ -\frac{1}{10} & \frac{7}{10} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.5 \\ 3 \\ 2.2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{4} \\ \frac{8}{3} \\ \frac{1}{5} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.6 \\ 3.233 \\ 2.25 \end{bmatrix}$$

انتهى السند

مدرس المقرر: أ.د. نضال إبراهيم حسن

40

الاسم
الدرجة ٧٠

تحليل عددي
سنة ثالثة فيزياء
الفصل الدراسي الثاني ٢٠٢٢/٢٠٢٣

جامعة طرطوس
كلية العلوم

السؤال الأول: (٢٠ درجة)

١- لتكن لدينا الدالة $f(x, y, z) = \frac{\ln(x)z}{y}$ والمطلوب: أ- أحسب قيمة الدالة في النقطة $(x, y, z) = (1.009, 2.1, 3.05)$
(اعداد مدورة)

ب- احسب الخطأ المطلق والنسبي المرتكبين في حساب القيمة السابقة

٢- استخدم طريقة رونج - كوتا لإيجاد الحل التقريبي y_1 للمعادلة التفاضلية: $y' = x.y^{\frac{1}{3}}$ والشرط الابتدائي $y(1) = 1$ ،
 $h = 0.1$

السؤال الثاني: (٣٠ درجة)

١- لتكن لدينا الدالة $y = \sin(x^2)$ المعطاة بالجدول التالي :

x_i	٠	٠,٥	١	١,٥	٢	٢,٥	٣
y_i	٠	٠,٢٤٧٤٠٤	٠,٨٤١٤٧	٠,٧٧٨٠٧	-٠,٧٥٦٨٠٢	-٠,٠٣٣١٧	٠,٤١٤١١٨

والمطلوب: أوجد كثيرة حدود الاقتراف $P_1(x)$ بطريقة المربعات الصغرى

٢- نتمم الجدول للدالة السابقة بالشكل :

x_i	٠	٠,٥	١	١,٥	٢	٢,٥	٣
y_i	٠	٠,٢٤٧٤٠٤	٠,٨٤١٤٧	٠,٧٧٨٠٧	-٠,٧٥٦٨٠٢	-٠,٠٣٣١٧	٠,٤١٤١١٨

والمطلوب : أ- أوجد جدول الفروق الامامية للدالة ، ب- أوجد القيمة التقريبية للمشتق $y'(0.5)$ باستخدام كثيرة حدود نيوتن الممكنة :

(دون ايجادها) ، واحسب الخطأ المرتكب ، ج- أوجد بطريقة المستطيلات، القيمة التقريبية للتكامل $\int_0^3 f(x)dx$ ، واحسب الخطأ

المرتكب.

السؤال الثالث (٢٠ درجة)

١- لتكن لدينا الدالة $f(x) = x^4 - 2x - 1$ والمطلوب : أ- أوجد بطريقة هورنر، قيمة الدالة وقيمة جميع مشتقاتها في النقطة

$x = 1.5$ ب- أوجد بطريقة نيوتن- رافسون الجذر التقريبي للمعادلة $f(x) = 0$ معتبرا ، $x_0 = 1.5$ و $\varepsilon = 0.003$

$$3x_1 + x_2 + x_3 = 5$$

٢- لتكن لدينا جملة المعادلات الخطية $x_1 + 3x_2 + x_3 = 5$ والمطلوب: أ- أدرس وجود حل للجملة، ب- أوجد بطريقة جاكوبي

$$x_1 + x_2 + 3x_3 = 5$$

مدرس المقرر أ.د نضال ابراهيم حسن

الجذر $X^{(2)}$ اذا علمت أن $X^{(0)} = \beta$

طرطوس في ٣ - ٨ - ٢٠٢٣

سليم توزيع ايرطاس: طقرر تحليل عددي من 3 متغيرات - (فضل الثاني) 2.00
 20 عشرون

$$f(x, y, z) = f(1.009, 2.1, 3.05) = \frac{[\ln(1.009)](3.05)}{2.1} \quad (-1 \text{ جواب السؤال الاول: } 10)$$

$$= 0.013012957$$

$$\delta_x \leq 5 \times 10^{-4}, \delta_y \leq 5 \times 10^{-2}, \delta_z \leq 5 \times 10^{-3}$$

$$(\delta_f)_{\max} \leq \left| \frac{\partial f}{\partial x} \right| \delta_x + \left| \frac{\partial f}{\partial y} \right| \delta_y + \left| \frac{\partial f}{\partial z} \right| \delta_z$$

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{z}{x \cdot y} \Rightarrow \left| \frac{\partial f}{\partial x} \right| = \frac{3.05}{2.1189} = 1.439426117$$

$$\frac{\partial f}{\partial y} = \frac{-\ln(x) \cdot z}{y^2} \Rightarrow \left| \frac{\partial f}{\partial y} \right| = \left| \frac{-0.027327211}{4.41} \right| = 0.0061966461$$

$$\frac{\partial f}{\partial z} = \frac{\ln(x)}{y} \Rightarrow \left| \frac{\partial f}{\partial z} \right| = \frac{0.0089597413}{2.1} = 0.004266543$$

$$(\delta_f)_{\max} \leq 1.439426117 \times 5 \times 10^{-4} + 0.0061966461 \times 5 \times 10^{-2} + 0.004266543 \times 5 \times 10^{-3}$$

$$= 0.000719713 + 0.000309832 + 0.0000213327$$

$$= 0.001050877$$

$$(E_f)_{\max} \leq \frac{(\delta_f)_{\max}}{|f|} = \frac{0.001050877}{0.013012957} = 0.080756203$$

$$y_1 = y_0 + \frac{1}{6} [K_1^{(0)} + 2(K_2^{(0)} + K_3^{(0)}) + K_4^{(0)}]$$

10 (-<

$$K_1^{(0)} = h f(x_0, y_0) = (0.1)(1)(1^{\frac{1}{3}}) = 0.1$$

$$K_2^{(0)} = h f(x_0 + h/2, K_1^{(0)}/2) = (0.1)(1.05)(1.05)^{\frac{1}{3}} = 0.106721617$$

$$K_3^{(0)} = h f(x_0 + h/2, K_2^{(0)}/2) = (0.1)(1.05)(1.05336)^{\frac{1}{3}} = 0.10683536$$

$$K_4^{(0)} = h f(x_0 + h, K_3^{(0)} + y_0) = (0.1)(1.1)(1.10684)^{\frac{1}{3}} = 0.113785527$$

$$y_1 = 1 + \frac{1}{6} [0.1 + 2(0.106721617 + 0.10683536) + 0.113785527]$$

$$= 1.10681658$$

$$a_0 \sum_{i=0}^n (x_i)^s + a_1 \sum_{i=0}^n (x_i)^{s+1} + \dots + a_m \sum_{i=0}^n x_i^{s+m} = \sum_{i=0}^n x_i^s y_i$$

إجابة السؤال الثاني: -1
(30) مشدّد (10)

$$m=1 \Rightarrow s=0, 1, n=3$$

$$s=0 \Rightarrow a_0 \sum_{i=0}^3 (x_i)^0 + a_1 \sum_{i=0}^3 (x_i)^1 = \sum_{i=0}^3 (x_i)^0 y_i$$

$$a_0(1+1+1+1) + a_1(0+0.5+3+5) = 0+0.247404+0.412118-0.132352$$

$$4a_0 + 8.5a_1 = 0.527171 \quad (1)$$

$$s=1 \Rightarrow a_0 \sum_{i=0}^3 (x_i)^1 + a_1 \sum_{i=0}^3 (x_i)^2 = \sum_{i=0}^3 (x_i)^1 y_i$$

$$a_0(0+0.5+3+5) + a_1(0.25+9+25) = 0.5(0.247404) + 3(0.412118) - 5(0.132352)$$

$$8.5a_0 + 34.25a_1 = 0.698299 \quad (2)$$

نضرب المعادلة (1) بـ 2.125 وطرح الناتج من المعادلة (2) نحصل على

$$16.1875a_1 = -0.421939 \Rightarrow a_1 = -0.0260657$$

$$a_0 = 0.187182$$

بالقوة في واحدنا المتبقين (1) أو (2) نرى:
وتكون كثيرة حدود الإشتقاق المطلوبة هي:

$$p_1(x) = 0.187182 - 0.0260657x$$

(20) (-4) (-3)

x_i	y_i	Δy_i	$\Delta^2 y_i$	$\Delta^3 y_i$	$\Delta^4 y_i$	$\Delta^5 y_i$	$\Delta^6 y_i$
0	0	0.247404					
0.5	0.247404		0.346662				
		0.594066		-1.004128			
1	0.84147		-0.657466		0.190122		
		-0.0634		-0.814006		4.35386	
1.5	0.77807		-1.471472		4.543982		-15.164666
		-1.534872		3.729976		-10.810806	
2	-0.756802		2.258504		-6.266824		
		0.723632		-2.536848			
2.5	-0.03317		-0.278344				
		0.445288					
3	0.412118						

$$y'(0.5) = \frac{1}{h} \sum_{k=0}^n (-1)^k \frac{1}{k+1} \Delta^{k+1} y_1$$

تمتة إجابة السؤال الثاني : - ج - 8
نسطافن الجداول أن : $n=4$

$$= \frac{1}{0.5} \left[\Delta y_1 - \frac{1}{2} \Delta^2 y_1 + \frac{1}{3} \Delta^3 y_1 - \frac{1}{4} \Delta^4 y_1 + \frac{1}{5} \Delta^5 y_1 \right]$$

$$= \frac{1}{0.5} \left[0.594066 - \frac{1}{2}(-0.657466) + \frac{1}{3}(-0.814006) - \frac{1}{4}(4.543982) + \frac{10.810806}{5} \right]$$

$$= -5.29338606$$

$$\varepsilon'(x_i) = \frac{h^n}{n+1} f^{(n+1)}(c) : c \in [0, 3]$$

الخطأ المرتكب

$$\varepsilon'(x_i) = \frac{h^4}{5} M : M = \max \{ |f^{(5)}(0)|, |f^{(5)}(3)| \}$$

$$f(x) = \sin(x^2) \Rightarrow f'(x) = 2x \cos x^2 \Rightarrow f''(x) = 2 \cos x^2 - 4x^2 \sin x^2$$

$$f'''(x) = -4x \sin x^2 - 8x \sin x^2 - 8x^3 \cos x^2 = -12x \sin x^2 - 8x^3 \cos x^2$$

$$f^{(4)}(x) = -12 \sin x^2 - 24x^3 \cos x^2 - 24x^2 \cos x^2 + 16x^4 \sin x^2$$

$$= (-12 + 16x^4) \sin x^2 + (24x^3 + 24x^2) \cos x^2$$

$$f^{(5)}(x) = 64x^3 \sin x^2 + (-24x + 32x^5) \cos x^2 - (72x^2 + 48x) \cos x^2 + (48x^4 + 48x^3) \sin x^2$$

$$f^{(5)}(x) = (112x^3 + 48x^4) \sin x^2 + (-72x - 72x^2 + 32x^5) \cos x^2$$

$$f^{(5)}(0) = 0, f^{(5)}(3) = -3449.1694 \Rightarrow M = 3449.1694$$

$$\varepsilon'(x_i) = \frac{(0.5)^4}{5} (3449.1694) = 43.1146175$$

$$S \approx \int_0^3 f(x) dx = h [y_0 + y_1 + y_2 + y_3 + y_4 + y_5]$$

8 (A)

$$= (0.5) [0.247404 + 0.84147 + 0.77807 - 0.756802 - 0.03317]$$

$$= 0.538486 \quad \text{دقة مربعة}$$

الخطأ المرتكب :

$$\varepsilon = \frac{b-a}{2} h f'(c) : c \in [0, 3] \Rightarrow \varepsilon \leq \frac{b-a}{2} h M : M = \max \{ |f'(0)|, |f'(3)| \}$$

$$f(x) = \sin x^2 \Rightarrow f'(x) = 2x \cos x^2 \Rightarrow f'(0) = 0, f'(3) = -5.46678157$$

$$M = 5.46678157 \Rightarrow \varepsilon \leq \frac{3-0}{2} (0.5) (5.46678157) = 4.100086178$$

حل السؤال الثالث: (أ) (5) عُرُون 20

$$x = 1.5 \quad \begin{array}{cccc} 1 & 0 & 0 & -2 & -1 \\ 1.5 & 2.25 & 3.375 & 2.0625 \end{array}$$

$$1 \quad \begin{array}{ccc} 1.5 & 2.25 & 1.375 \end{array} \quad 1.0625 = P_1(1.5)$$

$$x = 1.5 \quad \begin{array}{ccc} 1.5 & 4.5 & 10.125 \end{array}$$

$$1 \quad \begin{array}{ccc} 3 & 6.75 & 11.5 \end{array} \quad 11.5 = P'_1(1.5)/1! \Rightarrow P'_1(1.5) = 11.5$$

$$x = 1.5 \quad \begin{array}{ccc} 1.5 & 6.75 & \dots \end{array}$$

$$1 \quad \begin{array}{ccc} 4.5 & 13.50 & \dots \end{array} \quad 13.50 = P''_1(1.5)/2! \Rightarrow P''_1(1.5) = 13.5 \times 2 = 27$$

$$x = 1.5 \quad \begin{array}{ccc} 1.5 & \dots & \dots \end{array}$$

$$1 \quad \begin{array}{ccc} 6 & \dots & \dots \end{array} \quad 6 = P'''_1(1.5)/3! \Rightarrow P'''_1(1.5) = 6 \times 6 = 36$$

$$x = 1.5 \quad \begin{array}{ccc} 1 & \dots & \dots \end{array}$$

$$1 = P^{(4)}_1(1.5)/4! \Rightarrow P^{(4)}_1(1.5) = 24$$

$$x_1 = x_0 - \frac{f(x_0)}{f'(x_0)}$$

$$x_1 = 1.5 - \frac{1.0625}{11.5} = 1.407608$$

$$x_2 = x_1 - \frac{f(x_1)}{f'(x_1)}$$

$$x_2 = 1.407608 - \frac{0.110572}{9.155930} = 1.395531$$

$$x_3 = x_2 - \frac{f(x_2)}{f'(x_2)}$$

$$= 1.395531 - \frac{0.001720}{8.871233} = 1.3953371$$

$$|x_3 - x_2| = 0.00019 < \epsilon$$

$$f(x) = x^4 - 2x - 1$$

$$f'(x) = 4x^3 - 2$$

$$f(1.5) = 1.0625$$

$$f'(1.5) = 11.5$$

$$f(1.407608) = 0.110572$$

$$f'(1.407608) = 9.155930$$

$$f(x_2) = 0.001720$$

$$f'(x_2) = 8.871233$$

الجذر التقريبي المطلوب هو

$$x_3 = 1.3953371$$

تسمة الإجابة السؤال الثالث: (ج) - (10)

$$\left. \begin{aligned} x_1 &= \frac{5}{3} - \frac{1}{3}x_2 - \frac{1}{3}x_3 \\ x_2 &= \frac{5}{3} - \frac{1}{3}x_1 - \frac{1}{3}x_3 \\ x_3 &= \frac{5}{3} - \frac{1}{3}x_1 - \frac{1}{3}x_2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow Q = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \\ -\frac{1}{3} & 0 & -\frac{1}{3} \\ -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3} & 0 \end{bmatrix} \quad X = \beta = \left[\frac{5}{3}, \frac{5}{3}, \frac{5}{3} \right]$$

- $\|Q\| = \max \{0.6, 0.6, 0.6\} = 0.6 < 1$ فالجولة عند متقاربة.

- بما أن عناصر القطر الرئيس هي الأكبر من صفوفها

فإن المصفوفة مهيبة و الجولة عند متقاربة.

$$\left. \begin{aligned} (1) \quad x_1 &= \frac{5}{3} - \frac{1}{3}\left(\frac{5}{3}\right) - \frac{1}{3}\left(\frac{5}{3}\right) = 0.55555 \\ (1) \quad x_2 &= \frac{5}{3} - \frac{1}{3}\left(\frac{5}{3}\right) - \frac{1}{3}\left(\frac{5}{3}\right) = 0.55555 \\ (1) \quad x_3 &= \frac{5}{3} - \frac{1}{3}\left(\frac{5}{3}\right) - \frac{1}{3}\left(\frac{5}{3}\right) = 0.55555 \end{aligned} \right\} \Rightarrow X = (0.55555, 0.55555, 0.55555)$$

$$\left. \begin{aligned} (2) \quad x_1 &= \frac{5}{3} - \frac{1}{3}(0.55555) - \frac{1}{3}(0.55555) = 1.29629 \\ (2) \quad x_2 &= \frac{5}{3} - \frac{1}{3}(0.55555) - \frac{1}{3}(0.55555) = 1.29629 \\ (2) \quad x_3 &= \frac{5}{3} - \frac{1}{3}(0.55555) - \frac{1}{3}(0.55555) = 1.29629 \end{aligned} \right\} \Rightarrow X = (1.29629, 1.29629, 1.29629)$$

السؤال الأول: (22) درجة

1- أوجد الخطأ المطلق والنسبي المرتكبين في حساب قيمة الدالة $f(x, y) = \frac{e^x}{x \ln y}$ حيث $(x, y) = (2.5, 4.25)$ (اعدد مدورة)

2- أوجد بطريقة رانج كوتا، الحل y_1 للمعادلة التفاضلية: $y' = (x - y)$ والحل الابتدائي $y(0) = 2$ و $h = 0.1$

السؤال الثاني: (24) درجة

بفرض لدينا الدالة $y = f(x)$ المعطاة بالجدول التالي:

x_i	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5
y_i	1	1.0948	1.1787	1.2509	1.3105	1.3570

والمطلوب: 1- أكتب جدول الفروق الأمامية للدالة. 2- أوجد قيمة الدالة في النقطة $x = 0.15$ بطريقة نيوتن الأمامية، باستخدام $P_3(x)$

(دون إيجادها) واحسب الخطأ المرتكب. 3- أوجد المشتق الأول $P_4'(0.1)$ وانكر عبارة الخطأ المرتكب.

4- أوجد بطريقتي شبه المنحرف و سيمبسون القيمة التقريبية للتكامل: $\int_0^{0.5} f(x) dx$ وانكر عبارة الخطأ المرتكب في كل طريقة

السؤال الثالث: (24) درجة

1- لتكن لدينا الدالة $y = f(x)$ المعطاة بالجدول التالي:

x_i	1	2	3	4
y_i	2	5	8	11

والمطلوب: أوجد كثيرة حدود الاستيفاء $P_1(x)$ لهذه الدالة بطريقة المربعات الصغرى.

$$f_1(x, y) = \sin(x - 0.6) - y = 1.6$$

$$f_2(x, y) = 3x - \cos y = 0.9$$

والمطلوب: أوجد الجذر (x_1, y_1) لهاتين المعادلتين بطريقة التقريبات المتتالية علماً أن الحل الابتدائي: $(x_0, y_0) = (0.1, -1.9)$

مع تمنياتي بالتوفيق والنجاح

طرطوس في 2023/2/7

مدرس المقرر: أ.د. نضال حسن

سليم توزيع الدرجات لقرار تحليل عددي وربحية سنة ثالثة من يناير مضراؤن ٢٠٢٢/٢٠٢٣

22

اجابة السؤال الأول (١-١) قيمة لالة : $f(x,y) = \frac{e^{2.5}}{(2.5)\ln(4.25)} = 3.367844$ 11

٢- الخطأ المطلق والنسبي :

$$\delta_x \leq 5 \times 10^{-2}, \delta_y \leq 5 \times 10^{-3}$$

$$(\delta_f)_{\max} \leq \left| \frac{\partial f}{\partial x}(x,y) \right| \delta_x + \left| \frac{\partial f}{\partial y}(x,y) \right| \delta_y$$

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{e^x \cdot x \ln x - \ln x e^x}{x^2 \ln^2 y} = \frac{e^x (x - 1)}{x^2 \ln y} \Rightarrow \left| \frac{\partial f}{\partial x}(x,y) \right| = 2.0207065$$

$$\frac{\partial f}{\partial y} = \frac{-e^x}{x \cdot y \ln^2 y} \Rightarrow \left| \frac{\partial f}{\partial y}(x,y) \right| = 0.5476703$$

$$(\delta_f)_{\max} \leq (2.0207065 \times 5 \times 10^{-2}) + (0.5476703 \times 5 \times 10^{-3}) =$$

$$0.10103532 + 0.0027383515 = 0.1037736715$$

$$(\epsilon_f)_{\max} \leq \frac{(\delta_f)_{\max}}{|f|} = \frac{0.1037736715}{3.367844} = 0.0308130874$$

اجابة السؤال الاثنون : (2-)

11

$$y_1 = y(0.1) = y_0 + \frac{1}{6} [K_1^{(0)} + 2(K_2^{(0)} + K_3^{(0)}) + K_4^{(0)}]$$

$$K_1^{(0)} = h f(x_0, y_0) = 0.1(x_0 - y_0) = 0.1(0 - 2) = -0.2$$

$$K_2^{(0)} = h f(x_0 + \frac{h}{2}, y_0 + \frac{K_1^{(0)}}{2}) = 0.1 \left[\frac{0.1}{2} - \left(2 + \frac{-0.2}{2} \right) \right] = -0.185$$

$$K_3^{(0)} = h f(x_0 + \frac{h}{2}, y_0 + \frac{K_2^{(0)}}{2}) = 0.1 \left[\frac{0.1}{2} - \left(2 + \frac{-0.185}{2} \right) \right] = -0.18575$$

$$K_4^{(0)} = h f(x_0 + h, y_0 + K_3^{(0)}) = 0.1 [0.1 - (2 - 0.18575)] = -0.171425$$

$$y_1 = 2 + \frac{1}{6} [-0.2 + 2(-0.185 - 0.18575) - 0.171425] = 1.8145125$$

x_i	y_i	Δy_i	$\Delta^2 y_i$	$\Delta^3 y_i$	$\Delta^4 y_i$	$\Delta^5 y_i$
0	1					
		0.0948				
0.1	1.0948		-0.0109			
		0.0839		-0.0008		
0.2	1.1787		-0.0117		-0.0001	
		0.0722		-0.0009		0.0005
0.3	1.2509		-0.0126		0.0004	
		0.0596		-0.0005		
0.4	1.3105		-0.0131			
		0.0465				
0.5	1.3570					

(1)
(4)

$$P_3(x) = y_0 + R \Delta y_0 + \frac{R(R-1)}{2!} \Delta^2 y_0 + \frac{R(R-1)(R-2)}{3!} \Delta^3 y_0$$

(2)
(6)

$$R = \frac{x - x_0}{h} \Rightarrow R = \frac{x - 0}{0.1} = 10x$$

$$x = 0.15 \Rightarrow R = 10(0.15) = 1.5$$

$$P_3(0.15) = 1 + 1.5(0.0948) + \frac{1.5(0.5)}{2!} (-0.0109) + \frac{1.5(0.5)(-0.5)}{3!} (-0.0008)$$

$$= 1.1381625$$

$$E = \frac{R(R-1)(R-2)(R-3)}{4!} \Delta^4 y_0 = \frac{(1.5)(0.5)(-0.5)(-1.5)}{24} (-0.0001)$$

$$= -0.0000023438 = -2.3438 \times 10^{-6}$$

$$P_4'(0.1) = \frac{1}{h} \sum_{k=0}^4 (-1)^k \frac{1}{k+1} \Delta^{k+1} y_0 = \frac{1}{h} \left[\Delta y_0 - \frac{1}{2} \Delta^2 y_0 + \frac{1}{3} \Delta^3 y_0 - \frac{1}{4} \Delta^4 y_0 \right]$$

$$= \frac{1}{0.1} \left[0.0839 + \frac{0.0839}{2} - \frac{0.0009}{3} - \frac{0.0004}{4} \right] = 0.8935$$

$$E = (-1)^n \frac{h^n}{n+1} f^{(n+1)}(c) : c \in [0, 0.5] \Rightarrow E \leq (-1)^n \frac{h^n}{n+1} M$$

$$M = \max \{ |f^{(n+1)}(0)|, |f^{(n+1)}(0.5)| \}$$

تتم الإجابة السؤال الثاني : (4) المساحة بطريقة سيمبسون المخرف : 8

$$S \approx \int_0^{0.5} f(x) dx = \frac{h}{2} [y_0 + 2(y_1 + y_2 + y_3 + y_4) + y_5]$$

$$= \frac{0.1}{2} [1 + 2(1.0948 + 1.1787 + 1.2509 + 1.3105) + 1.3570]$$

$$= 0.60134$$

وحدة مساحة مربعة

$$E = \frac{b-a}{12} h^2 f''(\bar{c}) : c \in [0, 0.5]$$

الخطأ المرتب :

$$E \leq \frac{b-a}{12} h^2 \cdot M : M = \max \{ |f''(0)|, |f''(0.5)| \}$$

المساحة بطريقة سيمبسون

$$S = \int_0^{0.5} f(x) dx = \frac{h}{3} [y_0 + 4(y_1 + y_3) + 2(y_2 + y_4) + y_5]$$

نقطة أن :

$$n = \frac{b-a}{h} = \frac{0.5-0}{0.1} = 5$$

هو عدد جزئي

ربما نسي لا يحدد واجراء النقاط أو حساب المساحة بهذه الطريقة

صيغة الخطأ المرتب :

$$E = \frac{b-a}{180} h^4 f^{(4)}(\bar{c}) : c \in [0, 0.5]$$

$$E \leq \frac{b-a}{180} h^4 \cdot M : M = \max \{ |f^{(4)}(0)|, |f^{(4)}(0.5)| \}$$

A to 2

(24)

إجابة السؤال الثالث: (1) بما أنه مطلوب $P_1(x) = P_m(x)$ نجد أن $m=1$ وهذا يعني أن $s=0, 1$ وبالتالي نجد:

عندما $s=0$ نبدأ في العدة المناسبة:

$$a_0 \sum_{i=0}^n x_i^s + a_1 \sum_{i=0}^n x_i^{s+1} + \dots + a_m \sum_{i=0}^n x_i^{s+m} = \sum_{i=0}^n x_i^s y_i$$

$$a_0 \sum_{i=0}^3 (x_i)^0 + a_1 \sum_{i=0}^3 (x_i)^1 = \sum_{i=0}^3 (x_i)^0 y_i$$

$$a_0(1+1+1+1) + a_1(1+2+3+4) = 2+5+8+11$$

$$4a_0 + 10a_1 = 26 \quad (1)$$

عندما $s=1$ نبدأ في العدة المناسبة:

$$a_0 \sum_{i=0}^3 (x_i)^1 + a_1 \sum_{i=0}^3 (x_i)^2 = \sum_{i=0}^3 (x_i)^1 y_i$$

$$a_0(1+2+3+4) + a_1(1+4+9+16) = 80 \quad (2)$$

$$a_0 = -1, a_1 = 3$$

بالحد المشترك نجد أن:

ونكونه كثيرة الحدود المطلوبة:

$$P_1(x) = 3x - 1$$

إجابة السؤال الثالث: (2) (12)

من المعادلة الأولى نحل y ونصلها إلى نحل x وبالتالي نضع المعادلتان بالشكل:

$$x = \frac{1}{3} \cos y + 0.3 = g_1(x, y)$$

$$y = \sin(x - 0.6) - 1.6 = g_2(x, y)$$

حتى نكون متعلقة الحل متقاربة يجب أن تتحقق الشروط

$$\left\{ \left| \frac{\partial g_1}{\partial x} \right| + \left| \frac{\partial g_2}{\partial x} \right| \right\} < 1, \quad \left\{ \left| \frac{\partial g_1}{\partial y} \right| + \left| \frac{\partial g_2}{\partial y} \right| \right\} < 1$$

نلاحظ أن

$$\frac{\partial g_1}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial g_1}{\partial y} = -\frac{1}{3} \sin y, \quad \frac{\partial g_2}{\partial x} = \cos(x - 0.6), \quad \frac{\partial g_2}{\partial y} = 0$$

وبالتالي نجد أن:

$$\left\{ \left| \frac{\partial g_1}{\partial x} \right| + \left| \frac{\partial g_2}{\partial x} \right| \right\} = |\cos(x - 0.6)| < 1, \quad \forall x \in [a, b] \quad \text{محققة}$$

$$\left\{ \left| \frac{\partial g_1}{\partial y} \right| + \left| \frac{\partial g_2}{\partial y} \right| \right\} = \left| -\frac{1}{3} \sin y \right| < 1, \quad \forall y \in [a, b]$$

بالعوض في الرستورين الشرعيتين :

$$x_{i+1} = g_1(x_i, y_i) = \frac{1}{3} \cos y_i + 0.3$$

$$y_{i+1} = g_2(x_i, y_i) = \sin(x_i - 0.6) - 1.6$$

$$x_1 = \frac{1}{3} \cos(-1.9) + 0.3 = 0.1922843$$

$$y_1 = \sin(0.1 - 0.6) - 1.6 = -2.0794$$

وهو المطلوب

Atto



الاسم الثلاثي:

مقرر تحليل عددي/س3/فيزياء

جامعة طرطوس

الرقم الجامعي:

الدورة الفصلية الثانية للعام الدراسي 2021-2022

كلية العلوم

السؤال الأول: (20 درجة)

أ. أوجد الخطأ المطلق والنسبي المرتكب في حساب قيمة الدالة $f(x,y)=x.y$

حيث ان: $x=1.24$, $y=3.53$ (أعداد مدورة).

ب. لتكن لدينا المعادلة غير الخطية التالية: $f(x)=e^x-x^2=0$ والمطلوب:

بين أن الاختيار $g(x)=-\sqrt{e^x}$ هو اختيار موفق عند البحث عن الجذر في المجال $[-2,0]$ ثم أوجد هذا الجذر، وذلك باستخدام طريقة التقريبات المتتالية حيث $\epsilon=0.003$

السؤال الثاني: (20 درجة)

- 1- لتكن لدينا الدالة $y=e^x$ والمعرفة عند النقاط التالية: $x_0=-1, x_1=0, x_2=1$ اكتب جدول القيم لها ثم أوجد كثيرة حدود الاستيفاء بطريقة لاغرانج
- 2- استخدام طريقة رونج- كوتا لإيجاد الحل التقريبي y_1 للمعادلة التفاضلية: حيث $h=0.1, y(0)=2, y'=x-y$

السؤال الثالث: (20 درجة)

لتكن لدينا الدالة $y=e^x$ والمعرفة عند النقطة $x_0=0, h=0.2$ والمطلوب:

- 1- اكتب جدول القيم بأخذ خمس نقاط بعد النقطة الابتدائية، ثم اكتب جدول الفروق الأمامية.
- 2- أوجد قيمة الدالة عند النقطة $x=0.25$ باستخدام $p_3(x)$ (نيوتن الأمامية دون إيجادها) واحسب الخطأ المرتكب.
- 3- أوجد المشتق الأول لها عند النقطة $x=0.2$ (باستخدام جميع الحدود الممكنة من كثيرة حدود نيوتن) واحسب الخطأ المرتكب.
- 4- أوجد القيمة التقريبية للتكامل $\int_0^1 f(x)dx$ باستخدام طريقة سيمبسون (إن أمكن) واحسب الخطأ المرتكب.

السؤال الرابع: (10 درجات)

لتكن لدينا جملة المعادلات الخطية التالية:

$$3x_2+2x_2+x_3=2$$

$$2x_1+3x_2+x_3=1$$

$$x_1+2x_2+3x_3=-2$$

والمطلوب: 1- ناقش وجود حل للجملة

2- أوجد الجذر $x^{(2)}$ بطريقة جاكوبي إذا علمت أن $x^{(0)}=\alpha$

مدرس المقرر: أ.د. نضال إبراهيم حسن

مع تمنياتنا بالتوفيق والنجاح

جانب الأول: الخطأ المطلق المرتكب يعطى بالعلاقة:

$$(\delta_f)_{\max} \leq \left| \frac{\partial f}{\partial x} \right| \delta_x + \left| \frac{\partial f}{\partial y} \right| \delta_y = y \delta_x + x \delta_y$$

$$\delta_x = \delta_y \leq 5 \times 10^{-3}$$

الخطأ المطلق المرتكب عند تدوير كلاهما x و y هو

$$(\delta_f)_{\max} \leq 3.53(5 \times 10^{-3}) + 1.24(5 \times 10^{-3}) = 0.02385$$

أما الخطأ النسبي المرتكب فنجد أنه يعطى بالعلاقة

$$(e_f)_{\max} \leq \frac{(\delta_f)_{\max}}{|f|}, \quad |f| = 1.24 \times 3.53 = 4.3772$$

$$(e_f)_{\max} \leq \frac{0.02385}{4.3772} = 0.005448688$$

ندى صف أن الاختيار $g(x) = -\sqrt{e^x}$ واختياراً صواباً لأنه $\forall x \in [-2, 0] \Rightarrow g(x) = -\sqrt{e^x} \in [-2, 0]$

$\forall x_0 \in -1 \Rightarrow |g'(x)| = |-\frac{1}{2} \sqrt{e^x}| \Rightarrow |g'(x_0)| = |-0.3032| < 1$ (10)

$$x_{n+1} = g(x_n) = -\sqrt{e^{x_n}} \Rightarrow x_1 = g(x_0) = -\sqrt{e^{x_0}} = -\sqrt{e^{-1}} = -0.606530$$

$$x_2 = g(x_1) = -\sqrt{e^{-0.60653}} = -0.738403$$

$$x_3 = g(x_2) = -\sqrt{e^{-0.738403}} = -0.691286$$

$$x_4 = g(x_3) = -\sqrt{e^{-0.691286}} = -0.707765$$

$$x_5 = g(x_4) = -\sqrt{e^{-0.707765}} = -0.7019574$$

$$x_6 = g(x_5) = -\sqrt{e^{-0.7019574}} = -0.703998 \Rightarrow |x_6 - x_5| = 0.00204 < \epsilon$$

أي أن x_6 هو الجذر التقريبي المطلوب

اجابة السؤال الثاني: 1- (10)
 المطلوب اولا تحديد رتبة الاخراج:

x_i	-1	0	+1
y_i	$\frac{1}{e}$	1	e

$$L_0(x) = \frac{(x-x_1)(x-x_2)}{(x_0-x_1)(x_0-x_2)} = \frac{1}{2}(x^2-x)$$

$$L_1(x) = \frac{(x-x_0)(x-x_2)}{(x_1-x_0)(x_1-x_2)} = -(x^2-1)$$

$$L_2(x) = \frac{(x-x_0)(x-x_1)}{(x_2-x_0)(x_2-x_1)} = \frac{1}{2}(x^2+x)$$

$$P_2(x) = L_0(x)y_0 + L_1(x)y_1 + L_2(x)y_2$$

$$= 0.5(x^2-x)\left(\frac{1}{e}\right) - (x^2-1)(1) + 0.5(x^2+x)(e)$$

$$= \frac{e-2e+1}{2e}x^2 + \frac{e^2-1}{2e}x + 1 = 0.54308x^2 + 1.1752x + 1$$

المعطى في صيغة الاخراج:

$$y_1 = y(0.1) = y_0 + \frac{1}{6} [K_1^{(0)} + 2(K_2^{(0)} + K_3^{(0)}) + K_4^{(0)}]$$

$$K_1^{(0)} = h f(x_0, y_0) = 0.1(x_0 - y_0) = -0.2$$

$$K_2^{(0)} = h f\left(x_0 + \frac{h}{2}, y_0 + \frac{K_1^{(0)}}{2}\right) = 0.1 \left[\left(0 + \frac{0.1}{2}\right) - \left(2 + \frac{-0.2}{2}\right) \right] = -0.185$$

$$K_3^{(0)} = h f\left(x_0 + \frac{h}{2}, y_0 + \frac{K_2^{(0)}}{2}\right) = 0.1 \left[\left(0 + \frac{0.1}{2}\right) - \left(2 + \frac{-0.185}{2}\right) \right] = -0.18575$$

$$K_4^{(0)} = h f(x_0 + h, y_0 + K_3^{(0)}) = 0.1 \left[(0 + 0.1) - (2 - 0.18575) \right] = -0.171425$$

$$y_1 = 2 + \frac{1}{6} [-0.2 + 2(-0.185 - 0.18575) - 0.171425] = 1.8145125$$

(10) <

i	y_i	Δy_i	$\Delta^2 y_i$	$\Delta^3 y_i$	$\Delta^4 y_i$	$\Delta^5 y_i$
0	1					
		0.2214				
2	1.2214		0.049			
		0.2704		0.0109		
4	1.4918		0.0599		0.0023	
		0.3303		0.0132		0.0008
6	1.8221		0.0731		0.0031	
		0.4034		0.0163		
8	2.2255		0.0894			
		0.4928				
	2.7183					

اجابة السؤال الثالث: (20)

(4) - 1

$$P_3(x) = y_0 + \Delta y_0 + \frac{\Delta^2 y_0}{2!} + \frac{\Delta^3 y_0}{3!}$$

(6) - 2: خطأ المركب:

$$P_3(x) = 1 + (1.25)(0.2214) + \frac{(1.25)(0.25)}{2}(0.049) + \frac{(1.25)(0.25)(-0.75)}{3!}(0.0109)$$

$$\frac{x - x_0}{h} = \frac{0.25 - 0}{0.2} = 1.25$$

$$= 1 + 0.27675 + 0.007656 + 0.00042578 = 1.28398$$

خطأ المركب:

$$E \leq \frac{s(s-1)(s-2)(s-3)}{4!} \Delta^4 y_0 = \frac{(1.25)(0.25)(-0.75)(-1.75)}{24}(0.0023) = 0.000039306$$

$$y'(0.2) \approx P_3'(0.2) = \frac{1}{h} \sum_{k=0}^3 (-1)^k \frac{1}{k+1} \Delta^{k+1} y_0 = \frac{1}{0.1} \left[\Delta y_0 - \frac{1}{2} \Delta^2 y_0 + \frac{1}{3} \Delta^3 y_0 - \frac{1}{4} \Delta^4 y_0 \right] \quad (8)$$

$$= \frac{1}{0.1} \left[0.2704 - \frac{1}{2}(0.0599) + \frac{1}{3}(0.0132) - \frac{1}{4}(0.0031) \right]$$

$$= \frac{1}{0.1} [0.2704 - 0.02995 + 0.0044 - 0.000775] = 2.44075$$

$$E = (-1)^n \frac{h^n}{n+1} f^{(n+1)}(s) : E \leq (-1)^5 \frac{h^5}{6} M : M = \max \{ f^{(6)}(0), f^{(6)}(1) \}$$

خطأ المركب:

$$f(x) = e^x \Rightarrow f'(x) = f''(x) = f'''(x) = f^{(4)}(x) = f^{(5)}(x) = f^{(6)}(x) = e^x$$

$$f^{(6)}(0) = e^0 = 1, f^{(6)}(1) = e^1 = 2.7183 \Rightarrow M = 2.7183$$

$$E = (-1)^5 \frac{(0.1)^5}{6} (2.7183) = 0.0000045305 = 4.5305 \times 10^{-6}$$

(2) - 4

$$S \approx \int_0^1 f(x) dx \approx \frac{h}{3} [y_0 + 4(y_1 + y_3 + y_5) + 2(y_2 + y_4) + y_6]$$

$$n = \frac{b-a}{h} = \frac{1-0}{0.2} = 5$$

خطأ المركب:

$$\begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$$

اجابة السؤال الرابع: 1- نأخذ مصفوفة الأمثال: (4)

نلاحظ أن عناصر القطر الرئيس هي الأكر من أسطرها فإن قيمته أي نوجد للحد $\alpha = (\frac{2}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3})$

- 2

$$x_1 = \frac{2}{3} - \frac{2}{3}x_2 - \frac{1}{3}x_3 \Rightarrow x_1^{(1)} = \frac{2}{3} - \frac{2}{3}(\frac{1}{3}) - \frac{1}{3}(-\frac{2}{3}) = 0.66666 \quad (1)$$

$$x_2 = \frac{1}{3} - \frac{2}{3}x_1 - \frac{1}{3}x_3 \Rightarrow x_2^{(1)} = \frac{1}{3} - \frac{2}{3}(\frac{2}{3}) - \frac{1}{3}(-\frac{2}{3}) = 0.11111 \quad (1)$$

$$x_3 = -\frac{2}{3} - \frac{1}{3}x_1 - \frac{2}{3}x_2 \Rightarrow x_3^{(1)} = -\frac{2}{3} - \frac{1}{3}(\frac{2}{3}) - \frac{2}{3}(\frac{1}{3}) = -1.11111 \quad (1)$$

$$x_1^{(2)} = \frac{2}{3} - \frac{2}{3}(0.11111) - \frac{1}{3}(-1.11111) = 0.96296 \quad (1)$$

$$x_2^{(2)} = \frac{1}{3} - \frac{2}{3}(0.66666) - \frac{1}{3}(-1.11111) = 0.25925 \quad (1)$$

$$x_3^{(2)} = -\frac{2}{3} - \frac{1}{3}(0.66666) - \frac{2}{3}(0.11111) = -0.96296 \quad (1)$$

(3)

السؤال الأول: (16) درجة

1- أوجد الخطأ المطلق والنسبي المرتكبين في حساب قيمة الدالة $f(x) = \frac{e^x + 2x}{x^2 + 1}$ حيث $x = 3.1416$ (عدد مدور)2- أوجد بطريقة أولر المعدلة، الحل y_1 للمعادلة التفاضلية: $y' = y(x-1)$ والحل الابتدائي $y(0) = 1$ و $h=0.1$

السؤال الثاني: (20) درجة

فرض لدينا الدالة $y = f(x)$ المعطاة بالجدول التالي:

x_i	1.25	1.26	1.27	1.28	1.29	1.3
y_i	1.3914	1.37696	1.34783	1.30456	1.24787	1.17862

والمطلوب: 1- أكتب جدول الفروق الأمامية للدالة. 2- أوجد بطريقة نيوتن، المشتق الأول $P'(1.26)$ واذكر عبارة الخطأ المرتكب.3- أوجد بطريقتي شبه المنحرف و سيمبسون القيمة التقريبية للتكامل: $\int_{1.25}^{1.3} f(x)dx$ واذكر عبارة الخطأ المرتكب بعد حساب المساحة

السؤال الثالث: (12) درجة

اختر أحد السؤالين التاليين:

1- لتكن لدينا الدالة $y = f(x)$ المعطاة بالجدول التالي:

x_i	1	2	3	4
y_i	2	5	8	11

والمطلوب: أوجد كثيرة حدود الاستيفاء $P_1(x)$ لهذه الدالة بطريقة المربعات الصغرى.2- لتكن لدينا الدالة $y = \sin x$ المعطاة بالجدول التالي:

x_i	30	45	60
y_i	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$

والمطلوب: أوجد كثيرة حدود الاستيفاء $P_2(x)$ لهذه الدالة بطريقة لاغرانج.

السؤال الرابع: (22) درجة

1- أوجد بطريقة نيوتن رافسون الحل التقريبي للمعادلة: $f(x) = x^3 + x^2 - 3x - 3 = 0$ الموجود في المجال $[1.5, 2.5]$ معتبراً أن $\varepsilon = 0.001$

2- لتكن لدينا جملة المعادلتين:

$$f_1(x, y) = 0.1x^2 + 0.1y^2 - x + 0.8 = 0$$

$$f_2(x, y) = 0.1x + 0.1xy^2 - y + 0.8 = 0$$

والمطلوب: أوجد الجذر (x_1, y_1) لهاتين المعادلتين بطريقة التكريرات المتتالية علماً أن الحل الابتدائي: $(x_0, y_0) = (0.5, 0.5)$

مع تمنياتي بالتوفيق والنجاح

طرطوس في 2022/2/14

مدرس المقرر: د. نضال حسن

1 - جابئة السؤال الأول: 16
 1 - إن قيمة الدالة المعطاة عند $x = 3.1416$ هي:

$$f(x) = \frac{e^x + 2x}{x^2 + 1} = \frac{e^{3.1416} + 2(3.1416)}{(3.1416)^2 + 1} = 2.706992508$$

وإن الخطأ المطلق المركب هو:

$$(\delta_f)_{\max} \leq \left| \frac{\partial f}{\partial x} \right| \delta_x$$

ولكن لدينا $\delta_x \leq 5 \times 10^{-5}$ والمشتقة الأولى للدالة المعطاة هي:

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{df}{dx} = \frac{e^x(x^2 - 2x + 1) - 2x^2 + 2}{(x^2 + 1)^2}$$

طالسديل جيد أن:

والخطأ النسبي:

$$(\delta_f)_{\max} \leq 0.00000374082$$

$$(\epsilon_f)_{\max} = \left(\frac{\delta_f}{|f|} \right)_{\max} \leq \frac{0.00000374082}{2.706992508} = 0.0000013819026$$

2 - جابئة السؤال الأول: 8 - حسب الدستور

يكون:

$$y_{n+1} = y_n + \frac{h}{2} (\bar{y}'_{n+1} + y'_n)$$

$$y_1 = y_0 + \frac{h}{2} (\bar{y}'_1 + y'_0)$$

$$y'_0 = f(x_0, y_0) = y_0(x_0 - 1) = -1$$

حسب $\bar{y}_1$

$$\bar{y}'_{n+1} = f(x_{n+1}, \bar{y}_{n+1}) \Rightarrow \bar{y}'_1 = f(x_1, \bar{y}_1)$$

$$\bar{y}_1 = y_0 + h y'_0 = 1 + 0.1(-1) = 0.9, \quad x_1 = x_0 + h = 0 + 0.1 = 0.1$$

$$\bar{y}'_1 = \bar{y}_1(x_1 - 1) = 0.9(0.1 - 1) = -0.81$$

وبالتالي فإن الحد هو:

$$y_1 = 1 + \frac{0.1}{2} (-1 - 0.81) = 0.9095$$

x_i	y_i	Δy_i	$\Delta^2 y_i$	$\Delta^3 y_i$	$\Delta^4 y_i$	$\Delta^5 y_i$
1.25	1.3914	-0.01444				
1.26	1.37696	-0.02913	-0.01469	0.00055		
1.27	1.34783	-0.04327	-0.01414	0.00072	0.00017	
1.28	1.30456	-0.05669	-0.01342	0.00086	-0.00003	
1.29	1.24787	-0.06925	-0.01256			
1.3	1.17862					

جانب السؤال الثاني: ٢ -

$$\textcircled{6} P'(x_i) = \frac{1}{h} \sum_{k=1}^n (-1)^{k+1} \frac{1}{k} \Delta^k y_i$$

وبما أن النقطة المطلوبة x_i يكون: $x_i = x_1$ يصبح القانون:

$$P'(x_1) = \frac{1}{h} \sum_{k=1}^n (-1)^{k+1} \frac{1}{k} \Delta^k y_1$$

$$P'(x_1) = \frac{1}{h} \left[\Delta y_1 - \frac{1}{2} \Delta^2 y_1 + \frac{1}{3} \Delta^3 y_1 - \frac{1}{4} \Delta^4 y_1 \right]$$

والمع $h = x_{i+1} - x_i = 1.26 - 1.25 = 0.01$

$$P'(1.26) = \frac{1}{0.01} \left[(-0.02913) - \frac{1}{2}(-0.01414) + \frac{1}{3}(0.00072) - \frac{1}{4}(0.00014) \right]$$

$$= \frac{-0.021855}{0.01} = -2.1855$$

عبارة الخطأ المرتكب:

$$\textcircled{2} R'(x_0) = (-1)^n \frac{h^n}{n+1} f^{(n+1)}(s)$$

$$R'(x_0) \leq (-1)^n \frac{h^n}{n+1} M : M = \max \{ |f^{(n+1)}(x_0)|, |f^{(n+1)}(x_n)| \} \quad s \in [x_0, x_n]$$

جانب السؤال الثاني: ٣ - بطريقة شبه المتكامل

$$\int_{1.25}^{1.3} f(x) dx = \frac{h}{2} [y_0 + 2(y_1 + y_2 + y_3 + y_4) + y_5] = \frac{0.01}{2} [1.3914 + 2(1.37696 + 1.34783 + 1.30456 + 1.24787) + 1.17862]$$

$$= \frac{0.01}{2} (13.12446) = 0.0656223$$

وهذه مقيمة بطريقة

عبارة الخطأ المرتكب:

$$\textcircled{2} M = \max \{ |P'(x_0)|, |P'(x_n)| \} \quad 0 \leq \frac{b-a}{2} h^2 M$$

لا يتغير ب النظام بطريقة سيمبسون لأن $n=5$ فردية $n = \frac{b-a}{h} = \frac{1.3-1.25}{0.01} = 5$ ولذا نحتاج هنا لعبارة الخطأ

إجابة السؤال الثالث : 1- باعتبار أنه لدينا أربعة نقاط معطاة في الجدول $P_1(x) = P_m(x)$ وبالنسبة نجد أن $m=1$ ، وهذا يعني أن $s=0, 1$ ، لو بررنا $s=0$ في المعادلة

$$(2) \quad a_0 \sum_{i=0}^n x_i^s + a_1 \sum_{i=0}^n x_i^{s+1} + \dots + a_m \sum_{i=0}^n x_i^{s+m} = \sum_{i=0}^n x_i y_i$$

$$(2) \quad a_0 \sum_{i=0}^3 (x_i)^0 + a_1 \sum_{i=0}^3 (x_i)^1 = \sum_{i=0}^3 (x_i)^0 y_i$$

$$(2) \quad a_0(1+1+1+1) + a_1(1+2+3+4) = 2+5+8+11$$

$$(2) \quad 4a_0 + 10a_1 = 26 \quad (1)$$

$$a_0 \sum_{i=0}^3 (x_i)^1 + a_1 \sum_{i=0}^3 (x_i)^2 = \sum_{i=0}^3 (x_i)^1 y_i$$

$$a_0(1+2+3+4) + a_1(1+4+9+16) = 2+10+24+44 = 80$$

$$(2) \quad 10a_0 + 30a_1 = 80 \quad (2)$$

بالحل المشترك لـ (1) و (2) نجد أن : $a_0 = -1, a_1 = 3$ بالحوافض في المعادلة

$$P_1(x) = a_0 + a_1 x \quad (2) \quad P_1(x) = 3x - 1$$

إجابة السؤال الثالث : 2- لتوجد كثير حدود لاغرانج أو لاغرانج $L_2(x)$ لتوجد حدود لاغرانج $L_i(x)$

$$(2) \quad L_0(x) = \frac{(x-x_1)(x-x_2)}{(x_0-x_1)(x_0-x_2)} = \frac{(x-45)(x-60)}{(-15)(-30)} = \frac{1}{450} (x^2 - 105x + 2700)$$

$$(2) \quad L_1(x) = \frac{(x-x_0)(x-x_2)}{(x_1-x_0)(x_1-x_2)} = \frac{(x-30)(x-60)}{(15)(-15)} = \frac{-1}{225} (x^2 - 90x + 1800)$$

$$(2) \quad L_2(x) = \frac{(x-x_0)(x-x_1)}{(x_2-x_0)(x_2-x_1)} = \frac{(x-30)(x-45)}{(30)(15)} = \frac{1}{450} (x^2 - 75x + 1350)$$

بالنسبة إلى في صيغة كثير حدود لاغرانج :

$$(2) \quad P_2(x) = L_0(x) y_0 + L_1(x) y_1 + L_2(x) y_2$$

$$P_2(x) = \frac{1}{450} (x^2 - 105x + 2700)(0.5) - \frac{1}{225} (x^2 - 90x + 1800)(\sqrt{2}/2) +$$

$$(4) \quad + \frac{1}{450} (x^2 - 75x + 1350)(\sqrt{3}/2) = -0.000107084x^2 + 0.02183847x - 0.058778c$$

1 $f(x) = 3x^2 + 2x - 3$ ما إن $f(x) = x + x - 5x - 3$ لا يعبر اجابة السؤال الرابع : 22
 $x_0 = \frac{1.5 + 2.5}{2} = 2$ ونجد أن :

2 $x_1 = x_0 - \frac{f(x_0)}{f'(x_0)} = 2 - \frac{3}{13} = 1.7692307 \Rightarrow f(x_1) = 0.3604 < \epsilon$

$f'(x_1) = 9.928994$

2 $x_2 = x_1 - \frac{f(x_1)}{f'(x_1)} = 1.7692307 - \frac{0.3604}{9.928994} = 1.7329238 \Rightarrow$

$f(x_2) = 0.008266 > 0.001$

$f'(x_2) = 9.4749229$

2 $x_3 = x_2 - \frac{f(x_2)}{f'(x_2)} = 1.7329238 - \frac{0.008266}{9.474922} = 1.7320513$

2 $|x_3 - x_2| = |1.7320513 - 1.7329238| = 0.0008725 < \epsilon$ نلاحظ أن :
 وبالتالي فالحذر المطلوب هو :

$x \approx x_3 = 1.7320513$

اجابة السؤال الرابع : (12) - من المعادلة الأولى نعزل x ومن المعادلة الثانية نعزل y وبالتالي نصبح المعادلتين بالشكل :

1 $x = 0.1x^2 + 0.1y^2 + 0.8 = g_1(x, y)$

1 $y = 0.1x + 0.1x \cdot y^2 + 0.8 = g_2(x, y)$

يمكننا التأكد من أن جميع شروط التقارب محققة في المجال المعطى ، وذلك لأنه :

4 $\frac{\partial g_1}{\partial x} = 0.2x$, $\frac{\partial g_1}{\partial y} = 0.2y$, $\frac{\partial g_2}{\partial x} = 0.1 + 0.1y^2$, $\frac{\partial g_2}{\partial y} = 0.2xy$

وبالتالي نجد :

1 $\left| \frac{\partial g_1}{\partial x} \right| + \left| \frac{\partial g_2}{\partial x} \right| = |0.1| + |0.1 + 0.025| = 0.225 < 1$

1 $\left| \frac{\partial g_1}{\partial y} \right| + \left| \frac{\partial g_2}{\partial y} \right| = |0.1 + 0.05| = 0.15 < 1$

لذلك الحد التبادلي في كل من المعادلتين :

1 $x_{i+1} = g_1(x_i, y_i) = 0.1x_i^2 + 0.1y_i^2 + 0.8$

1 $x_1 = g_1(x_0, y_0) = 0.1(0.5)^2 + 0.1(0.5)^2 + 0.8 = 0.85$

1 $y_{i+1} = g_2(x_i, y_i) = 0.1x_i + 0.1x_i y_i^2 + 0.8$

1 $y_1 = g_2(x_0, y_0) = 0.1(0.5) + 0.1(0.5)(0.5)^2 + 0.8 = 0.8625$

$(x_1, y_1) = (0.85, 0.8625)$

A B C D E F G H I J K L M N O P Q R S T U V W X Y Z



مع التهنئات



بالتوفيق والنجاح

مكتبة

A to Z

A B C D E F G H I J K L M N O P Q R S T U V W X Y Z