كلية العلوم

القسم : الفيزياء

السنة : الرابعة

اسئلة دوراات محلولة

ميكانيك الكم ٢

A 2 Z LIBRARY

Facebook Group : A to Z مكتبة

كلية العلوم (فيزياء ، كيمياء ، رياضيات ،علم الحياة)

يمكنكم طلب المحاضرات برسالة نصية (SMS) أو عبر (What's app) على الرقم TEL: 0931497960

جامعة طرطوس		مقرر ميكانيك كم 2– س^4 ف
كلية العلوم	16 / 2 /2025	الدرجة: 90 (تسعون)
قسم الفيزياء		مدة الامتحان ساعتان
العام الدراسي 2024-2025م الفصل الدراسي الأول		اسم الطالب: .....

أجب عن الأسئلة التالية:

السؤال الأول (20 درجة):

عند دراسة الهزاز التوافقي بلغة المؤثرات نكتب الهاميلتوني بالصيغة التالية $\hat{H} = \frac{\hat{p}^2}{2m} + \frac{1}{2}mw^2\hat{x}^2$ ونجري التحويل التالي $\hat{Q} = \sqrt{\frac{mw}{\hbar}}\hat{x}$, $\hat{P} = \frac{1}{\sqrt{mw\hbar}}\hat{p}$ والمطلوب:

1) أوجد العلاقة بين المؤثرين $\hat{P}$ و $\hat{Q}$؟
2) احسب المبدّل $[\hat{P},\hat{Q}]f(\hat{Q})$؟
3) أوجد صيغة الهاميلتوني H بدلالة المؤثرين $\hat{a},\hat{a}^+$ علماً أنّ المؤثر $\hat{a}$ يأخذ الصيغة التالية:

$$\hat{a} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{Q} + i\hat{P})$$

السؤال الثاني (30 درجة):

1- اكتب الشكل العام لمعادلة ديراك موضحاً كلّ مكون من مكوناتها؟
2- كيف تصبح هذه المعادلة بوجود حقل كهرطيسي خارجي مُعطى بالكمونين $(\vec{A},\Phi)$؟
3- ما هو الشكل المرافق لهذه الصيغة الأخيرة؟
4- اكتب مصفوفات ديراك رباعية القياس؟
5- عرّف الاستقطابية أو الحلزنة واكتب العلاقة الرياضية المعبّرة عن مؤثر الاستقطابية موضحاً نوعي الاستقطاب بالرسم؟

السؤال الثالث (25 درجة):

يتفكك بيون π^- وهو في حالة السكون إلى ميون μ^- ونترينو ν، والمطلوب: ماهي سرعة الميون السالب μ^-؟ وضح ذلك بالرسم.

السؤال الرابع (15 درجة):

أوجد المقطع العرضي التفاضلي للتشتت $\frac{d\sigma}{d\Omega}$ وفق تصادم كرتي البلياردو، علماً أنّ العلاقة التي تربط بارامتر الصدم b بزاوية التشتت θ هي: $b = R\cos\left(\frac{\theta}{2}\right)$

يُسمح باستخدام الآلة الحاسبة مع التمنيات بالتوفيق والنجاح مدرّسة المقرر: د. سمر عمران

A to Z

سُلّم تصحيح امتحان مقرر ميكانيك كم 2 لطلاب4 ف- كلية العلوم - جامعة طرطوس- الدورة الفصلية الأولى للعام الدراسي 2024-2025

الجواب الأول (20 درجة):

1) $\hat{P}=\frac{1}{\sqrt{mw\hbar}}\hat{p}=\frac{1}{\sqrt{mw\hbar}}\left(-i\hbar\frac{\partial}{\partial x}\right)=\frac{-i\hbar}{\sqrt{mw\hbar}}\frac{\partial}{\partial\hat{Q}}\frac{\partial\hat{Q}}{\partial\hat{x}}=\frac{-i\hbar}{\sqrt{mw\hbar}}\frac{\partial}{\partial\hat{Q}}\sqrt{\frac{mw}{\hbar}}=$

$-i\frac{\partial}{\partial\hat{Q}}\Rightarrow\hat{P}=-i\frac{\partial}{\partial\hat{Q}}$ (درجة2)

2) $[\hat{P},\hat{Q}]f(\hat{Q})=\left[-i\frac{\partial}{\partial\hat{Q}},\hat{Q}\right]f(\hat{Q})=\left(-i\frac{\partial}{\partial\hat{Q}}\hat{Q}+i\hat{Q}\frac{\partial}{\partial\hat{Q}}\right)f(\hat{Q})=$

$-i\frac{\partial}{\partial\hat{Q}}(\hat{Q}.f)+i\hat{Q}\frac{\partial f}{\partial\hat{Q}}=-if-i\hat{Q}\frac{\partial f}{\partial\hat{Q}}+i\hat{Q}\frac{\partial f}{\partial\hat{Q}}=-if$

$\Rightarrow[\hat{P},\hat{Q}]f(\hat{Q})=-if(\hat{Q})\Rightarrow[\hat{P},\hat{Q}]=-i$ (درجة2)

3) يتحول H إلى الصيغة التالية بدلالة المؤثرين $\hat{P}$ و $\hat{Q}$:

$$H=\frac{\hbar w}{2}(\hat{P}^2+\hat{Q}^2)\ \text{(درجة2)}$$

بما أنَّ المؤثر $\hat{a}$ يعرّف بالعلاقة التالية فالمرافق الهرميتي لهُ:

$$\hat{a}=\frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{Q}+i\hat{P})\ \text{(درجة 2)}\quad\Rightarrow\quad\hat{a}^+=\frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{Q}-i\hat{P})\ \text{(درجة2)}$$

نحسب المبدّل $[\hat{a},\hat{a}^+]$:

$$[\hat{a},\hat{a}^+]=\left[\frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{Q}+i\hat{P}),\frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{Q}-i\hat{P})\right]$$

$$=\frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{Q}+i\hat{P}).\frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{Q}-i\hat{P})-\frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{Q}-i\hat{P})\frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{Q}+i\hat{P})$$

$$=\frac{1}{2}(\hat{Q}^2+i\hat{P}\hat{Q}-i\hat{P}\hat{Q}+\hat{P}^2)-\frac{1}{2}(\hat{Q}^2-i\hat{P}\hat{Q}+i\hat{Q}\hat{P}+\hat{P}^2)$$

$$=i\hat{P}\hat{Q}-i\hat{P}\hat{Q}=i(\hat{P}\hat{Q}-\hat{P}\hat{Q})=i[\hat{P},\hat{Q}]=i(-i)$$

$$=1\ \text{(درجة2)}$$

نعبّر عن الهاميلتوني H بدلالة المؤثرين $\hat{a},\hat{a}^+$:

$$\hat{a}\sqrt{2}=\hat{Q}+i\hat{P}\ ,\quad\hat{a}^+\sqrt{2}=\hat{Q}-i\hat{P}$$

بالجمع نجد: $\hat{Q}=\frac{\sqrt{2}}{2}(\hat{a}+\hat{a}^+)$ (*) (درجة 2)

وبالطرح نجد: $\hat{P} = \frac{i\sqrt{2}}{2}(\hat{a}^+ - \hat{a})$ (**) (درجة 2)

نربع (*) و(**) ونجمعهما، فنجد:

$$\hat{Q}^2 + \hat{P}^2 = \hat{a}\hat{a}^+ + \hat{a}^+\hat{a} \quad (\text{درجة2}) \qquad (***)$$

نعود إلى علاقة الهاميلتوني H ونعوض:

$$H = \frac{\hbar w}{2}(\hat{P}^2 + \hat{Q}^2) = \frac{\hbar w}{2}(\hat{a}\hat{a}^+ + \hat{a}^+\hat{a}) \quad (\text{درجة2})$$

وهو الشكل الجديد للهاميلتوني بدلالة المؤثرين $\hat{a}, \hat{a}^+$.

الجواب الثاني (30 درجة):

1- نكتب معادلة ديراك بالشكل:

$$(\hat{E} - \hat{H}_D)\Psi = 0 \quad (\text{درجة 2})$$

حيث يقابل المؤثران العبارتين التاليتين:

$$\hat{H}_D = c\alpha_n\hat{p}_n + \rho_3 m_0 c^2 \quad (\text{درجة2}) \quad , \quad \hat{E} = i\hbar\frac{\partial}{\partial t} \quad (\text{درجة2})$$

2- عند وجود حقل كهرطيسي خارجي مُعطى بالكمونين $(\vec{A}, \phi)$ ، يأخذ المؤثران السابقان الصيغتين التاليتين:

$$\hat{p} = -i\hbar\vec{\nabla} - \frac{e}{c}\vec{A} \quad (\text{درجة2}) \quad , \quad \hat{F} = i\hbar\frac{\partial}{\partial t} - e\phi \quad (\text{درجة2})$$

وبالتالي تؤول معادلة ديراك بوجود حقل كهرطيسي إلى الصيغة التالية:

$$[\hat{F} - c(\alpha_n\hat{p}_n) - \rho_3 m_0 c^2]\Psi = 0 \quad ; \quad n = 1,2,3 \quad (\text{درجة2})$$

3- الشكل المرافق لمعادلة ديراك الأخيرة هو:

$$\Psi^+[\hat{F} - c(\alpha_n\hat{p}_n) - \rho_3 m_0 c^2] = 0 \quad (\text{درجة2})$$

4- تُعطى مصفوفات ديراك رباعية القياس بالشكل التالي: (لكل مصفوفة **درجتان**)

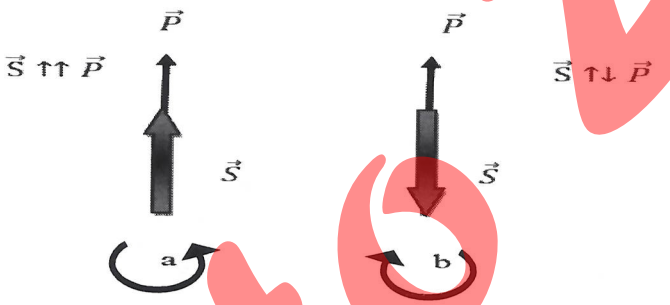
$$\alpha_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad , \quad \alpha_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & +i & 0 \\ 0 & -i & 0 & 0 \\ +i & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\alpha_3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad , \quad \alpha_0 = \rho_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

5- الاستقطابية أو الحلزنة (الحلزنة هي اتجاه الحركة الدورانية للجسيم حول نفسه بالنسبة لاتجاه اندفاعه)(2درجة) ، نعرّف مؤثر الاستقطابية بالعلاقة التالية:

$$\widehat{\Lambda}_s = \hat{S}.\frac{\hat{P}}{|P|} \qquad (2\text{درجة})$$

تظهر الاستقطابية بوضوح من مسقط السبين على اتجاه حركة الإلكترون كما هو مبين في الشكل التالي، حيث يُمثل الشكل a الاستقطاب الموجب اليميني $(S_R = +1)$، أمّا الشكل b فيمثل الاستقطاب السالب اليساري $(S_L = -1)$ للإلكترون. (الرسم 4 درجات)



الجواب الثالث (25 درجة):

$$\pi^- \rightarrow \mu^- + \nu \qquad (2\text{ درجة})$$

حسب قانون انحفاظ الطاقة نكتب: $E_\pi = E_\mu + E_\nu$ (2 درجة)

حسب قانون انحفاظ الاندفاع نكتب:

$$\vec{P}_\pi = \vec{P}_\mu + \vec{P}_\nu \quad \Rightarrow (\text{البيون ساكن } \vec{P}_\pi = 0) \Rightarrow \quad \vec{P}_\mu = -\vec{P}_\nu \qquad (2\text{ درجة}) \qquad (*)$$

لدينا أيضاً:

$$E^2 - p^2c^2 = m^2c^4 \Rightarrow E_\pi^2 - p_\pi^2c^2 = m_\pi^2c^4 \Rightarrow E_\pi^2 = m_\pi^2c^4$$
$$\Rightarrow E_\pi = m_\pi c^2 \quad (2\text{ درجة})$$

A to Z

$$E_\mu^2 - p_\mu^2 c^2 = m_\mu^2 c^4 \Rightarrow E_\mu^2 = p_\mu^2 c^2 + m_\mu^2 c^4$$

$$\Rightarrow E_\mu = c\sqrt{p_\mu^2 + m_\mu^2 c^2} \quad (\text{2 درجة})$$

$$E_\nu^2 - p_\nu^2 c^2 = m_\nu^2 c^4 \quad ; \quad \text{كتلة النترينو } (m_\nu = 0) \quad (\text{2 درجة})$$

$$E_\nu^2 = p_\nu^2 c^2 \Rightarrow E_\nu = |p_\nu|.c \quad (\text{2 درجة})$$

نعوض هذه الطاقات في معادلة انحفاظ الطاقة:

$$E_\pi = E_\mu + E_\nu \Rightarrow m_\pi c^2 = c\sqrt{p_\mu^2 + m_\mu^2 c^2} + |p_\nu|.c$$

$$\Rightarrow m_\pi c^2 - |p_\nu|.c = c\sqrt{p_\mu^2 + m_\mu^2 c^2} \quad (\text{2 درجة})$$

بالتربيع نجد:

$$[m_\pi c^2 - |p_\nu|.c]^2 = c^2(p_\mu^2 + m_\mu^2 c^2) \Rightarrow [m_\pi c - |p_\nu|]^2 = p_\mu^2 + m_\mu^2 c^2$$

$$(*) \text{ وفق } [m_\pi c - |p_\mu|]^2 = p_\mu^2 + m_\mu^2 c^2 \Rightarrow m_\pi^2 c^2 + p_\mu^2 - 2m_\pi c p_\mu = p_\mu^2 + m_\mu^2 c^2$$

$$\Rightarrow m_\pi^2 c - m_\mu^2 c = 2m_\pi p_\mu \Rightarrow |\vec{p}_\mu| = \frac{(m_\pi^2 - m_\mu^2)c}{2m_\pi} \quad (\text{2 درجة})$$

نعوض $|\vec{p}_\mu|$ في العلاقة: $E_\mu^2 - p_\mu^2 c^2 = m_\mu^2 c^4$

$$E_\mu^2 = p_\mu^2 c^2 + m_\mu^2 c^4 = \left(\frac{(m_\pi^2 - m_\mu^2)c}{2m_\pi}\right)^2 + m_\mu^2 c^4$$

$$= c^4\left[m_\mu^2 + \frac{m_\pi^4 + m_\mu^4 - 2m_\pi^2 m_\mu^2}{4m_\pi^2}\right]$$

$$= c^4\left[\frac{4m_\mu^2 m_\pi^2 + m_\pi^4 + m_\mu^4 - 2m_\pi^2 m_\mu^2}{4m_\pi^2}\right]$$

$$= c^4\left[\frac{2m_\mu^2 m_\pi^2 + m_\pi^4 + m_\mu^4}{4m_\pi^2}\right] = c^4\left[\frac{m_\mu^2 + m_\pi^2}{2m_\pi}\right]^2 \Rightarrow E_\mu$$

$$E_\mu = c^2\left(\frac{m_\mu^2 + m_\pi^2}{2m_\pi}\right) \quad (\text{2 درجة})$$

لدينا من جهة أخرى:

$$\vec{p} = \frac{mv}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \quad , \quad E = \frac{mc^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \quad (2 \text{ درجة})$$

$$\frac{p}{E} = \frac{v}{c^2} \Rightarrow v_\mu = \frac{p_\mu c^2}{E_\mu} \quad (1 \text{ درجة})$$

بتعويض قيم E_μ و p_μ نجد:

$$v_\mu = \frac{\left(\frac{(m_\pi^2 - m_\mu^2)c}{2m_\pi}\right)c^2}{c^2\left(\frac{m_\mu^2+m_\pi^2}{2m_\pi}\right)} = \left(\frac{m_\pi^2 - m_\mu^2}{m_\pi^2 + m_\mu^2}\right)c \quad (2 \text{ درجة})$$

الجواب الرابع (15 درجة):

يُعطى المقطع العرضي التفاضلي للتشتت $\frac{d\sigma}{d\Omega}$ بالعلاقة التالية:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{b}{\sin\theta}\left|\frac{db}{d\theta}\right| \quad (4 \text{ درجة})$$

$$b = R\cos\frac{\theta}{2}$$

$$\frac{db}{d\theta} = -\frac{1}{2}R\sin\frac{\theta}{2} \ (2 \text{ درجة}) \Rightarrow \frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{b}{\sin\theta}\left|\frac{db}{d\theta}\right|$$

$$= \frac{1}{\sin\theta}\left(R\cos\frac{\theta}{2}\right)\left|-\frac{1}{2}R\sin\frac{\theta}{2}\right|$$

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{\sin\theta}\left(R\cos\frac{\theta}{2}\right)\left(\frac{1}{2}R\sin\frac{\theta}{2}\right)(2 \text{ درجة}) = \frac{R^2}{2}\left(\frac{\sin\theta}{2\sin\theta}\right)(2 \text{ درجة})$$

حيث: $\sin\theta = 2\sin\frac{\theta}{2}\cos\frac{\theta}{2}$ (2 درجة)

$$\Rightarrow \frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{R^2}{4} \ (3 \text{ درجة})$$

وهو المقطع العرضي التفاضلي للتشتت وفق تصادم كرة البلياردو.

مع التمنيات بالتوفيق والنجاح

مدرّسة المقرر: د. سمر عمران

جامعة طرطوس كلية العلوم قسم الفيزياء العام الدراسي 2023-2024م الفصل الدراسي الثاني	23 / 7 /2024	مقرر ميكانيك كم 2– س^4 ف الدرجة: 90 (تسعون) مدة الامتحان ساعتان اسم الطالب: .....

أجب عن الأسئلة التالية:

السؤال الأول (22 درجة):

إذا كان مسار جسيمات إلفا الناتج عن استطارتها بتفاعلها مع نواة ذرة ما عبارة عن قطع زائد، تُعطى معادلته في الإحداثيات القطبية بالعلاقة التالية:

$$\frac{1}{r}=\frac{1}{b}\sin\varphi+\frac{D}{2b^2}(\cos\varphi-1)$$

المطلوب: استخدم هذه العلاقة لتبيان أنَّ العلاقة التي تربط زاوية التبعثر مع بارامتر الصدم هي:

$$\cot\left(\frac{\theta}{2}\right)=\frac{2b}{D}$$

موضحاً ذلك بالرسم.

السؤال الثاني (20 درجة):

عند دراسة الهزاز التوافقي بلغة المؤثرات نكتب الهاميلتوني بالصيغة التالية $H=\frac{\hat{p}^2}{2m}+\frac{1}{2}mw^2\hat{x}^2$ ونجري التحويل التالي $\hat{Q}=\sqrt{\frac{mw}{\hbar}}\hat{x}$, $\hat{P}=\frac{1}{\sqrt{mw\hbar}}\hat{p}$ والمطلوب:

1) أوجد العلاقة بين المؤثرين $\hat{P}$ و $\hat{Q}$؟
2) احسب المبدّل $[\hat{P},\hat{Q}]f(\hat{Q})$؟
3) أوجد صيغة الهاميلتوني H بدلالة المؤثرين $\hat{a},\hat{a}^+$ علماً أنَّ المؤثر $\hat{a}$ يأخذ الصيغة التالية:

$$\hat{a}=\frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{Q}+i\hat{P})$$

السؤال الثالث (24 درجة):

1- اكتب الشكل العام لمعادلة ديراك موضحاً كل مكون من مكوناتها؟
2- كيف تصبح هذه المعادلة بوجود حقل كهرطيسي خارجي مُعطى بالكمونين $(\vec{A},\phi)$؟
3- ما هو الشكل المرافق لهذه الصيغة الأخيرة؟
4- اكتب العلاقة التي تعبّر عن طاقة التأثير المتبادل بين العزم المغناطيسي الشّاذ والحقل الكهرطيسي؟
5- اكتب قيمة العزم المغناطيسي الشّاذ للبروتون وللنترون موضحاً حقيقة نشوء هذه العزوم الشّاذة؟

السؤال الرابع (24 درجة):

تُعطى كثافة تيار الجسيمات الواردة في نظرية التّشتت الكمية بالعلاقة التالية $j=\frac{\hbar}{2mi}(\Psi^*\nabla\Psi-\Psi\nabla\Psi^*)$ ، أثبت أنَّ المقطع العرضي للتشتت يساوي مربع سعة التّشتت $\sigma=|f(\theta)|^2$.

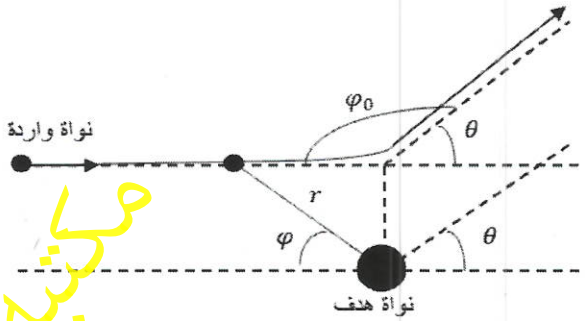
يُسمح باستخدام الآلة الحاسبة مع التمنيات بالتوفيق والنجاح مدرّسة المقرر: د. سمر عمران

مكتبة A to Z

سُلّم تصحيح امتحان مقرر ميكانيك كم 2 لطلاب^4 ف- كلية العلوم - جامعة طرطوس- الدورة الفصلية الثانية للعام الدراسي 2023-2024

الجواب الأول (22 درجة):

الرسم (2درجة)



مكتبة A to Z

عندما $r \to \infty$ فإنَّ قيمة φ محددة ولتكن φ_0، وتكون زاوية التبعثر في هذه الحالة

$$\theta = \pi - \varphi_0 \Rightarrow \varphi_0 = \pi - \theta \text{(درجة2)}$$

نبدّل في العلاقة:

$$\frac{1}{\infty} = 0 = \frac{1}{b}\sin\varphi_0 + \frac{D}{2b^2}(\cos\varphi_0 - 1) \text{(درجة2)}$$

$$-\frac{1}{b}\sin\varphi_0 = \frac{D}{2b^2}(\cos\varphi_0 - 1) \Rightarrow -\sin\varphi_0 = \frac{D}{2b}(\cos\varphi_0 - 1) \text{(درجة2)}$$

$$-\sin(\pi - \theta) = \frac{D}{2b}(\cos(\pi - \theta) - 1)$$

$$\sin(\pi - \theta) = \sin\theta \ , \cos(\pi - \theta) = -\cos\theta \text{(درجة2)}$$

$$\Rightarrow -\sin(\theta) = \frac{D}{2b}(-\cos(\theta) - 1) \Rightarrow \sin(\theta) = \frac{D}{2b}(\cos(\theta) + 1) \text{(درجة2)}$$

$$\sin(\theta) = 2\sin\frac{\theta}{2}\cos\frac{\theta}{2} \text{(درجة2)} \ , \cos(\theta) = 1 - 2\sin^2\frac{\theta}{2} \text{(درجة2)}$$

$$\Rightarrow 2\sin\frac{\theta}{2}\cos\frac{\theta}{2} = \frac{D}{2b}\left(2 - 2\sin^2\frac{\theta}{2}\right) = \frac{D}{b}\cos^2\frac{\theta}{2} \text{(درجة2)}$$

$$\Rightarrow 2\sin\frac{\theta}{2} = \frac{D}{b}\cos\frac{\theta}{2} \Rightarrow \frac{\cos\frac{\theta}{2}}{\sin\frac{\theta}{2}} = \frac{2b}{D} \Rightarrow \cot\frac{\theta}{2} = \frac{2b}{D} \text{ (4 درجة)}$$

الجواب الثاني (20 درجة):

1) $\hat{P} = \frac{1}{\sqrt{mw\hbar}}\hat{p} = \frac{1}{\sqrt{mw\hbar}}\left(-i\hbar\frac{\partial}{\partial x}\right) = \frac{-i\hbar}{\sqrt{mw\hbar}}\frac{\partial}{\partial\hat{Q}}\frac{\partial\hat{Q}}{\partial\hat{x}} = \frac{-i\hbar}{\sqrt{mw\hbar}}\frac{\partial}{\partial\hat{Q}}\sqrt{\frac{mw}{\hbar}} =$

$-i\frac{\partial}{\partial\hat{Q}} \Rightarrow \hat{P} = -i\frac{\partial}{\partial\hat{Q}}$ (2درجة)

2) $[\hat{P},\hat{Q}]f(\hat{Q}) = \left[-i\frac{\partial}{\partial\hat{Q}},\hat{Q}\right]f(\hat{Q}) = \left(-i\frac{\partial}{\partial\hat{Q}}\hat{Q} + i\hat{Q}\frac{\partial}{\partial\hat{Q}}\right)f(\hat{Q}) =$

$-i\frac{\partial}{\partial\hat{Q}}(\hat{Q}.f) + i\hat{Q}\frac{\partial f}{\partial\hat{Q}} = -if - i\hat{Q}\frac{\partial f}{\partial\hat{Q}} + i\hat{Q}\frac{\partial f}{\partial\hat{Q}} = -if$

$\Rightarrow [\hat{P},\hat{Q}]f(\hat{Q}) = -if(\hat{Q}) \Rightarrow [\hat{P},\hat{Q}] = -i$ (2درجة)

3) يتحول H إلى الصيغة التالية بدلالة المؤثرين $\hat{P}$ و $\hat{Q}$:

$$H = \frac{\hbar w}{2}(\hat{P}^2 + \hat{Q}^2) \text{ (2درجة)}$$

بما أنَّ المؤثر $\hat{a}$ يعرّف بالعلاقة التالية فالمرافق الهرميتي لهُ:

$$\hat{a} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{Q} + i\hat{P}) \quad \Rightarrow \quad \hat{a}^+ = \frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{Q} - i\hat{P}) \text{ (2درجة)}$$

نحسب المبدّل $[\hat{a},\hat{a}^+]$:

$$[\hat{a},\hat{a}^+] = \left[\frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{Q} + i\hat{P}),\frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{Q} - i\hat{P})\right]$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{Q} + i\hat{P}).\frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{Q} - i\hat{P}) - \frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{Q} - i\hat{P})\frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{Q} + i\hat{P})$$

$$= \frac{1}{2}(\hat{Q}^2 + i\hat{P}\hat{Q} - i\hat{P}\hat{Q} + \hat{P}^2) - \frac{1}{2}(\hat{Q}^2 - i\hat{P}\hat{Q} + i\hat{Q}\hat{P} + \hat{P}^2)$$

$$= i\hat{P}\hat{Q} - i\hat{P}\hat{Q} = i(\hat{P}\hat{Q} - \hat{P}\hat{Q}) = i[\hat{P},\hat{Q}] = i(-i)$$

$$= 1 \text{ (2درجة)}$$

نعبّر عن الهاميلتوني H بدلالة المؤثرين $\hat{a},\hat{a}^+$:

$$\hat{a}\sqrt{2} = \hat{Q} + i\hat{P} \ , \ \hat{a}^+\sqrt{2} = \hat{Q} - i\hat{P} \quad (2 \text{ درجة})$$

بالجمع نجد: $\hat{Q} = \frac{\sqrt{2}}{2}(\hat{a} + \hat{a}^+)$ (*) (2 درجة)

A to Z

وبالطرح نجد: (2 درجة) $\hat{P} = \frac{i\sqrt{2}}{2}(\hat{a}^+ - \hat{a})$ (**)

نربع (*) و(**) ونجمعهما، فنجد:

$$\hat{Q}^2 + \hat{P}^2 = \hat{a}\hat{a}^+ + \hat{a}^+\hat{a} \quad (2\text{درجة}) \qquad (***)$$

نعود إلى علاقة الهاميلتوني H ونعوض:

$$H = \frac{\hbar w}{2}(\hat{P}^2 + \hat{Q}^2) = \frac{\hbar w}{2}(\hat{a}\hat{a}^+ + \hat{a}^+\hat{a}) \quad (2\text{درجة})$$

وهو الشكل الجديد للهاميلتوني بدلالة المؤثرين $\hat{a}, \hat{a}^+$.

الجواب الثالث (24 درجة):

1- نكتب معادلة ديراك بالشكل:

$$(\hat{E} - \hat{H}_D)\Psi = 0 \quad (2\text{ درجة})$$

حيث يقابل المؤثران العبارتين التاليتين:

$$\hat{H}_D = c\alpha_n\hat{p}_n + \rho_3 m_0 c^2 \quad (2\text{درجة}) \quad , \quad \hat{E} = i\hbar\frac{\partial}{\partial t} \quad (2\text{درجة})$$

2- عند وجود حقل كهرطيسي خارجي مُعطى بالكمونين $(\vec{A}, \phi)$ ، يأخذ المؤثران السابقان الصيغتين التاليتين:

$$\hat{p} = -i\hbar\vec{\nabla} - \frac{e}{c}\vec{A} \quad (2\text{درجة}) \quad , \quad \hat{F} = i\hbar\frac{\partial}{\partial t} - e\phi \quad (2\text{درجة})$$

وبالتالي تؤول معادلة ديراك بوجود حقل كهرطيسي إلى الصيغة التالية:

$$[\hat{F} - c(\alpha_n\hat{p}_n) - \rho_3 m_0 c^2]\Psi = 0 \quad ; \quad n = 1,2,3 \quad (2\text{درجة})$$

3- الشكل المرافق لمعادلة ديراك الأخيرة هو:

$$\Psi^+[\hat{F} - c(\alpha_n\hat{p}_n) - \rho_3 m_0 c^2] = 0 \quad (2\text{درجة})$$

4- تُعطى العلاقة التي تُعبّر عن طاقة التأثير المتبادل بين العزم المغناطيسي الشاذ والحقل الكهرطيسي:

$$V_m = \mu\sum_{i,j=1}^{4}(\alpha_{ij}F_{ij}) \quad (2\text{درجة})$$

مكتبة A to Z

حيث: α_{ij} تنسور من المرتبة الثانية معرّف بمصفوفات ديراك، μ العزم المغناطيسي الشاذ.

بالاستفادة من مركبات α_{ij} تصبح العلاقة بالصيغة التالية:

$$V_m = \mu[\rho_3(\acute{\sigma}\, H) + \rho_2(\acute{\sigma}\, \varepsilon)] \quad (\text{درجة } 2)$$

$\mu_p^a = 1.79\mu_N$ (درجة 2) قيمة العزم المغناطيسي الشاذ للبروتون.

تجربة ألفاريز بلوخ أثبتت أنَّ قيمة العزم المغناطيسي الشاذ للنترون تساوي:

$$\mu_n^a = -1.91\mu_N \quad (\text{درجة } 2)$$

نشير إلى أنَّ حقيقة نشوء العزم المغناطيسي الشاذ من التأثيرات المتبادلة النووية (تأثيرات متبادلة شديدة) نتيجةً للتأثير المتبادل بين حقول النكليونات وحقول الميزون التي تنقل التأثيرات المتبادلة بين النكليونات. (درجة 2)

الجواب الرابع (24 درجة):

لإثبات صحة العلاقة $\sigma = |f(\theta)|^2$ علماً أنَّ كثافة تيار الجسيمات الواردة j:

$$j = \frac{\hbar}{2mi}(\Psi^*\nabla\Psi - \Psi\nabla\Psi^*) \qquad (*)$$

يُوصف الجسيم المتشتت بموجة كروية الشكل:

$$\Psi = \frac{f(\theta)e^{ikr}}{r} \quad (\text{درجة } 2) \qquad (1)$$

يُعطى المؤثر في الإحداثيات الكروية (r, θ, ϕ):

$$\hat{\nabla} \equiv \left(\frac{\partial}{\partial r}, \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial \theta}, \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial}{\partial \phi}\right) \quad (\text{درجة } 2) \qquad (2)$$

$$\Psi^* = f^*(\theta)\frac{e^{-ikr}}{r} \quad (\text{درجة } 2) \qquad (3)$$

$$\nabla\Psi = ?$$

$$\frac{\partial}{\partial r}\left(f(\theta)\frac{1}{r}e^{ikr}\right) = f(\theta)\left(-\frac{1}{r^2}e^{ikr} + \frac{ik}{r}e^{ikr}\right)$$

$$= f(\theta)e^{ikr}\left(\frac{ik}{r} - \frac{1}{r^2}\right) \quad (\text{درجة } 2)$$

A to Z مكتبة

من العلاقات (1) و (2)، يمكننا أن نكتب:

$$\nabla\Psi = \left(f(\theta)e^{ikr}\left(\frac{ik}{r}-\frac{1}{r^2}\right), \frac{e^{ikr}}{r^2}\frac{df}{d\theta}, 0\right) \text{(درجة2)} \qquad (4)$$

من العلاقتين (3) و (4)، نجد:

$$\Psi^*\nabla\Psi = \left(|f(\theta)|^2\left(\frac{ik}{r^2}-\frac{1}{r^3}\right), \frac{1}{r^3}f^*(\theta)\frac{df(\theta)}{d\theta}, 0\right) \text{(درجة2)} \qquad (5)$$

بنفس الطريقة نحسب ?= $\nabla\Psi^*$

$$\frac{\partial}{\partial r}\left(f^*(\theta)\frac{e^{-ikr}}{r}\right) = f^*(\theta)\left(-\frac{1}{r^2}e^{-ikr}-\frac{ik}{r}e^{-ikr}\right)$$
$$= f^*(\theta)e^{-ikr}\left(-\frac{1}{r^2}-\frac{ik}{r}\right) \text{(درجة2)}$$

من العلاقات (2) و (3)، يمكننا أن نكتب:

$$\nabla\Psi^* = \left(f^*(\theta)e^{-ikr}\left(-\frac{1}{r^2}-\frac{ik}{r}\right), \frac{e^{-ikr}}{r^2}\frac{df^*}{d\theta}, 0\right) \qquad (6)$$

من العلاقتين (1) و (6)، نجد:

$$\Psi\nabla\Psi^* = \left(|f(\theta)|^2\left(-\frac{ik}{r^2}-\frac{1}{r^3}\right), \frac{1}{r^3}f(\theta)\frac{df^*(\theta)}{d\theta}, 0\right) \text{(درجة2)} \qquad (7)$$

$$\Psi^*\nabla\Psi - \Psi\nabla\Psi^* = \left(\frac{2ik}{r^2}|f(\theta)|^2, \frac{1}{r^3}\left(f^*(\theta)\frac{df(\theta)}{d\theta}-f(\theta)\frac{df^*(\theta)}{d\theta}\right), 0\right)$$

بالتعويض في العلاقة (*)، نجد:

$$\Rightarrow\ j = \frac{\hbar}{2mi}\left(\frac{2ik}{r^2}|f(\theta)|^2, \frac{1}{r^3}\left(f^*(\theta)\frac{df(\theta)}{d\theta}-f(\theta)\frac{df^*(\theta)}{d\theta}\right), 0\right)$$
$$= \frac{\hbar k}{m}\frac{|f(\theta)|^2}{r^2}, \frac{\hbar}{2mir^3}\left(f^*(\theta)\frac{df(\theta)}{d\theta}\right.$$
$$\left.-f(\theta)\frac{df^*(\theta)}{d\theta}\right), 0 \text{(درجة2)}$$

من أجل قيم كبيرة لِـ r نهمل المركبة المحمولة على المتجه e_θ بالمقارنة مع المركبة المحمولة على المتجه e_r فيكون:

$$\Rightarrow \quad j_r = \frac{\hbar k}{m}\frac{|f(\theta)|^2}{r^2} = v\frac{|f(\theta)|^2}{r^2} \text{ (درجة2)}$$

يُعطى قانون تدفق الجسيمات المتشتتة dN في الاتجاه $\vec{K}(\theta, \phi)$ من خلال سطح كروي بعد عبوره السطح ds المتعامد مع الحزمة الواردة بالعلاقة:

$$dN = v|f(\theta)|^2\frac{ds}{r^2} = j_r.ds = v|f(\theta)|^2 d\Omega \text{ (درجة2)}$$

$$\Rightarrow \frac{dN}{d\Omega} = v|f(\theta)|^2$$

$$\Rightarrow \sigma = \frac{1}{j}\frac{dN}{d\Omega} = \frac{1}{v}.v|f(\theta)|^2 = |f(\theta)|^2 \text{ (درجة2)}$$

وهو المقطع العرضي للتشتت.

مع التمنيات بالتوفيق والنجاح مدرّسة المقرر: د. سمر عمران

A to Z مكتبة

جامعة طرطوس		مقرر ميكانيك كم 2– س^4 ف
كلية العلوم		الدرجة: 90 (تسعون)
قسم الفيزياء		مدة الامتحان ساعتان
العام الدراسي 2023-2024م الفصل الدراسي الأول	4 / 2 /2024	اسم الطالب: .....

أجب عن الأسئلة التالية:

السؤال الأول (20 درجة):

عند دراسة الهزاز التوافقي بلغة المؤثرات نكتب الهاميلتوني بالصيغة التالية $H = \frac{\hat{p}^2}{2m} + \frac{1}{2}mw^2\hat{x}^2$ ونجري التحويل التالي $\hat{Q} = \sqrt{\frac{mw}{\hbar}}\hat{x}$, $\hat{P} = \frac{1}{\sqrt{mw\hbar}}\hat{p}$ والمطلوب:

1) أوجد العلاقة بين المؤثرين $\hat{P}$ و $\hat{Q}$؟
2) احسب المبدّل $[\hat{P},\hat{Q}]f(\hat{Q})$؟
3) أوجد صيغة الهاميلتوني H بدلالة المؤثرين $\hat{a},\hat{a}^+$ علماً أنّ المؤثر $\hat{a}$ يأخذ الصيغة التالية:

$$\hat{a} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{Q} + i\hat{P})$$

السؤال الثاني (22 درجة):

يرد بروتون كتلته m بسرعة u على هدف ساكن كتلته M ثم يتشتت بسرعة v منحرفاً بزاوية 60^0 عن اتجاه وروده، ويتشتت الهدف بفعل التصادم المرن بسرعة V منحرفاً بزاوية 30^0 عن اتجاه ورود البروتون، والمطلوب: ماهي كتلة الجسيم الهدف وما هي ماهيته؟ وضّح ذلك بالرسم.

السؤال الثالث (24 درجة):

1- اكتب الشكل العام لمعادلة ديراك موضحاً كل مكون من مكوناتها؟
2- كيف تصبح هذه المعادلة بوجود حقل كهرطيسي خارجي مُعطى بالكمونين $(\vec{A},\phi)$؟
3- ما هو الشكل المرافق لهذه الصيغة الأخيرة؟
4- اكتب العلاقة التي تعبر عن طاقة التأثير المتبادل بين العزم المغناطيسي الشاذ والحقل الكهرطيسي؟
5- اكتب قيمة العزم المغناطيسي الشاذ للبروتون وللنترون موضحاً حقيقة نشوء هذه العزوم الشاذة؟

السؤال الرابع (24 درجة):

تُعطى كثافة تيار الجسيمات الواردة في نظرية التشتت الكمية بالعلاقة التالية $j = \frac{\hbar}{2mi}(\Psi^*\nabla\Psi - \Psi\nabla\Psi^*)$ ، أثبت أنّ المقطع العرضي للتشتت يساوي مربع سعة التشتت $\sigma = |f(\theta)|^2$.

يُسمح باستخدام الآلة الحاسبة مع التمنيات بالتوفيق والنجاح مدرّس المقرر: د. سمر عمران

سُلّم تصحيح امتحان مقرر ميكانيك كم 2 لطلاب4 ف- كلية العلوم - جامعة طرطوس- الدورة الفصلية الأولى للعام الدراسي 2023-2024

الجواب الأول (20 درجة):

1) $\hat{P}=\frac{1}{\sqrt{mw\hbar}}\hat{p}=\frac{1}{\sqrt{mw\hbar}}\left(-i\hbar\frac{\partial}{\partial x}\right)=\frac{-i\hbar}{\sqrt{mw\hbar}}\frac{\partial}{\partial\hat{Q}}\frac{\partial\hat{Q}}{\partial\hat{x}}=\frac{-i\hbar}{\sqrt{mw\hbar}}\frac{\partial}{\partial\hat{Q}}\sqrt{\frac{mw}{\hbar}}=$

$-i\frac{\partial}{\partial\hat{Q}}\Rightarrow\hat{P}=-i\frac{\partial}{\partial\hat{Q}}$ (درجة2)

2) $[\hat{P},\hat{Q}]f(\hat{Q})=\left[-i\frac{\partial}{\partial\hat{Q}},\hat{Q}\right]f(\hat{Q})=\left(-i\frac{\partial}{\partial\hat{Q}}\hat{Q}+i\hat{Q}\frac{\partial}{\partial\hat{Q}}\right)f(\hat{Q})=$

$-i\frac{\partial}{\partial\hat{Q}}(\hat{Q}.f)+i\hat{Q}\frac{\partial f}{\partial\hat{Q}}=-if-i\hat{Q}\frac{\partial f}{\partial\hat{Q}}+i\hat{Q}\frac{\partial f}{\partial\hat{Q}}=-if$

$\Rightarrow[\hat{P},\hat{Q}]f(\hat{Q})=-if(\hat{Q})\Rightarrow[\hat{P},\hat{Q}]=-i$ (درجة2)

3) يتحول H إلى الصيغة التالية بدلالة المؤثرين $\hat{P}$ و$\hat{Q}$:

$$H=\frac{\hbar w}{2}(\hat{P}^2+\hat{Q}^2)\ (\text{درجة2})$$

بما أنَّ المؤثر $\hat{a}$ يعرّف بالعلاقة التالية فالمرافق الهرميتي لهُ:

$$\hat{a}=\frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{Q}+i\hat{P})\quad\Rightarrow\quad\hat{a}^+=\frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{Q}-i\hat{P})\ (\text{درجة2})$$

نحسب المبدّل $[\hat{a},\hat{a}^+]$:

$$[\hat{a},\hat{a}^+]=\left[\frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{Q}+i\hat{P}),\frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{Q}-i\hat{P})\right]$$

$$=\frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{Q}+i\hat{P}).\frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{Q}-i\hat{P})-\frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{Q}-i\hat{P})\frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{Q}+i\hat{P})$$

$$=\frac{1}{2}(\hat{Q}^2+i\hat{P}\hat{Q}-i\hat{P}\hat{Q}+\hat{P}^2)-\frac{1}{2}(\hat{Q}^2-i\hat{P}\hat{Q}+i\hat{Q}\hat{P}+\hat{P}^2)$$

$$=i\hat{P}\hat{Q}-i\hat{P}\hat{Q}=i(\hat{P}\hat{Q}-\hat{P}\hat{Q})=i[\hat{P},\hat{Q}]=i(-i)$$

$$=1\ (\text{درجة2})$$

نعبّر عن الهاميلتوني H بدلالة المؤثرين $\hat{a},\hat{a}^+$:

$$\hat{a}\sqrt{2}=\hat{Q}+i\hat{P}\ ,\ \hat{a}^+\sqrt{2}=\hat{Q}-i\hat{P}\ \ (\text{درجة 2})$$

بالجمع نجد: $\hat{Q}=\frac{\sqrt{2}}{2}(\hat{a}+\hat{a}^+)$ (*) (درجة 2)

وبالطرح نجد: $\hat{P} = \frac{i\sqrt{2}}{2}(\hat{a}^+ - \hat{a})$ (**) (2 درجة)

نربع (*) و(**) ونجمعهما، فنجد:

$$\hat{Q}^2 + \hat{P}^2 = \hat{a}\hat{a}^+ + \hat{a}^+\hat{a} \quad (2\text{درجة}) \qquad (***)$$

نعود إلى علاقة الهاميلتوني H ونعوض:

$$H = \frac{\hbar w}{2}(\hat{P}^2 + \hat{Q}^2) = \frac{\hbar w}{2}(\hat{a}\hat{a}^+ + \hat{a}^+\hat{a}) \quad (2\text{درجة})$$

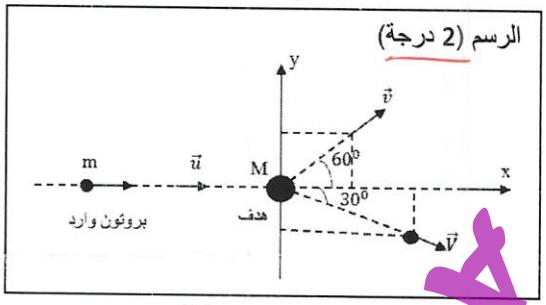
وهو الشكل الجديد للهاميلتوني بدلالة المؤثرين $\hat{a}, \hat{a}^+$.

الجواب الثاني (20 درجة):

بما أنَّ التصادم مرن فإنَّ مبدأ انحفاظ الاندفاع ومبدأ انحفاظ الطاقة محققان وبالتالي نستطيع أن نكتب:

$$0 + \frac{1}{2}mu^2 = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}MV^2 \quad (2\text{درجة})$$

الرسم (2 درجة)



(1)

طاقة الجملة الحركية بعد التصادم = طاقة الجملة الحركية قبل التصادم

نضرب طرفي العلاقة بـ $\frac{2}{m}$، نجد:

$$u^2 = v^2 + \frac{M}{m}V^2 \quad (2\text{درجة})$$

نكتب حسب مبدأ انحفاظ الاندفاع:

$$0 + m\vec{u} = m\vec{v} + M\vec{V} \quad (2\text{درجة})$$

نسقط هذه العلاقة المتجهة على جملة محاور إحداثية متعامدة xoy فيها محور السينات منطبق على اتجاه الورود.

1- بالإسقاط على محور السينات ox نجد:

$$mu = mv\cos(60^0) + MV\cos(30^0) = \frac{mv}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}MV$$

$$\Rightarrow \quad u = \frac{v}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2m}MV \quad (2\text{درجة}) \qquad (2)$$

2- بالإسقاط على محور العينات oy نجد:

$$0 = mv\sin(60^0) - MV\sin(30^0) = \frac{\sqrt{3}}{2}mv - \frac{MV}{2}$$

$$\Rightarrow \quad 0 = \frac{\sqrt{3}}{2}mv - \frac{MV}{2} \quad (2\text{درجة}) \qquad (3)$$

من العلاقة (3):

$$\frac{\sqrt{3}}{2}mv = \frac{MV}{2} \Rightarrow v = \frac{MV}{\sqrt{3}m} \text{(درجة2)}$$

نعوض في العلاقة (2):

$$u = \frac{MV}{2\sqrt{3}m} + \frac{\sqrt{3}}{2m}MV = \frac{MV}{2\sqrt{3}m}\left(\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}\right) + \frac{\sqrt{3}}{2m}MV = \frac{\sqrt{3}}{6m}MV + \frac{\sqrt{3}}{2m}MV$$
$$= \frac{\sqrt{3}MV + 3\sqrt{3}MV}{6m} = \frac{4\sqrt{3}MV}{6m} = \frac{2\sqrt{3}MV}{3m} \text{(درجة2)}$$

نعوض في العلاقة (1) نجد:

$$\left(\frac{2\sqrt{3}MV}{3m}\right)^2 = \left(\frac{MV}{\sqrt{3}m}\right)^2 + \frac{M}{m}V^2$$

$$\Rightarrow \frac{12M^2V^2}{9m^2} = \frac{M^2V^2}{3m^2} + \frac{M}{m}V^2 \Rightarrow \frac{4M^2}{3m^2} = \frac{M^2}{3m^2} + \frac{M}{m}$$

$$\Rightarrow \frac{4M^2}{3m^2} - \frac{M^2}{3m^2} = \frac{M}{m} \Rightarrow \frac{M^2}{m^2} = \frac{M}{m} \Rightarrow \frac{M}{m} = 1 \Rightarrow M = m \text{(درجة2)}$$

أي الهدف هو بروتون. (2درجة)

الجواب الثالث (24 درجة):

1- نكتب معادلة ديراك بالشكل:

$$(\hat{E} - \hat{H}_D)\Psi = 0 \quad \text{(درجة 2)}$$

حيث يقابل المؤثران العبارتين التاليتين:

$$\hat{E} = i\hbar\frac{\partial}{\partial t} \text{(درجة2)} \quad , \quad \hat{H}_D = c\alpha_n\hat{p}_n + \rho_3 m_0 c^2 \text{(درجة2)}$$

2- عند وجود حقل كهرطيسي خارجي مُعطى بالكمونين $(\vec{A}, \phi)$ ، يأخذ المؤثران السابقان الصيغتين التاليتين:

$$\hat{F} = i\hbar\frac{\partial}{\partial t} - e\phi \text{(درجة2)} \quad , \quad \hat{p} = -i\hbar\vec{\nabla} - \frac{e}{c}\vec{A} \text{(درجة2)}$$

وبالتالي تؤول معادلة ديراك بوجود حقل كهرطيسي إلى الصيغة التالية:

$$[\hat{F} - c(\alpha_n\hat{p}_n) - \rho_3 m_0 c^2]\Psi = 0 \quad ; \quad n = 1,2,3 \text{(درجة2)}$$

3- الشكل المرافق لمعادلة ديراك الأخيرة هو:

$$\Psi^{+}\left[\hat{F} - c(\alpha_n \hat{p}_n) - \rho_3 m_0 c^2\right] = 0 \quad (\text{درجة}2)$$

4- تُعطى العلاقة التي تُعبّر عن طاقة التأثير المتبادل بين العزم المغناطيسي الشاذ والحقل الكهرطيسي:

$$V_m = \mu \sum_{i,j=1}^{4} (\alpha_{ij} F_{ij}) \quad (\text{درجة}2)$$

حيث: α_{ij} تنسور من المرتبة الثانية معرّف بمصفوفات ديراك، μ العزم المغناطيسي الشاذ.

بالاستفادة من مركبات α_{ij} تصبح العلاقة بالصيغة التالية:

$$V_m = \mu[\rho_3(\acute{\sigma}\, H) + \rho_2(\acute{\sigma}\, \varepsilon)] \quad (\text{درجة}2)$$

$\mu_p^a = 1.79\mu_N$ (درجة2) قيمة العزم المغناطيسي الشاذ للبروتون.

تجربة ألفاريز بلوخ أثبتت أنَّ قيمة العزم المغناطيسي الشاذ للنترون تساوي:

$$\mu_n^a = -1.91\mu_N \quad (\text{درجة}2)$$

نشير إلى أنَّ حقيقة نشوء العزم المغناطيسي الشاذ من التأثيرات المتبادلة النووية (تأثيرات متبادلة شديدة) نتيجةً للتأثير المتبادل بين حقول النكليونات وحقول الميزون التي تنقل التأثيرات المتبادلة بين النكليونات. (درجة2)

الجواب الرابع (24 درجة):

لإثبات صحة العلاقة $\sigma = |f(\theta)|^2$ علماً أنَّ كثافة تيار الجسيمات الواردة j:

$$j = \frac{\hbar}{2mi}(\Psi^* \nabla\Psi - \Psi \nabla\Psi^*) \qquad (*)$$

يُوصف الجسيم المتشتت بموجة كروية الشكل:

$$\Psi = \frac{f(\theta)e^{ikr}}{r} \quad (\text{درجة}2) \qquad (1)$$

يُعطى المؤثر في الإحداثيات الكروية (r, θ, ϕ):

$$\hat{\nabla} \equiv \left(\frac{\partial}{\partial r}, \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial \theta}, \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial}{\partial \phi}\right) \quad (\text{درجة}2) \qquad (2)$$

$$\Psi^* = f^*(\theta)\frac{e^{-ikr}}{r} \quad (\text{درجة2}) \qquad (3)$$

$$\nabla\Psi = ?$$

$$\frac{\partial}{\partial r}\left(f(\theta)\frac{1}{r}e^{ikr}\right) = f(\theta)\left(-\frac{1}{r^2}e^{ikr} + \frac{ik}{r}e^{ikr}\right)$$
$$= f(\theta)e^{ikr}\left(\frac{ik}{r} - \frac{1}{r^2}\right) \quad (\text{درجة2})$$

من العلاقات (1) و (2)، يمكننا أن نكتب:

$$\nabla\Psi = \left(f(\theta)e^{ikr}\left(\frac{ik}{r} - \frac{1}{r^2}\right), \frac{e^{ikr}}{r^2}\frac{df}{d\theta}, 0\right) \quad (\text{درجة2}) \qquad (4)$$

من العلاقتين (3) و (4)، نجد:

$$\Psi^*\nabla\Psi = \left(|f(\theta)|^2\left(\frac{ik}{r^2} - \frac{1}{r^3}\right), \frac{1}{r^3}f^*(\theta)\frac{df(\theta)}{d\theta}, 0\right) \quad (\text{درجة2}) \qquad (5)$$

بنفس الطريقة نحسب ?$= \nabla\Psi^*$

$$\frac{\partial}{\partial r}\left(f^*(\theta)\frac{e^{-ikr}}{r}\right) = f^*(\theta)\left(-\frac{1}{r^2}e^{-ikr} - \frac{ik}{r}e^{-ikr}\right)$$
$$= f^*(\theta)e^{-ikr}\left(-\frac{1}{r^2} - \frac{ik}{r}\right) \quad (\text{درجة2})$$

من العلاقات (2) و (3)، يمكننا أن نكتب:

$$\nabla\Psi^* = \left(f^*(\theta)e^{-ikr}\left(-\frac{1}{r^2} - \frac{ik}{r}\right), \frac{e^{-ikr}}{r^2}\frac{df^*}{d\theta}, 0\right) \qquad (6)$$

من العلاقتين (1) و (6)، نجد:

$$\Psi\nabla\Psi^* = \left(|f(\theta)|^2\left(-\frac{ik}{r^2} - \frac{1}{r^3}\right), \frac{1}{r^3}f(\theta)\frac{df^*(\theta)}{d\theta}, 0\right) \quad (\text{درجة2}) \qquad (7)$$

$$\Psi^*\nabla\Psi - \Psi\nabla\Psi^* = \left(\frac{2ik}{r^2}|f(\theta)|^2, \frac{1}{r^3}\left(f^*(\theta)\frac{df(\theta)}{d\theta} - f(\theta)\frac{df^*(\theta)}{d\theta}\right), 0\right)$$

بالتعويض في العلاقة (*)، نجد:

$$\Rightarrow j = \frac{\hbar}{2mi}\left(\frac{2ik}{r^2}|f(\theta)|^2, \frac{1}{r^3}\left(f^*(\theta)\frac{df(\theta)}{d\theta} - f(\theta)\frac{df^*(\theta)}{d\theta}\right), 0\right)$$

$$= \frac{\hbar k}{m}\frac{|f(\theta)|^2}{r^2}, \frac{\hbar}{2mir^3}\left(f^*(\theta)\frac{df(\theta)}{d\theta}\right.$$

$$\left. - f(\theta)\frac{df^*(\theta)}{d\theta}\right), 0 \text{(درجة2)}$$

من أجل قيم كبيرة لـِ r نهمل المركبة المحمولة على المتجه e_θ بالمقارنة مع المركبة المحمولة على المتجه e_r فيكون:

$$\Rightarrow j_r = \frac{\hbar k}{m}\frac{|f(\theta)|^2}{r^2} = v\frac{|f(\theta)|^2}{r^2} \text{(درجة2)}$$

يُعطى قانون تدفق الجسيمات المتشتتة dN في الاتجاه $\vec{K}(\theta, \phi)$ من خلال سطح كروي بعد عبوره السطح ds المتعامد مع الحزمة الواردة بالعلاقة:

$$dN = v|f(\theta)|^2\frac{ds}{r^2} = j_r.ds = v|f(\theta)|^2 d\Omega \text{(درجة2)}$$

$$\Rightarrow \frac{dN}{d\Omega} = v|f(\theta)|^2$$

$$\Rightarrow \sigma = \frac{1}{j}\frac{dN}{d\Omega} = \frac{1}{v}.v|f(\theta)|^2 = |f(\theta)|^2 \text{(درجة2)}$$

وهو المقطع العرضي للتشتت.

مع التمنيات بالتوفيق والنجاح مدرسة المقرر: د. سمر عمران

سُلّم تصحيح امتحان مقرر ميكانيك كم 2 لطلاب^4 ف- كلية العلوم - جامعة طرطوس- الدورة التكميلية للعام الدراسي 2022-2023

الجواب الأول (15 درجة):

نختار المؤثر الواحدي $\hat{U}$ بالشكل: $\hat{U} = e^{-\frac{i}{\hbar}\hat{F}}$ (3درجة)

فيكون المؤثر الهرميتي له: $\hat{U}^{+} = e^{+\frac{i}{\hbar}\hat{F}}$ (3درجة)

$$\hat{p}_i = \hat{U}^{+}\hat{p}_i\hat{U} \quad \Rightarrow \quad \hat{p}_i\Psi(\hat{x}_i) = \left(\hat{U}^{+}\hat{p}_i\hat{U}\right)\Psi(\hat{x}_i) \text{ (3درجة)}$$

$$\hat{p}_i\Psi(\hat{x}_i) = \left(e^{+\frac{i}{\hbar}\hat{F}}\,\hat{p}_i\,e^{-\frac{i}{\hbar}\hat{F}}\right)\Psi(\hat{x}_i) = e^{+\frac{i}{\hbar}\hat{F}}\left(-i\hbar\frac{\partial}{\partial\hat{x}_i} + \frac{\partial\hat{F}}{\partial\hat{x}_i}\right)e^{-\frac{i}{\hbar}\hat{F}}\Psi(\hat{x}_i)$$

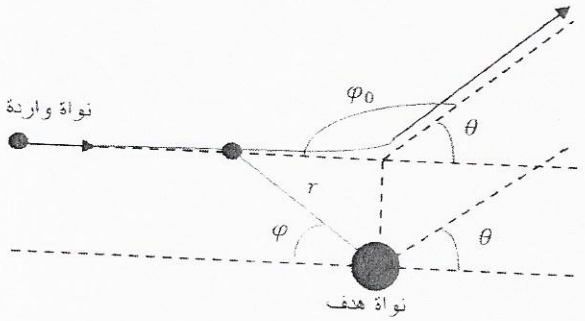
$$= e^{+\frac{i}{\hbar}\hat{F}}\left(-i\hbar\frac{\partial}{\partial\hat{x}_i}\right)e^{-\frac{i}{\hbar}\hat{F}}\Psi(\hat{x}_i) + e^{+\frac{i}{\hbar}\hat{F}}\left(\frac{\partial\hat{F}}{\partial\hat{x}_i}\right)e^{-\frac{i}{\hbar}\hat{F}}\Psi(\hat{x}_i) \text{ (3درجة)}$$

$$= e^{+\frac{i}{\hbar}\hat{F}}\left[-i\hbar\left(-\frac{i}{\hbar}\frac{\partial\hat{F}}{\partial\hat{x}_i}\right)e^{-\frac{i}{\hbar}\hat{F}}\Psi(\hat{x}_i) - i\hbar e^{-\frac{i}{\hbar}\hat{F}}\left(\frac{\partial\Psi(\hat{x}_i)}{\partial\hat{x}_i}\right)\right]$$

$$+ e^{+\frac{i}{\hbar}\hat{F}}\left(\frac{\partial\hat{F}}{\partial\hat{x}_i}\right)e^{-\frac{i}{\hbar}\hat{F}}\Psi(\hat{x}_i) = -i\hbar e^{-\frac{i}{\hbar}\hat{F}}e^{+\frac{i}{\hbar}\hat{F}}\left(\frac{\partial\Psi(\hat{x}_i)}{\partial\hat{x}_i}\right)$$

$$= -i\hbar\frac{\partial\Psi(\hat{x}_i)}{\partial\hat{x}_i} \text{ (3درجة)}$$

الجواب الثاني (18 درجة): الرسم (2درجة)



عندما $r \to \infty$ فإنَّ قيمة φ محددة ولتكن φ_0، وتكون زاوية التبعثر في هذه الحالة

$$\theta = \pi - \varphi_0 \Rightarrow \varphi_0 = \pi - \theta \text{ (2درجة)}$$

نبدّل في العلاقة:

$$\frac{1}{\infty}=0=\frac{1}{b}\sin\varphi_0+\frac{D}{2b^2}(\cos\varphi_0-1)\text{(درجة2)}$$

$$-\frac{1}{b}\sin\varphi_0=\frac{D}{2b^2}(\cos\varphi_0-1)\Rightarrow-\sin\varphi_0=\frac{D}{2b}(\cos\varphi_0-1)\text{(درجة2)}$$

$$-\sin(\pi-\theta)=\frac{D}{2b}(\cos(\pi-\theta)-1)$$

$$\sin(\pi-\theta)=\sin\theta\ ,\cos(\pi-\theta)=-\cos\theta\ \text{(درجة2)}$$

$$\Rightarrow-\sin(\theta)=\frac{D}{2b}(-\cos(\theta)-1)\Rightarrow\sin(\theta)=\frac{D}{2b}(\cos(\theta)+1)\text{(درجة2)}$$

$$\sin(\theta)=2\sin\frac{\theta}{2}\cos\frac{\theta}{2}\ ,\cos(\theta)=1-2\sin^2\frac{\theta}{2}\text{(درجة2)}$$

$$\Rightarrow 2\sin\frac{\theta}{2}\cos\frac{\theta}{2}=\frac{D}{2b}\left(2-2\sin^2\frac{\theta}{2}\right)=\frac{D}{b}\cos^2\frac{\theta}{2}\text{(درجة2)}$$

$$\Rightarrow 2\sin\frac{\theta}{2}=\frac{D}{b}\cos\frac{\theta}{2}\Rightarrow\frac{\cos\frac{\theta}{2}}{\sin\frac{\theta}{2}}=\frac{2b}{D}\Rightarrow\cot\frac{\theta}{2}=\frac{2b}{D}\text{(درجة2)}$$

الجواب الثالث (19 درجة):

1) $\hat{P}=\frac{1}{\sqrt{mw\hbar}}\hat{p}=\frac{1}{\sqrt{mw\hbar}}\left(-i\hbar\frac{\partial}{\partial x}\right)\text{(درجة2)}=\frac{-i\hbar}{\sqrt{mw\hbar}}\frac{\partial}{\partial\hat{Q}}\frac{\partial\hat{Q}}{\partial\hat{x}}=$

$\frac{-i\hbar}{\sqrt{mw\hbar}}\frac{\partial}{\partial\hat{Q}}\sqrt{\frac{mw}{\hbar}}=-i\frac{\partial}{\partial\hat{Q}}\Rightarrow\hat{P}=-i\frac{\partial}{\partial\hat{Q}}\text{(درجة2)}$

2) $[\hat{P},\hat{Q}]f(\hat{Q})=\left[-i\frac{\partial}{\partial\hat{Q}},\hat{Q}\right]f(\hat{Q})=\left(-i\frac{\partial}{\partial\hat{Q}}\hat{Q}+i\hat{Q}\frac{\partial}{\partial\hat{Q}}\right)f(\hat{Q})=$

$-i\frac{\partial}{\partial\hat{Q}}(\hat{Q}.f)+i\hat{Q}\frac{\partial f}{\partial\hat{Q}}=-if-i\hat{Q}\frac{\partial f}{\partial\hat{Q}}+i\hat{Q}\frac{\partial f}{\partial\hat{Q}}=-if$

$\Rightarrow[\hat{P},\hat{Q}]f(\hat{Q})=-if(\hat{Q})\Rightarrow[\hat{P},\hat{Q}]=-i\text{(درجة2)}$

3) يتحول H إلى الصيغة التالية بدلالة المؤثرين $\hat{P}$ و $\hat{Q}$:

$$H=\frac{\hbar w}{2}(\hat{P}^2+\hat{Q}^2)\ \text{(درجة2)}$$

بما أنَّ المؤثر $\hat{a}$ يعرَّف بالعلاقة التالية فالمرافق الهرميتي لهُ:

$$\hat{a}=\frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{Q}+i\hat{P})\quad\Rightarrow\quad\hat{a}^+=\frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{Q}-i\hat{P})\text{(درجة2)}$$

A to Z

نحسب المبدّل $[\hat{a},\hat{a}^+]$:

$$[\hat{a},\hat{a}^+]=\left[\frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{Q}+i\hat{P}),\frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{Q}-i\hat{P})\right]$$
$$=\frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{Q}+i\hat{P}).\frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{Q}-i\hat{P})-\frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{Q}-i\hat{P})\frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{Q}+i\hat{P})$$
$$=\frac{1}{2}(\hat{Q}^2+i\hat{P}\hat{Q}-i\hat{P}\hat{Q}+\hat{P}^2)-\frac{1}{2}(\hat{Q}^2-i\hat{P}\hat{Q}+i\hat{Q}\hat{P}+\hat{P}^2)$$
$$=i\hat{P}\hat{Q}-i\hat{P}\hat{Q}=i(\hat{P}\hat{Q}-\hat{P}\hat{Q})=i[\hat{P},\hat{Q}]=i(-i)$$
$$=1\ (\text{درجة}2)$$

نعبّر عن الهاميلتوني H بدلالة المؤثرين $\hat{a},\hat{a}^+$:

$$\hat{a}\sqrt{2}=\hat{Q}+i\hat{P}\ ,\ \ \hat{a}^+\sqrt{2}=\hat{Q}-i\hat{P}\quad(\text{درجة}1)$$

بالجمع نجد: $(\text{درجة}1)$ $\quad\hat{Q}=\frac{\sqrt{2}}{2}(\hat{a}+\hat{a}^+)\quad(*)$

وبالطرح نجد: $(\text{درجة}1)$ $\quad\hat{P}=\frac{i\sqrt{2}}{2}(\hat{a}^+-\hat{a})\quad(**)$

نربع (*) و (**) ونجمعهما، فنجد:

$$\hat{Q}^2+\hat{P}^2=\hat{a}\hat{a}^++\hat{a}^+\hat{a}\quad(\text{درجة}2)\qquad(***)$$

نعود إلى علاقة الهاميلتوني H ونعوض:

$$H=\frac{\hbar w}{2}(\hat{P}^2+\hat{Q}^2)=\frac{\hbar w}{2}(\hat{a}\hat{a}^++\hat{a}^+\hat{a})\ (\text{درجة}2)$$

وهو الشكل الجديد للهاميلتوني بدلالة المؤثرين $\hat{a},\hat{a}^+$.

الجواب الرابع (16 درجة):

1- نكتب معادلة ديراك بالشكل:

$$(\hat{E}-\hat{H}_D)\Psi=0\quad(\text{درجة}3)$$

حيث يقابل المؤثران العبارتين التاليتين:

$$\hat{H}_D=c\alpha_n\hat{p}_n+\rho_3 m_0c^2\quad(\text{درجة}2)\ ,\ \ \hat{E}=i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\quad(\text{درجة}2)$$

A to Z

2- عند وجود حقل كهرطيسي خارجي مُعطى بالكمونين $(\vec{A},\phi)$ ، يأخذ المؤثران السابقان الصيغتين التاليتين:

$$\hat{p} = -i\hbar\vec{\nabla} - \frac{e}{c}\vec{A} \quad (\text{درجة}2) \quad , \quad \hat{F} = i\hbar\frac{\partial}{\partial t} - e\phi \quad (\text{درجة}2)$$

وبالتالي تؤول معادلة ديراك بوجود حقل كهرطيسي إلى الصيغة التالية:

$$[\hat{F} - c(\alpha_n \hat{p}_n) - \rho_3 m_0 c^2]\Psi = 0 \quad ; \quad n = 1,2,3 \quad (\text{درجة}2)$$

3- الشكل المرافق لمعادلة ديراك الأخيرة هو:

$$\Psi^+[\hat{F} - c(\alpha_n \hat{p}_n) - \rho_3 m_0 c^2] = 0 \quad (\text{درجة}3)$$

الجواب الخامس (22 درجة):

1- إنّ المصفوفة حقيقية متعامدة تعني أنها واحدية، ولتكون المصفوفة واحدية يجب أن تحقق الشرط

$$A^+A = I \;\; or \;\; A^+ = A^{-1} \quad (\text{درجة}2)$$

$$A^+ = \begin{pmatrix} a & \sqrt{1-a^2} \\ -\sqrt{1-a^2} & a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & \sqrt{1-a^2} \\ -\sqrt{1-a^2} & a \end{pmatrix} \quad (\text{درجة}2)$$

$$A^+A = \begin{pmatrix} a & \sqrt{1-a^2} \\ -\sqrt{1-a^2} & a \end{pmatrix}\begin{pmatrix} a & -\sqrt{1-a^2} \\ \sqrt{1-a^2} & a \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} a^2+1-a^2 & -a\sqrt{1-a^2}+a\sqrt{1-a^2} \\ -a\sqrt{1-a^2}+a\sqrt{1-a^2} & 1-a^2+a^2 \end{pmatrix}(\text{درجة}2) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$= I(\text{درجة}2)$$

وبالتالي المصفوفة حقيقة متعامدة، أيَ واحدية.

2- أ-

$$S = \frac{i\hbar}{2m}[\Psi grad\Psi^* - \Psi^* grad\Psi] = \frac{i\hbar}{2m}\left[\sqrt{N}e^{ikx}\frac{d}{dx}\left(\sqrt{N}e^{-ikx}\right) - \sqrt{N}e^{-ikx}\frac{d}{dx}\left(\sqrt{N}e^{ikx}\right)\right](\text{درجة}2) = \frac{i\hbar}{2m}\left[\sqrt{N}e^{ikx}\sqrt{N}\left(-ike^{-ikx}\right) - \sqrt{N}e^{-ikx}\sqrt{N}\left(ike^{ikx}\right)\right](\text{درجة}2) = \frac{i\hbar}{2m}[-ikN - ikN] =$$

$$\frac{i\hbar}{2m}[-2ikN](\text{درجة}2) = \frac{\hbar kN}{m} = \frac{pN}{m} = v.N(\text{درجة}2)$$

حيث $p = mv \Rightarrow v = \frac{p}{m}(\text{درجة}2)$

ب-

$$\rho = \Psi\Psi^* = \sqrt{N}e^{ikx}\sqrt{N}e^{-ikx} = N \text{ (درجة2)} \quad \text{(درجة2)}$$

مع التمنيات بالتوفيق والنجاح

مدرسا المقرر : أ.د أحمد بيشاني، د. سمر عمران

A to Z

جامعة طرطوس كلية العلوم قسم الفيزياء العام الدراسي 2022-2023م الفصل الدراسي الثاني	1 / 8/2023	مقرر ميكانيك كم 2– س^4 ف الدرجة: 90 (تسعون) مدة الامتحان ساعتان اسم الطالب: .....

أجب عن الأسئلة التالية:

السؤال الأول (24 درجة):

يتفكك بيون π^- وهو في حالة السكون إلى ميون μ^- ونترينو ν، والمطلوب: ماهي سرعة الميون السالب μ^-؟

السؤال الثاني (15 درجة):

بفرض أنّ: $\hat{p}_i = -i\hbar\frac{\partial}{\partial\hat{x}_i} + \frac{\partial\hat{F}}{\partial\hat{x}_i}$ بيّن أنّهُ يمكن التخلص من الحدّ الأخير بإجراء تحويل واحدي مناسب وكتابة عبارة الاندفاع في التمثيل الإحداثي بالشكل:

$$\hat{p}_i = -i\hbar\frac{\partial}{\partial\hat{x}_i} \quad or \quad \hat{p}_i = -i\hbar\hat{\nabla}$$

السؤال الثالث (20 درجة):

إذا كان مسار جسيمات إلفا الناتج عن استطارتها بتفاعلها مع نواة ذرة ما عبارة عن قطع زائد، تُعطى معادلته في الإحداثيات القطبية بالعلاقة التالية:

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{b}\sin\varphi + \frac{D}{2b^2}(\cos\varphi - 1)$$

المطلوب: استخدم هذه العلاقة لتبيان أنّ العلاقة التي تربط زاوية التبعثر مع بارامتر الصدم هي:

$$\cot\left(\frac{\theta}{2}\right) = \frac{2b}{D}$$

موضحاً ذلك بالرسم.

السؤال الرابع (22 درجة):

عند دراسة الهزاز التوافقي بلغة المؤثرات نكتب الهاميلتوني بالصيغة التالية $H = \frac{\hat{p}^2}{2m} + \frac{1}{2}mw^2\hat{x}^2$ ونجري التحويل التالي $\hat{Q} = \sqrt{\frac{mw}{\hbar}}\hat{x}$, $\hat{P} = \frac{1}{\sqrt{mw\hbar}}\hat{p}$ والمطلوب:

1) أوجد العلاقة بين المؤثرين $\hat{P}$ و $\hat{Q}$؟
2) احسب المبدّل $[\hat{P},\hat{Q}]f(\hat{Q})$؟
3) أوجد صيغة الهاميلتوني H بدلالة المؤثرين $\hat{a},\hat{a}^+$ علماً أنّ المؤثر $\hat{a}$ يأخذ الصيغة التالية:

$$\hat{a} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{Q} + i\hat{P})$$

السؤال الخامس (9 درجة):

1– هل المصفوفة التالية حقيقية متعامدة؟ $\begin{pmatrix}\sqrt{1-b^2} & b\\ b & -\sqrt{1-b^2}\end{pmatrix}$

يُسمح باستخدام الآلة الحاسبة مع التمنيات بالتوفيق والنجاح مدرسا المقرر: أ.د أحمد بيشاني، د. سمر عمران

A to Z

سُلّم تصحيح امتحان مقرر ميكانيك كم 2 لطلاب^4 ف- كلية العلوم - جامعة طرطوس- الدورة الفصلية الثانية للعام الدراسي 2022-2023

الجواب الأول (24 درجة):

$\pi^- \longrightarrow \mu^- + \nu$ (2 درجة)

حسب قانون انحفاظ الطاقة نكتب: $E_\pi = E_\mu + E_\nu$ (2 درجة)

حسب قانون انحفاظ الاندفاع نكتب:

$$\vec{P}_\pi = \vec{P}_\mu + \vec{P}_\nu \quad \Rightarrow (\text{البيون ساكن } \vec{P}_\pi = 0) \Rightarrow \quad \vec{P}_\mu = -\vec{P}_\nu \quad (2\text{ درجة}) \quad (*)$$

لدينا أيضاً:

$$E^2 - p^2c^2 = m^2c^4 \Rightarrow E_\pi^2 - p_\pi^2c^2 = m_\pi^2c^4 \Rightarrow E_\pi^2 = m_\pi^2c^4$$
$$\Rightarrow E_\pi = m_\pi c^2 \ (2\text{ درجة})$$

$$E_\mu^2 - p_\mu^2c^2 = m_\mu^2c^4 \Rightarrow E_\mu^2 = p_\mu^2c^2 + m_\mu^2c^4$$
$$\Rightarrow E_\mu = c\sqrt{p_\mu^2 + m_\mu^2c^2} \ (2\text{ درجة})$$

$$E_\nu^2 - p_\nu^2c^2 = m_\nu^2c^4 \quad ; \quad \text{كتلة النترينو } (m_\nu = 0) \ (2\text{ درجة})$$

$$E_\nu^2 = p_\nu^2c^2 \Rightarrow E_\nu = |p_\nu|.c \quad (2\text{ درجة})$$

نعوض هذه الطاقات في معادلة انحفاظ الطاقة:

$$E_\pi = E_\mu + E_\nu \Rightarrow m_\pi c^2 = c\sqrt{p_\mu^2 + m_\mu^2c^2} + |p_\nu|.c$$

$$\Rightarrow m_\pi c^2 - |p_\nu|.c = c\sqrt{p_\mu^2 + m_\mu^2c^2} \quad (2\text{ درجة})$$

بالتربيع نجد:

$$[m_\pi c^2 - |p_\nu|.c]^2 = c^2(p_\mu^2 + m_\mu^2c^2) \Rightarrow [m_\pi c - |p_\nu|]^2 = p_\mu^2 + m_\mu^2c^2$$

A to Z

وفق(*) $\left[m_\pi c - |p_\mu|\right]^2 = p_\mu^2 + m_\mu^2 c^2 \Rightarrow m_\pi^2 c^2 + p_\mu^2 - 2m_\pi c p_\mu = p_\mu^2 + m_\mu^2 c^2$

$\Rightarrow m_\pi^2 c - m_\mu^2 c = 2m_\pi p_\mu \Rightarrow |\vec{p}_\mu| = \frac{(m_\pi^2 - m_\mu^2)c}{2m_\pi}$ (2 درجة)

نعوض $|\vec{p}_\mu|$ في العلاقة: $E_\mu^2 - p_\mu^2 c^2 = m_\mu^2 c^4$

$$E_\mu^2 = p_\mu^2 c^2 + m_\mu^2 c^4 = \left(\frac{(m_\pi^2 - m_\mu^2)c}{2m_\pi}\right)^2 + m_\mu^2 c^4$$
$$= c^4\left[m_\mu^2 + \frac{m_\pi^4 + m_\mu^4 - 2m_\pi^2 m_\mu^2}{4m_\pi^2}\right]$$
$$= c^4\left[\frac{4m_\mu^2 m_\pi^2 + m_\pi^4 + m_\mu^4 - 2m_\pi^2 m_\mu^2}{4m_\pi^2}\right]$$
$$= c^4\left[\frac{2m_\mu^2 m_\pi^2 + m_\pi^4 + m_\mu^4}{4m_\pi^2}\right] = c^4\left[\frac{m_\mu^2 + m_\pi^2}{2m_\pi}\right]^2 \Rightarrow E_\mu$$
$$= c^2\left(\frac{m_\mu^2 + m_\pi^2}{2m_\pi}\right) \quad (2 \text{ درجة})$$

لدينا من جهة أخرى:

$$\vec{p} = \frac{mv}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad , \quad E = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$\frac{p}{E} = \frac{v}{c^2} \Rightarrow v_\mu = \frac{p_\mu c^2}{E_\mu} \quad (2 \text{ درجة})$$

بتعويض قيم E_μ و p_μ نجد:

$$v_\mu = \frac{\left(\frac{(m_\pi^2 - m_\mu^2)c}{2m_\pi}\right)c^2}{c^2\left(\frac{m_\mu^2 + m_\pi^2}{2m_\pi}\right)} = \left(\frac{m_\pi^2 - m_\mu^2}{m_\pi^2 + m_\mu^2}\right)c \quad (2 \text{ درجة})$$

Ato Z

الجواب الثاني (15 درجة):

نختار المؤثر الواحدي $\hat{U}$ بالشكل: $\hat{U} = e^{-\frac{i}{\hbar}\hat{F}}$ (3درجة)

فيكون المؤثر الهرميتي له: $\hat{U}^{+} = e^{+\frac{i}{\hbar}\hat{F}}$ (3درجة)

$$\hat{p}_i = \hat{U}^{+}\hat{p}_i\hat{U} \quad \Rightarrow \quad \hat{p}_i\Psi(\hat{x}_i) = (\hat{U}^{+}\hat{p}_i\hat{U})\Psi(\hat{x}_i) \text{ (3درجة)}$$

$$\hat{p}_i\Psi(\hat{x}_i) = \left(e^{+\frac{i}{\hbar}\hat{F}}\,\hat{p}_i\,e^{-\frac{i}{\hbar}\hat{F}}\right)\Psi(\hat{x}_i) = e^{+\frac{i}{\hbar}\hat{F}}\left(-i\hbar\frac{\partial}{\partial\hat{x}_i} + \frac{\partial\hat{F}}{\partial\hat{x}_i}\right)e^{-\frac{i}{\hbar}\hat{F}}\Psi(\hat{x}_i)$$

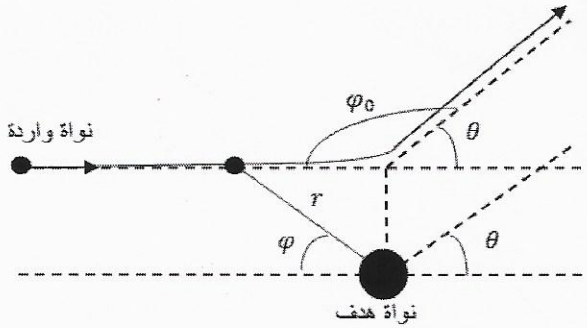
$$= e^{+\frac{i}{\hbar}\hat{F}}\left(-i\hbar\frac{\partial}{\partial\hat{x}_i}\right)e^{-\frac{i}{\hbar}\hat{F}}\Psi(\hat{x}_i) + e^{+\frac{i}{\hbar}\hat{F}}\left(\frac{\partial\hat{F}}{\partial\hat{x}_i}\right)e^{-\frac{i}{\hbar}\hat{F}}\Psi(\hat{x}_i) \text{ (3درجة)}$$

$$= e^{+\frac{i}{\hbar}\hat{F}}\left[-i\hbar\left(-\frac{i}{\hbar}\frac{\partial\hat{F}}{\partial\hat{x}_i}\right)e^{-\frac{i}{\hbar}\hat{F}}\Psi(\hat{x}_i) - i\hbar e^{-\frac{i}{\hbar}\hat{F}}\left(\frac{\partial\Psi(\hat{x}_i)}{\partial\hat{x}_i}\right)\right]$$

$$+ e^{+\frac{i}{\hbar}\hat{F}}\left(\frac{\partial\hat{F}}{\partial\hat{x}_i}\right)e^{-\frac{i}{\hbar}\hat{F}}\Psi(\hat{x}_i) = -i\hbar e^{-\frac{i}{\hbar}\hat{F}}e^{+\frac{i}{\hbar}\hat{F}}\left(\frac{\partial\Psi(\hat{x}_i)}{\partial\hat{x}_i}\right)$$

$$= -i\hbar\frac{\partial\Psi(\hat{x}_i)}{\partial\hat{x}_i} \text{ (3درجة)}$$

الجواب الثالث (20 درجة): الرسم (2درجة)



عندما $r \to \infty$ فإنَّ قيمة φ محددة ولتكن φ_0، وتكون زاوية التبعثر في هذه الحالة

$$\theta = \pi - \varphi_0 \Rightarrow \varphi_0 = \pi - \theta \text{ (2درجة)}$$

نبدّل في العلاقة (1):

$$\frac{1}{\infty} = 0 = \frac{1}{b}\sin\varphi_0 + \frac{D}{2b^2}(\cos\varphi_0 - 1) \text{ (2درجة)}$$

A to Z

$$-\frac{1}{b}\sin\varphi_0 = \frac{D}{2b^2}(\cos\varphi_0 - 1) \Rightarrow -\sin\varphi_0 = \frac{D}{2b}(\cos\varphi_0 - 1)\ (\text{درجة}2)$$

$$-\sin(\pi-\theta) = \frac{D}{2b}(\cos(\pi-\theta) - 1)\ (\text{درجة}2)$$

$$\sin(\pi-\theta) = \sin\theta\ , \cos(\pi-\theta) = -\cos\theta\ (\text{درجة}2)$$

$$\Rightarrow -\sin(\theta) = \frac{D}{2b}(-\cos(\theta) - 1) \Rightarrow \sin(\theta) = \frac{D}{2b}(\cos(\theta) + 1)\ (\text{درجة}2)$$

$$\sin(\theta) = 2\sin\frac{\theta}{2}\cos\frac{\theta}{2}, \cos(\theta) = 1 - 2\sin^2\frac{\theta}{2}\ (\text{درجة}2)$$

$$\Rightarrow 2\sin\frac{\theta}{2}\cos\frac{\theta}{2} = \frac{D}{2b}\left(2 - 2\sin^2\frac{\theta}{2}\right) = \frac{D}{b}\cos^2\frac{\theta}{2}\ (\text{درجة}2)$$

$$\Rightarrow 2\sin\frac{\theta}{2} = \frac{D}{b}\cos\frac{\theta}{2} \Rightarrow \frac{\cos\frac{\theta}{2}}{\sin\frac{\theta}{2}} = \frac{2b}{D} \Rightarrow \cot\frac{\theta}{2} = \frac{2b}{D}\ (\text{درجة}2)$$

الجواب الرابع (22 درجة):

1) $\hat{P} = \frac{1}{\sqrt{mw\hbar}}\hat{p} = \frac{1}{\sqrt{mw\hbar}}\left(-i\hbar\frac{\partial}{\partial x}\right)(\text{درجة}\ 1) = \frac{-i\hbar}{\sqrt{mw\hbar}}\frac{\partial}{\partial\hat{Q}}\frac{\partial\hat{Q}}{\partial\hat{x}} =$

$\frac{-i\hbar}{\sqrt{mw\hbar}}\frac{\partial}{\partial\hat{Q}}\sqrt{\frac{mw}{\hbar}} = -i\frac{\partial}{\partial\hat{Q}} \Rightarrow \hat{P} = -i\frac{\partial}{\partial\hat{Q}}\ (\text{درجة}2)$

2) $[\hat{P},\hat{Q}]f(\hat{Q}) = \left[-i\frac{\partial}{\partial\hat{Q}},\hat{Q}\right]f(\hat{Q}) =$

$\left(-i\frac{\partial}{\partial\hat{Q}}\hat{Q} + i\hat{Q}\frac{\partial}{\partial\hat{Q}}\right)f(\hat{Q})(\text{درجة}\ 1) = -i\frac{\partial}{\partial\hat{Q}}(\hat{Q}.f) + i\hat{Q}\frac{\partial f}{\partial\hat{Q}} = -if -$

$i\hat{Q}\frac{\partial f}{\partial\hat{Q}} + i\hat{Q}\frac{\partial f}{\partial\hat{Q}} = -if$

$\Rightarrow [\hat{P},\hat{Q}]f(\hat{Q}) = -if(\hat{Q}) \Rightarrow [\hat{P},\hat{Q}] = -i\ (\text{درجة}2)$

3) يتحول H إلى الصيغة التالية بدلالة المؤثرين $\hat{P}$ و$\hat{Q}$:

$$H = \frac{\hbar w}{2}(\hat{P}^2 + \hat{Q}^2)\ (\text{درجة}2)$$

بما أنَّ المؤثر $\hat{a}$ يعرّف بالعلاقة التالية فالمرافق الهرميتي لهُ:

$$\hat{a} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{Q} + i\hat{P}) \quad \Rightarrow \quad \hat{a}^+ = \frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{Q} - i\hat{P})\ (\text{درجة}2)$$

نحسب المبدّل $[\hat{a},\hat{a}^+]$:

A to Z

$$[\hat{a},\hat{a}^+]=\left[\frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{Q}+i\hat{P}),\frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{Q}-i\hat{P})\right]$$

$$=\frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{Q}+i\hat{P}).\frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{Q}-i\hat{P})$$

$$-\frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{Q}-i\hat{P})\frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{Q}+i\hat{P})\text{(درجة 1)}$$

$$=\frac{1}{2}(\hat{Q}^2+i\hat{P}\hat{Q}-i\hat{P}\hat{Q}+\hat{P}^2)-\frac{1}{2}(\hat{Q}^2-i\hat{P}\hat{Q}+i\hat{Q}\hat{P}+\hat{P}^2)$$

$$=i\hat{P}\hat{Q}-i\hat{P}\hat{Q}=i(\hat{P}\hat{Q}-\hat{P}\hat{Q})=i[\hat{P},\hat{Q}]=i(-i)$$

$$=1\text{(درجة2)}$$

نعبّر عن الهاميلتوني H بدلالة المؤثرين $\hat{a},\hat{a}^+$:

$$\hat{a}\sqrt{2}=\hat{Q}+i\hat{P}\ ,\ \ \hat{a}^+\sqrt{2}=\hat{Q}-i\hat{P}\quad\text{(درجة 1)}$$

بالجمع نجد: (درجة 2) (*) $\hat{Q}=\frac{\sqrt{2}}{2}(\hat{a}+\hat{a}^+)$

وبالطرح نجد: (درجة 2) (**) $\hat{P}=\frac{i\sqrt{2}}{2}(\hat{a}^+-\hat{a})$

نربع (*) و(**) ونجمعهما، فنجد:

$$\hat{Q}^2+\hat{P}^2=\hat{a}\hat{a}^++\hat{a}^+\hat{a}\quad\text{(درجة2)}\qquad(***)$$

نعود إلى علاقة الهاميلتوني H ونعوض:

$$H=\frac{\hbar w}{2}(\hat{P}^2+\hat{Q}^2)=\frac{\hbar w}{2}(\hat{a}\hat{a}^++\hat{a}^+\hat{a})\ \text{(درجة2)}$$

وهو الشكل الجديد للهاميلتوني بدلالة المؤثرين $\hat{a},\hat{a}^+$.

الجواب الخامس (9 درجة):

إنَّ المصفوفة حقيقية متعامدة تعني أنها واحدية، ولتكون المصفوفة واحدية يجب أن تحقق الشرط

$$A^+A=I\ \ or\ \ A^+=A^{-1}\quad\text{(درجة2)}$$

$$A^+=\begin{pmatrix}\sqrt{1-b^2} & b\\ b & -\sqrt{1-b^2}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\sqrt{1-b^2} & b\\ b & -\sqrt{1-b^2}\end{pmatrix}\text{(درجة2)}$$

A to Z

$$A^+A = \begin{pmatrix} \sqrt{1-b^2} & b \\ b & -\sqrt{1-b^2} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \sqrt{1-b^2} & b \\ b & -\sqrt{1-b^2} \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 1-b^2+b^2 & b\sqrt{1-b^2}-b\sqrt{1-b^2} \\ b\sqrt{1-b^2}-b\sqrt{1-b^2} & b^2+1-b^2 \end{pmatrix} (\text{درجة} 2)$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = I(\text{درجة } 3)$$

وبالتالي المصفوفة حقيقة متعامدة، أيّ واحدية.

مع التمنيات بالتوفيق والنجاح

مدرسا المقرر: أ.د أحمد بيشاني، د. سمر عمران

A to Z

جامعة طرطوس كلية العلوم قسم الفيزياء العام الدراسي 2022-2023م الفصل الدراسي الأول	29 / 1/2023	مقرر ميكانيك كم 2– س^4 ف الدرجة: 90 (تسعون) مدة الامتحان ساعتان اسم الطالب: .....

أجب عن الأسئلة التالية:

السؤال الأول (24 درجة):

يتفكك بيون π^- وهو في حالة السكون إلى ميون μ^- ونترينو ν، والمطلوب: ماهي سرعة الميون السالب μ^-؟

السؤال الثاني (15 درجة):

لدينا جسيمة واردة شحنتها q_1 وطاقتها الحركية E تتشتت على جسيمة أخرى ثقيلة شحنتها q_2 ومستقرة، والمطلوب: أوجد المقطع العرضي التفاضلي لهذا التشتت علماً أنَّ العلاقة التي تربط بارامتر الصدم b بزاوية التشتت θ هي: $b = \left(\frac{q_1 q_2}{8\pi\varepsilon_0 E}\right)\cot\frac{\theta}{2}$

السؤال الثالث (16 درجة):

1- اكتب الشكل العام لمعادلة ديراك موضحاً كل مكون من مكوناتها؟

2- كيف تصبح هذه المعادلة بوجود حقل كهرطيسي خارجي مُعطى بالكمونين $(\vec{A}, \phi)$؟

3- ما هو الشكل المرافق لهذه الصيغة الأخيرة؟

السؤال الرابع (18 درجة):

إذا كان مسار جسيمات إلفا الناتج عن استطارتها بتفاعلها مع نواة ذرة ما عبارة عن قطع زائد، تُعطى معادلته في الإحداثيات القطبية بالعلاقة التالية:

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{b}\sin\varphi + \frac{D}{2b^2}(\cos\varphi - 1)$$

المطلوب: استخدم هذه العلاقة لتبيان أنَّ العلاقة التي تربط زاوية التبعثر مع بارامتر الصدم هي:

$$\cot\left(\frac{\theta}{2}\right) = \frac{2b}{D}$$

موضحاً ذلك بالرسم.

السؤال الخامس (17 درجة):

عند دراسة الهزاز التوافقي بلغة المؤثرات نكتب الهاميلتوني بالصيغة التالية $H = \frac{\hat{p}^2}{2m} + \frac{1}{2}mw^2\hat{x}^2$ ونجري التحويل التالي $\hat{Q} = \sqrt{\frac{mw}{\hbar}}\hat{x}$, $\hat{P} = \frac{1}{\sqrt{mw\hbar}}\hat{p}$ والمطلوب:

1) أوجد العلاقة بين المؤثرين $\hat{P}$ و $\hat{Q}$؟

2) احسب المبدّل $[\hat{P}, \hat{Q}]f(\hat{Q})$؟

3) أوجد صيغة الهاميلتوني H بدلالة المؤثرين $\hat{a}, \hat{a}^+$ علماً أنَّ المؤثر $\hat{a}$ يأخذ الصيغة التالية:

$$\hat{a} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{Q} + i\hat{P})$$

يُسمح باستخدام الآلة الحاسبة مع التمنيات بالتوفيق والنجاح مدرسا المقرر: أ.د أحمد بيشاني، د. سمر عمران

سُلّم تصحيح امتحان مقرر ميكانيك كم 2 لطلاب^4 ف- كلية العلوم - جامعة طرطوس- الدورة الفصلية الأولى للعام الدراسي 2022-2023

الجواب الأول (24 درجة):

$$\pi^- \rightarrow \mu^- + \nu \quad (2 \text{ درجة})$$

حسب قانون انحفاظ الطاقة نكتب: $E_\pi = E_\mu + E_\nu$ (2 درجة)

حسب قانون انحفاظ الاندفاع نكتب:

$$\vec{P}_\pi = \vec{P}_\mu + \vec{P}_\nu \quad \Rightarrow (\text{البيون ساكن } \vec{P}_\pi = 0) \Rightarrow \quad \vec{P}_\mu = -\vec{P}_\nu \quad (2 \text{ درجة}) \quad (*)$$

لدينا أيضاً:

$$E^2 - p^2c^2 = m^2c^4 \Rightarrow E_\pi^2 - p_\pi^2c^2 = m_\pi^2c^4 \Rightarrow E_\pi^2 = m_\pi^2c^4$$
$$\Rightarrow E_\pi = m_\pi c^2 \ (2 \text{ درجة})$$

$$E_\mu^2 - p_\mu^2c^2 = m_\mu^2c^4 \Rightarrow E_\mu^2 = p_\mu^2c^2 + m_\mu^2c^4$$
$$\Rightarrow E_\mu = c\sqrt{p_\mu^2 + m_\mu^2c^2} \ (2 \text{ درجة})$$

$$E_\nu^2 - p_\nu^2c^2 = m_\nu^2c^4 \ ; \text{ كتلة النترينو } (m_\nu = 0) \ (2 \text{ درجة})$$

$$E_\nu^2 = p_\nu^2c^2 \Rightarrow E_\nu = |p_\nu|.c \quad (2 \text{ درجة})$$

نعوض هذه الطاقات في معادلة انحفاظ الطاقة:

$$E_\pi = E_\mu + E_\nu \Rightarrow m_\pi c^2 = c\sqrt{p_\mu^2 + m_\mu^2c^2} + |p_\nu|.c$$

$$\Rightarrow m_\pi c^2 - |p_\nu|.c = c\sqrt{p_\mu^2 + m_\mu^2c^2} \quad (2 \text{ درجة})$$

بالتربيع نجد:

$$[m_\pi c^2 - |p_\nu|.c]^2 = c^2(p_\mu^2 + m_\mu^2c^2) \Rightarrow [m_\pi c - |p_\nu|]^2 = p_\mu^2 + m_\mu^2c^2$$

وفق(*) $\left[m_\pi c - |p_\mu|\right]^2 = p_\mu^2 + m_\mu^2 c^2 \Rightarrow m_\pi^2 c^2 + p_\mu^2 - 2m_\pi c p_\mu = p_\mu^2 + m_\mu^2 c^2$

$$\Rightarrow m_\pi^2 c - m_\mu^2 c = 2m_\pi p_\mu \Rightarrow |\vec{p}_\mu| = \frac{(m_\pi^2 - m_\mu^2)c}{2m_\pi} \quad (\text{درجة } 2)$$

نعوض $|\vec{p}_\mu|$ في العلاقة: $E_\mu^2 - p_\mu^2 c^2 = m_\mu^2 c^4$

$$E_\mu^2 = p_\mu^2 c^2 + m_\mu^2 c^4 = \left(\frac{(m_\pi^2 - m_\mu^2)c}{2m_\pi}\right)^2 + m_\mu^2 c^4$$

$$= c^4\left[m_\mu^2 + \frac{m_\pi^4 + m_\mu^4 - 2m_\pi^2 m_\mu^2}{4m_\pi^2}\right]$$

$$= c^4\left[\frac{4m_\mu^2 m_\pi^2 + m_\pi^4 + m_\mu^4 - 2m_\pi^2 m_\mu^2}{4m_\pi^2}\right]$$

$$= c^4\left[\frac{2m_\mu^2 m_\pi^2 + m_\pi^4 + m_\mu^4}{4m_\pi^2}\right] = c^4\left[\frac{m_\mu^2 + m_\pi^2}{2m_\pi}\right]^2 \Rightarrow E_\mu$$

$$E_\mu = c^2\left(\frac{m_\mu^2 + m_\pi^2}{2m_\pi}\right) \quad (\text{درجة } 2)$$

لدينا من جهة أخرى:

$$\vec{p} = \frac{mv}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad , \quad E = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$\frac{p}{E} = \frac{v}{c^2} \Rightarrow v_\mu = \frac{p_\mu c^2}{E_\mu} \quad (\text{درجة } 2)$$

بتعويض قيم E_μ و p_μ نجد:

$$v_\mu = \frac{\left(\frac{(m_\pi^2 - m_\mu^2)c}{2m_\pi}\right)c^2}{c^2\left(\frac{m_\mu^2 + m_\pi^2}{2m_\pi}\right)} = \left(\frac{m_\pi^2 - m_\mu^2}{m_\pi^2 + m_\mu^2}\right)c \quad (\text{درجة } 2)$$

الجواب الثاني (15 درجة):

$$\left(\text{عند } \theta \to 3\right) \quad \frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{b}{\sin\theta}\left|\frac{db}{d\theta}\right|$$

$$b = \left(\frac{q_1 q_2}{8\pi\varepsilon_0 E}\right)\cot\frac{\theta}{2} = \left(\frac{q_1 q_2}{8\pi\varepsilon_0 E}\right)\left(\frac{\cos\frac{\theta}{2}}{\sin\frac{\theta}{2}}\right) \quad (\text{درجة}2)$$

$$\frac{db}{d\theta} = \left(\frac{q_1 q_2}{8\pi\varepsilon_0 E}\right)\left(-\frac{1}{2\sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right)}\right) \quad (\text{درجة}2)$$

$$\left|\frac{db}{d\theta}\right| = \frac{q_1 q_2}{8\pi\varepsilon_0 E\, 2\sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right)} \quad (\text{درجة}2)$$

$$\Rightarrow \frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{\sin\theta}\left(\frac{q_1 q_2}{8\pi\varepsilon_0 E}\right)\left(\frac{\cos\frac{\theta}{2}}{\sin\frac{\theta}{2}}\right)\frac{q_1 q_2}{8\pi\varepsilon_0 E\, 2\sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right)} \quad (\text{درجة}2)$$

$$= \frac{1}{2\sin\frac{\theta}{2}\cos\frac{\theta}{2}}\left(\frac{q_1 q_2}{8\pi\varepsilon_0 E}\right)\left(\frac{\cos\frac{\theta}{2}}{\sin\frac{\theta}{2}}\right)\frac{q_1 q_2}{8\pi\varepsilon_0 E\, 2\sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right)}$$

$$\Rightarrow \frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{q_1 q_2}{16\pi\varepsilon_0 E\sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right)}\right)^2 \quad (\text{درجة}2)$$

حيث: $\sin\theta = 2\sin\frac{\theta}{2}\cos\frac{\theta}{2}$ (درجة2)

الجواب الثالث (16 درجة):

1 تكتب معادلة ديراك بالشكل:

$$\left(\hat{E} - \hat{H}_D\right)\Psi = 0 \quad (\text{درجة } 3)$$

حيث يقابل المؤثران العبارتين التاليتين:

$$\hat{H}_D = c\alpha_n \hat{p}_n + \rho_3 m_0 c^2 \quad (\text{درجة}2) \quad , \quad \hat{E} = i\hbar\frac{\partial}{\partial t} \quad (\text{درجة}2)$$

2 عند وجود حقل كهرطيسي خارجي مُعطى بالكمونين $(\vec{A}, \phi)$ ، يأخذ المؤثران السابقان الصيغتين التاليتين:

$$\hat{p} = -i\hbar\vec{\nabla} - \frac{e}{c}\vec{A} \quad (\text{درجة}2) \quad , \quad \hat{F} = i\hbar\frac{\partial}{\partial t} - e\phi \quad (\text{درجة}2)$$

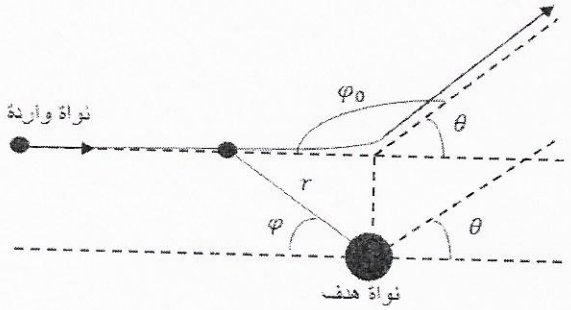
وبالتالي تؤول معادلة ديراك بوجود حقل كهرطيسي إلى الصيغة التالية:

$$\left[\hat{F} - c(\alpha_n \hat{p}_n) - \rho_3 m_0 c^2\right]\Psi = 0 \quad ; \quad n = 1,2,3 \quad (\text{درجة}2)$$

3 - الشكل المرافق لمعادلة ديراك الأخيرة هو:

$$\Psi^{+}\left[\hat{F} - c(\alpha_n \hat{p}_n) - \rho_3 m_0 c^2\right] = 0 \quad (\text{درجة}3)$$

الجواب الرابع (18 درجة): الرسم (2درجة)



عندما $r \to \infty$ فإنَّ قيمة φ محددة ولتكن φ_0، وتكون زاوية التبعثر في هذه الحالة

$$\theta = \pi - \varphi_0 \Rightarrow \varphi_0 = \pi - \theta \quad (\text{درجة}2)$$

نبدّل في العلاقة:

$$\frac{1}{\infty} = 0 = \frac{1}{b}\sin\varphi_0 + \frac{D}{2b^2}(\cos\varphi_0 - 1) \quad (\text{درجة}2)$$

$$-\frac{1}{b}\sin\varphi_0 = \frac{D}{2b^2}(\cos\varphi_0 - 1) \Rightarrow -\sin\varphi_0 = \frac{D}{2b}(\cos\varphi_0 - 1) \quad (\text{درجة}2)$$

$$-\sin(\pi - \theta) = \frac{D}{2b}(\cos(\pi - \theta) - 1)$$

$$\sin(\pi - \theta) = \sin\theta \ , \cos(\pi - \theta) = -\cos\theta \quad (\text{درجة}2)$$

$$\Rightarrow -\sin(\theta) = \frac{D}{2b}(-\cos(\theta) - 1) \Rightarrow \sin(\theta) = \frac{D}{2b}(\cos(\theta) + 1) \quad (\text{درجة}2)$$

$$\sin(\theta) = 2\sin\frac{\theta}{2}\cos\frac{\theta}{2} \ , \cos(\theta) = 1 - 2\sin^2\frac{\theta}{2} \quad (\text{درجة}2)$$

$$\Rightarrow 2\sin\frac{\theta}{2}\cos\frac{\theta}{2} = \frac{D}{2b}\left(2 - 2\sin^2\frac{\theta}{2}\right) = \frac{D}{b}\cos^2\frac{\theta}{2} \quad (\text{درجة}2)$$

$$\Rightarrow 2\sin\frac{\theta}{2} = \frac{D}{b}\cos\frac{\theta}{2} \Rightarrow \frac{\cos\frac{\theta}{2}}{\sin\frac{\theta}{2}} = \frac{2b}{D} \Rightarrow \cot\frac{\theta}{2} = \frac{2b}{D} \text{(درجة2)}$$

الجواب الخامس (17 درجة):

1) $\hat{P} = \frac{1}{\sqrt{mw\hbar}}\hat{p} = \frac{1}{\sqrt{mw\hbar}}\left(-i\hbar\frac{\partial}{\partial x}\right) = \frac{-i\hbar}{\sqrt{mw\hbar}}\frac{\partial}{\partial\hat{Q}}\frac{\partial\hat{Q}}{\partial\hat{x}} = \frac{-i\hbar}{\sqrt{mw\hbar}}\frac{\partial}{\partial\hat{Q}}\sqrt{\frac{mw}{\hbar}} =$

$-i\frac{\partial}{\partial\hat{Q}} \Rightarrow \hat{P} = -i\frac{\partial}{\partial\hat{Q}}$ (درجة2)

2) $[\hat{P},\hat{Q}]f(\hat{Q}) = \left[-i\frac{\partial}{\partial\hat{Q}},\hat{Q}\right]f(\hat{Q}) = \left(-i\frac{\partial}{\partial\hat{Q}}\hat{Q} + i\hat{Q}\frac{\partial}{\partial\hat{Q}}\right)f(\hat{Q}) =$

$-i\frac{\partial}{\partial\hat{Q}}(\hat{Q}.f) + i\hat{Q}\frac{\partial f}{\partial\hat{Q}} = -if - i\hat{Q}\frac{\partial f}{\partial\hat{Q}} + i\hat{Q}\frac{\partial f}{\partial\hat{Q}} = -if$

$\Rightarrow [\hat{P},\hat{Q}]f(\hat{Q}) = -if(\hat{Q}) \Rightarrow [\hat{P},\hat{Q}] = -i$ (درجة2)

3) يتحول H إلى الصيغة التالية بدلالة المؤثرين $\hat{P}$ و$\hat{Q}$:

$$H = \frac{\hbar w}{2}\left(\hat{P}^2 + \hat{Q}^2\right) \text{ (درجة2)}$$

بما أنَّ المؤثر $\hat{a}$ يعرّف بالعلاقة التالية فالمرافق الهرميتي لهُ:

$$\hat{a} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{Q} + i\hat{P}) \quad \Rightarrow \quad \hat{a}^+ = \frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{Q} - i\hat{P}) \text{(درجة2)}$$

نحسب المبدّل $[\hat{a},\hat{a}^+]$:

$$[\hat{a},\hat{a}^+] = \left[\frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{Q} + i\hat{P}),\frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{Q} - i\hat{P})\right]$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{Q} + i\hat{P}).\frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{Q} - i\hat{P}) - \frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{Q} - i\hat{P})\frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{Q} + i\hat{P})$$

$$= \frac{1}{2}(\hat{Q}^2 + i\hat{P}\hat{Q} - i\hat{P}\hat{Q} + \hat{P}^2) - \frac{1}{2}(\hat{Q}^2 - i\hat{P}\hat{Q} + i\hat{Q}\hat{P} + \hat{P}^2)$$

$$= i\hat{P}\hat{Q} - i\hat{P}\hat{Q} = i(\hat{P}\hat{Q} - \hat{P}\hat{Q}) = i[\hat{P},\hat{Q}] = i(-i)$$

$$= 1 \text{(درجة2)}$$

نعبّر عن الهاميلتوني H بدلالة المؤثرين $\hat{a},\hat{a}^+$:

$$\hat{a}\sqrt{2} = \hat{Q} + i\hat{P} \ , \ \hat{a}^+\sqrt{2} = \hat{Q} - i\hat{P} \quad \text{(درجة 1)}$$

$$\hat{Q} = \frac{\sqrt{2}}{2}(\hat{a} + \hat{a}^+) \qquad (*) \quad \text{(درجة 1)}$$ بالجمع نجد:

وبالطرح نجد: $\hat{P} = \frac{i\sqrt{2}}{2}(\hat{a}^+ - \hat{a})$ (**) (درجة 1)

نربع (*) و(**) ونجمعهما، فنجد:

$$\hat{Q}^2 + \hat{P}^2 = \hat{a}\hat{a}^+ + \hat{a}^+\hat{a} \quad (\text{درجة } 2) \qquad (***)$$

نعود إلى علاقة الهاميلتوني H ونعوض:

$$H = \frac{\hbar w}{2}\left(\hat{P}^2 + \hat{Q}^2\right) = \frac{\hbar w}{2}(\hat{a}\hat{a}^+ + \hat{a}^+\hat{a}) \quad (\text{درجة } 2)$$

وهو الشكل الجديد للهاميلتوني بدلالة المؤثرين $\hat{a}, \hat{a}^+$.

مع التمنيات بالتوفيق والنجاح

مدرسا المقرر: أ.د أحمد بيشاني، د. سمر عمران

جامعة طرطوس كلية العلوم قسم الفيزياء العام الدراسي 2021-2022م الدورة التكميلية	14 /9/2022	مقرر ميكانيك كم 2– س^4 ف الدرجة: 90 (تسعون) مدة الامتحان ساعتان اسم الطالب: .....

أجب عن الأسئلة التالية:

السؤال الأول (16 درجة):

لدينا جسيمة واردة شحنتها q_1 وطاقتها الحركية E تتشتت على جسيمة أخرى ثقيلة شحنتها q_2 ومستقرة، والمطلوب: أوجد المقطع العرضي التفاضلي لهذا التشتت علماً أنَّ العلاقة التي تربط بارامتر الصدم b بزاوية التشتت θ هي: $b = \left(\frac{q_1 q_2}{8\pi\varepsilon_0 E}\right)\cot\frac{\theta}{2}$

السؤال الثاني (22 درجة):

يرد بروتون كتلته m بسرعة u على هدف ساكن كتلته M ثم يتشتت بسرعة v منحرفاً بزاوية 60^0 عن اتجاه وروده، ويتشتت الهدف بفعل الاصطدام بسرعة V منحرفاً بزاوية 30^0 عن اتجاه ورود البروتون، والمطلوب: أثبت أنَّ الهدف الساكن هو عبارة عن بروتون؟

السؤال الثالث (16 درجة):

1- اكتب الشكل العام لمعادلة ديراك موضحاً كل مكون من مكوناتها؟

2- كيف تصبح هذه المعادلة بوجود حقل كهرطيسي خارجي مُعطى بالكمونين $(\vec{A}, \phi)$؟

3- ما هو الشكل المرافق لهذه الصيغة الأخيرة؟

السؤال الرابع (15 درجة):

بفرض أنَّ: $\hat{p}_i = -i\hbar\frac{\partial}{\partial\hat{x}_i} + \frac{\partial\hat{F}}{\partial\hat{x}_i}$ بيّن أنّهُ يمكن التخلص من الحدّ الأخير بإجراء تحويل واحدي مناسب وكتابة عبارة الاندفاع في التمثيل الإحداثي بالشكل:

$$\hat{p}_i = -i\hbar\frac{\partial}{\partial\hat{x}_i} \quad or \quad \hat{p}_i = -i\hbar\hat{\nabla}$$

السؤال الخامس (21 درجة):

1- هل المصفوفة التالية ضدّ متناظرة؟ $\begin{pmatrix} 0 & a+ib \\ -a-ib & 0 \end{pmatrix}$

2- أثبت أنَّ كمية حركة الجسيم الحرّ p ثابت من ثوابت الحركة؟

يُسمح باستخدام الآلة الحاسبة مع التمنيات بالتوفيق والنجاح مدرّسا المقرر: أ.د أحمد بيشاني، د. سمر عمران

A to Z

سُلّم تصحيح امتحان مقرر ميكانيك كم 2 لطلاب^4 ف- كلية العلوم - جامعة طرطوس- الدورة التكميلية للعام الدراسي 2022-2021

الجواب الأول (16 درجة):

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{b}{\sin\theta}\left|\frac{db}{d\theta}\right| \quad (3\text{ درجة})$$

لدينا:

$$b = \left(\frac{q_1 q_2}{8\pi\varepsilon_0 E}\right)\cot\frac{\theta}{2} = \left(\frac{q_1 q_2}{8\pi\varepsilon_0 E}\right)\left(\frac{\cos\frac{\theta}{2}}{\sin\frac{\theta}{2}}\right) \quad (2\text{درجة})$$

$$\frac{db}{d\theta} = \left(\frac{q_1 q_2}{8\pi\varepsilon_0 E}\right)\left(-\frac{1}{2\sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right)}\right) \quad (2\text{درجة})$$

$$\left|\frac{db}{d\theta}\right| = \frac{q_1 q_2}{8\pi\varepsilon_0 E\, 2\sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right)} \quad (2\text{درجة})$$

$$\Rightarrow \frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{\sin\theta}\left(\frac{q_1 q_2}{8\pi\varepsilon_0 E}\right)\left(\frac{\cos\frac{\theta}{2}}{\sin\frac{\theta}{2}}\right)\frac{q_1 q_2}{8\pi\varepsilon_0 E\, 2\sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right)} \quad (2\text{درجة})$$

$$= \frac{1}{2\sin\frac{\theta}{2}\cos\frac{\theta}{2}}\left(\frac{q_1 q_2}{8\pi\varepsilon_0 E}\right)\left(\frac{\cos\frac{\theta}{2}}{\sin\frac{\theta}{2}}\right)\frac{q_1 q_2}{8\pi\varepsilon_0 E\, 2\sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right)}$$

$$\Rightarrow \frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{q_1 q_2}{16\pi\varepsilon_0 E\sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right)}\right)^2 \quad (3\text{درجة})$$

حيث: $\sin\theta = 2\sin\frac{\theta}{2}\cos\frac{\theta}{2}$ (2درجة)

الجواب الثاني (22 درجة):

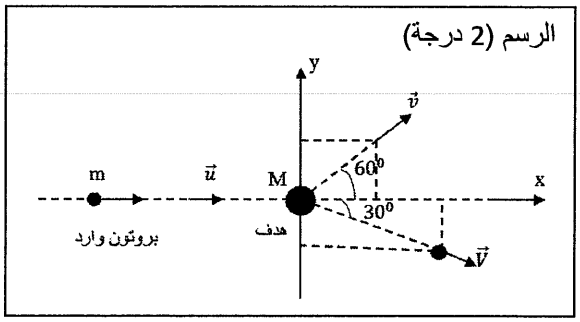
بما أنَّ التصادم مرن فإنَّ مبدأ انحفاظ الاندفاع ومبدأ انحفاظ الطاقة محققان وبالتالي نستطيع أن نكتب:

$$0 + \frac{1}{2}mu^2 = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}MV^2 \quad (2\text{درجة})$$

طاقة الجملة الحركية بعد التصادم = طاقة الجملة الحركية قبل التصادم

نضرب طرفي العلاقة بـ $\frac{2}{m}$، نجد:

الرسم (2 درجة)



$$u^2 = v^2 + \frac{M}{m}V^2 \text{(درجة2)} \qquad (1)$$

نكتب حسب مبدأ انحفاظ الاندفاع:

$$0 + m\vec{u} = m\vec{v} + M\vec{V} \text{(درجة2)}$$

نسقط هذه العلاقة المتجهة على جملة محاور إحداثية متعامدة xoy فيها محور السينات منطبق على اتجاه الورود.

1- بالإسقاط على محور السينات ox نجد:

$$mu = mv\cos(60^0) + MV\cos(30^0) = \frac{mv}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}MV$$

$$\Rightarrow \quad u = \frac{v}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2m}MV \text{ (درجة2)} \qquad (2)$$

2- بالإسقاط على محور العينات oy نجد:

$$0 = mv\sin(60^0) - MV\sin(30^0) = \frac{\sqrt{3}}{2}mv - \frac{MV}{2}$$

$$\Rightarrow \quad 0 = \frac{\sqrt{3}}{2}mv - \frac{MV}{2} \text{ (درجة2)} \qquad (3)$$

من العلاقة (3):

$$\frac{\sqrt{3}}{2}mv = \frac{MV}{2} \Rightarrow v = \frac{MV}{\sqrt{3}m} \text{(درجة2)}$$

نعوض في العلاقة (2):

$$u = \frac{MV}{2\sqrt{3}m} + \frac{\sqrt{3}}{2m}MV = \frac{MV}{2\sqrt{3}m}\left(\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}\right) + \frac{\sqrt{3}}{2m}MV = \frac{\sqrt{3}}{6m}MV + \frac{\sqrt{3}}{2m}MV$$

$$= \frac{\sqrt{3}MV + 3\sqrt{3}MV}{6m} = \frac{4\sqrt{3}MV}{6m} = \frac{2\sqrt{3}MV}{3m} \text{(درجة2)}$$

نعوض في العلاقة (1) نجد:

$$\left(\frac{2\sqrt{3}MV}{3m}\right)^2 = \left(\frac{MV}{\sqrt{3}m}\right)^2 + \frac{M}{m}V^2 \text{(درجة2)}$$

$$\Rightarrow \frac{12M^2V^2}{9m^2} = \frac{M^2V^2}{3m^2} + \frac{M}{m}V^2 \Rightarrow \frac{4M^2}{3m^2} = \frac{M^2}{3m^2} + \frac{M}{m}$$

$$\Rightarrow \frac{4M^2}{3m^2} - \frac{M^2}{3m^2} = \frac{M}{m} \Rightarrow \frac{M^2}{m^2} = \frac{M}{m} \Rightarrow \frac{M}{m} = 1 \Rightarrow M = m \text{(درجة2)}$$

أي الهدف هو بروتون.(درجة2)

الجواب الثالث (16 درجة):

1- نكتب معادلة ديراك بالشكل:

$$(\hat{\mathrm{E}} - \hat{\mathrm{H}}_{\mathrm{D}})\Psi = 0 \quad (\text{درجة } \mathbf{3})$$

حيث يقابل المؤثران العبارتين التاليتين:

$$\hat{\mathrm{H}}_{\mathrm{D}} = \mathrm{c}\alpha_{\mathrm{n}}\hat{\mathrm{p}}_{\mathrm{n}} + \rho_3 m_0 c^2 \quad (\text{درجة}\mathbf{2}) \quad , \quad \hat{E} = i\hbar\frac{\partial}{\partial t} \quad (\text{درجة}\mathbf{2})$$

2- عند وجود حقل كهرطيسي خارجي مُعطى بالكمونين $(\vec{A}, \phi)$ ، يأخذ المؤثران السابقان الصيغتين التاليتين:

$$\hat{p} = -i\hbar\vec{\nabla} - \frac{e}{c}\vec{A} \quad (\text{درجة}\mathbf{2}) \quad , \quad \hat{F} = i\hbar\frac{\partial}{\partial t} - e\phi \quad (\text{درجة}\mathbf{2})$$

وبالتالي تؤول معادلة ديراك بوجود حقل كهرطيسي إلى الصيغة التالية:

$$[\hat{F} - c(\alpha_{\mathrm{n}}\hat{\mathrm{p}}_{\mathrm{n}}) - \rho_3 m_0 c^2]\Psi = 0 \quad ; \quad n = 1,2,3 \quad (\text{درجة}\mathbf{2})$$

3- الشكل المرافق لمعادلة ديراك الأخيرة هو:

$$\Psi^{+}[\hat{F} - c(\alpha_{\mathrm{n}}\hat{\mathrm{p}}_{\mathrm{n}}) - \rho_3 m_0 c^2] = 0 \quad (\text{درجة}\mathbf{3})$$

الجواب الرابع (15 درجة):

نختار المؤثر الواحدي $\hat{U}$ بالشكل: $\hat{U} = e^{-\frac{\mathrm{i}}{\hbar}\hat{\mathrm{F}}}$ (درجة3)

فيكون المؤثر الهرميتي له: $\hat{U}^{+} = e^{+\frac{\mathrm{i}}{\hbar}\hat{\mathrm{F}}}$ (درجة3)

$$\hat{p}_{\mathrm{i}} = \hat{U}^{+}\hat{p}_{\mathrm{i}}\hat{U} \quad \Rightarrow \quad \hat{p}_{\mathrm{i}}\Psi(\hat{x}_{\mathrm{i}}) = (\hat{U}^{+}\hat{p}_{\mathrm{i}}\hat{U})\Psi(\hat{x}_{\mathrm{i}}) \quad (\text{درجة}\mathbf{3})$$

$$\hat{p}_{\mathrm{i}}\Psi(\hat{x}_{\mathrm{i}}) = \left(e^{+\frac{\mathrm{i}}{\hbar}\hat{\mathrm{F}}}\,\hat{p}_{\mathrm{i}}\,e^{-\frac{\mathrm{i}}{\hbar}\hat{\mathrm{F}}}\right)\Psi(\hat{x}_{\mathrm{i}}) = e^{+\frac{\mathrm{i}}{\hbar}\hat{\mathrm{F}}}\left(-i\hbar\frac{\partial}{\partial\hat{x}_{\mathrm{i}}} + \frac{\partial\hat{F}}{\partial\hat{x}_{\mathrm{i}}}\right)e^{-\frac{\mathrm{i}}{\hbar}\hat{\mathrm{F}}}\Psi(\hat{x}_{\mathrm{i}})$$

$$= e^{+\frac{\mathrm{i}}{\hbar}\hat{\mathrm{F}}}\left(-i\hbar\frac{\partial}{\partial\hat{x}_{\mathrm{i}}}\right)e^{-\frac{\mathrm{i}}{\hbar}\hat{\mathrm{F}}}\Psi(\hat{x}_{\mathrm{i}}) + e^{+\frac{\mathrm{i}}{\hbar}\hat{\mathrm{F}}}\left(\frac{\partial\hat{F}}{\partial\hat{x}_{\mathrm{i}}}\right)e^{-\frac{\mathrm{i}}{\hbar}\hat{\mathrm{F}}}\Psi(\hat{x}_{\mathrm{i}}) \quad (\text{درجة}\mathbf{3})$$

$$= e^{+\frac{\mathrm{i}}{\hbar}\hat{\mathrm{F}}}\left[-i\hbar\left(-\frac{\mathrm{i}}{\hbar}\frac{\partial\hat{\mathrm{F}}}{\partial\hat{x}_{\mathrm{i}}}\right)e^{-\frac{\mathrm{i}}{\hbar}\hat{\mathrm{F}}}\Psi(\hat{x}_{\mathrm{i}}) - i\hbar e^{-\frac{\mathrm{i}}{\hbar}\hat{\mathrm{F}}}\left(\frac{\partial\Psi(\hat{x}_{\mathrm{i}})}{\partial\hat{x}_{\mathrm{i}}}\right)\right]$$

$$+ e^{+\frac{\mathrm{i}}{\hbar}\hat{\mathrm{F}}}\left(\frac{\partial\hat{F}}{\partial\hat{x}_{\mathrm{i}}}\right)e^{-\frac{\mathrm{i}}{\hbar}\hat{\mathrm{F}}}\Psi(\hat{x}_{\mathrm{i}}) = -i\hbar e^{-\frac{\mathrm{i}}{\hbar}\hat{\mathrm{F}}}e^{+\frac{\mathrm{i}}{\hbar}\hat{\mathrm{F}}}\left(\frac{\partial\Psi(\hat{x}_{\mathrm{i}})}{\partial\hat{x}_{\mathrm{i}}}\right)$$

$$= -i\hbar\frac{\partial\Psi(\hat{x}_{\mathrm{i}})}{\partial\hat{x}_{\mathrm{i}}} \quad (\text{درجة}\mathbf{3})$$

A to Z

الجواب الخامس (21 درجة):

1- لتكون المصفوفة ضدّ متناظرة يجب أن تحقق الشرط $A^t = -A$ (3درجة)

$$\begin{pmatrix} 0 & -a-ib \\ a+ib & 0 \end{pmatrix} = -\begin{pmatrix} 0 & a+ib \\ -a-ib & 0 \end{pmatrix}$$ (3درجة)

وبالتالي المصفوفة ضدّ متناظرة.

2- الجسيم حرّ وبالتالي فرق الكمون يساوي الصفر $V = 0$ (2درجة)

$[\hat{p}, \hat{H}] = 0$ ثابت من ثوابت الحركة

$$\hat{H} = \frac{\hat{p}^2}{2m} = -\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2}{dx^2} \Rightarrow \left[\hat{p}, -\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2}{dx^2}\right] = 0$$ (2درجة)

$$[\hat{p}, \hat{H}] = \hat{p}\hat{H} - \hat{H}\hat{p}$$ (2درجة)

$$\hat{p}\hat{H} = -i\hbar\frac{d}{dx}\left[-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2}{dx^2}\right] = \frac{i\hbar^3}{2m}\frac{d^3}{dx^3}$$ (2درجة)

$$\hat{H}\hat{p} = -\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2}{dx^2}\left(-i\hbar\frac{d}{dx}\right) = \frac{i\hbar^3}{2m}\frac{d^3}{dx^3}$$ (2درجة)

$$\Rightarrow \hat{p}\hat{H} - \hat{H}\hat{p} = 0 \Rightarrow [\hat{p}, \hat{H}] = 0$$ (3درجة)

وبالتالي p ثابت من ثوابت الحركة. (2درجة)

مع التمنيات بالتوفيق والنجاح

مدرسا المقرر: أ.د أحمد بيشاني، د. سمر عمران

جامعة طرطوس كلية العلوم قسم الفيزياء العام الدراسي 2021-2022م الفصل الدراسي الثاني	26/7/2022	مقرر ميكانيك كم 2– س^4 ف الدرجة: 90 (تسعون) مدة الامتحان ساعتان اسم الطالب: .....

أجب عن الأسئلة التالية:

السؤال الأول (15 درجة):

إذا كان $\hat{L}$ مؤثر هرميتي قيمته الخاصة λ وتابعه الخاص Ψ، أي يحقق معادلة القيم الخاصة التالية:

$$\hat{L}\Psi = \lambda\Psi$$

المطلوب أثبت أنَّ: $\lambda = \lambda^*$

السؤال الثاني (21 درجة):

تتبعثر حزمة من الجسيمات تبعثراً مرناً بزاوية θ بواسطة كرة صلبة نصف قطرها R والمطلوب:

1– ارسم مخطط التبعثر؟

2– أوجد علاقة بارامتر الصدم بزاوية التبعثر؟

3– أوجد مقطع التشتت المرن، واحسب قيمته من أجل $R = 4cm$؟

السؤال الثالث (16 درجة):

1– اكتب الشكل العام لمعادلة ديراك موضحاً كل مكون من مكوناتها؟

2– كيف تصبح هذه المعادلة بوجود حقل كهرطيسي خارجي مُعطى بالكمونين $(\vec{A}, \phi)$؟

3– ما هو الشكل المرافق لهذه الصيغة الأخيرة؟

السؤال الرابع (16 درجة):

لدينا جسيمة واردة شحنتها q_1 وطاقتها الحركية E تتشتت على جسيمة أخرى ثقيلة شحنتها q_2 ومستقرة، والمطلوب: أوجد المقطع العرضي التفاضلي لهذا التشتت علماً أنَّ العلاقة التي تربط بارامتر الصدم b بزاوية التشتت θ هي: $b = \left(\frac{q_1 q_2}{8\pi\varepsilon_0 E}\right)\cot\frac{\theta}{2}$

السؤال الخامس (22 درجة):

1– هل المصفوفة التالية ضدّ هرميتية؟ $\begin{pmatrix} ai & b+ci \\ -b+ci & di \end{pmatrix}$

2– أثبت أنَّ كمية حركة الجسيم الحرّ p ثابت من ثوابت الحركة؟

A to Z

يُسمح باستخدام الآلة الحاسبة　　مع التمنيات بالتوفيق والنجاح　　مدرّسا المقرر: أ.د أحمد بيشاني، د. سمر عمران

سُلّم تصحيح امتحان مقرر ميكانيك كم 2 لطلاب^4 ف- كلية العلوم - جامعة طرطوس- الدورة الفصلية الثانية للعام الدراسي 2021-2022

الجواب الأول (15 درجة):

$$\hat{L} \text{ مؤثر هرميتي} \Rightarrow \langle\Psi|\hat{L}|\Psi\rangle = \left(\langle\Psi|\hat{L}|\Psi\rangle\right)^* \text{(3 درجة)}$$

نأخذ الطرف الأول:

$$\langle\Psi|\hat{L}|\Psi\rangle = \langle\Psi|\hat{L}\Psi\rangle = \langle\Psi|\lambda\Psi\rangle = \lambda\langle\Psi|\Psi\rangle \text{(3 درجة)}$$

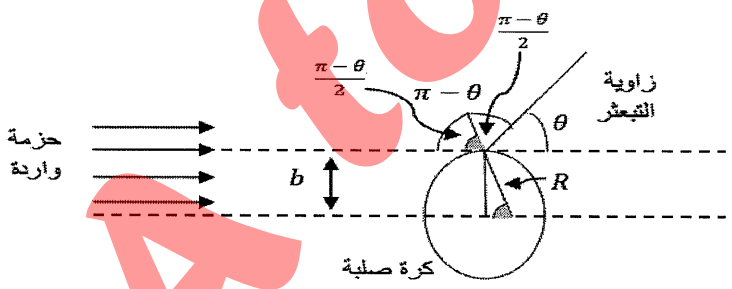
نأخذ الطرف الثاني:

$$\left(\langle\Psi|\hat{L}|\Psi\rangle\right)^* = \left(\langle\Psi|\hat{L}\Psi\rangle\right)^* = \left(\langle\Psi|\lambda\Psi\rangle\right)^* = \lambda^*\langle\Psi|\Psi\rangle^* = \lambda^*\langle\Psi|\Psi\rangle \text{(3 درجة)}$$

$$\Rightarrow \quad \lambda\langle\Psi|\Psi\rangle = \lambda^*\langle\Psi|\Psi\rangle \quad \Rightarrow \quad (\lambda - \lambda^*)\langle\Psi|\Psi\rangle = 0 \text{(3 درجة)}$$

$$\text{نعلم أنّ } \langle\Psi|\Psi\rangle \neq 0 \quad \Rightarrow \quad \lambda - \lambda^* = 0 \Rightarrow \lambda = \lambda^* \text{ وهو المطلوب (3 درجة)}$$

الجواب الثاني (21 درجة): الرسم (3 درجة)



$$2- \quad \text{(3 درجة)} \quad \sin\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\theta}{2}\right) = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}} = \frac{b}{R} \Rightarrow \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) = \frac{b}{R}$$

$$\Rightarrow b = R\cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \quad \text{(3 درجة)}$$

1- نعلم أنّ:

$$\sigma(\theta) = \frac{b}{\sin\theta}\left|\frac{db}{d\theta}\right| \quad \text{(3 درجة)}$$

A to Z

$$\frac{db}{d\theta}=\frac{d}{d\theta}\left(R\cos\left(\frac{\theta}{2}\right)\right)=-\frac{1}{2}R\sin\frac{\theta}{2}$$

$$\Rightarrow\left|\frac{db}{d\theta}\right|=\frac{R}{2}\sin\frac{\theta}{2}\ (\text{درجة }3)$$

$$\Rightarrow\sigma(\theta)=\frac{R\cos\left(\frac{\theta}{2}\right)}{\sin\theta}\frac{R}{2}\sin\frac{\theta}{2}=\frac{R^2}{2}\frac{\sin\frac{\theta}{2}\cos\frac{\theta}{2}}{2\sin\frac{\theta}{2}\cos\frac{\theta}{2}}=\frac{R^2}{4}\ (\text{درجة }3)$$

$$\Rightarrow R=4cm\Rightarrow\sigma(\theta)=\frac{1}{4}|4|^2=4cm^2\ \ (\text{درجة }3)$$

الجواب الثالث (16 درجة):

1- نكتب معادلة ديراك بالشكل:

$$(\widehat{\mathrm{E}}-\widehat{\mathrm{H}}_{\mathrm{D}})\Psi=0\ \ (\text{درجة }\mathbf{3})$$

حيث يقابل المؤثران العبارتين التاليتين:

$$\widehat{\mathrm{H}}_{\mathrm{D}}=c\alpha_n\hat{\mathrm{p}}_n+\rho_3m_0c^2\ \ (\text{درجة }\mathbf{2})\ ,\ \hat{E}=i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\ \ (\text{درجة }\mathbf{2})$$

2- عند وجود حقل كهرطيسي خارجي مُعطى بالكمونين $(\vec{A},\phi)$ ، يأخذ المؤثران السابقان الصيغتين التاليتين:

$$\hat{p}=-i\hbar\vec{\nabla}-\frac{e}{c}\vec{A}\ \ (\text{درجة }\mathbf{2})\ ,\ \hat{F}=i\hbar\frac{\partial}{\partial t}-e\phi\ \ (\text{درجة }\mathbf{2})$$

وبالتالي تؤول معادلة ديراك بوجود حقل كهرطيسي إلى الصيغة التالية:

$$\left[\hat{F}-c(\alpha_n\hat{\mathrm{p}}_n)-\rho_3m_0c^2\right]\Psi=0\ \ ;\ \ n=1,2,3\ \ (\text{درجة }\mathbf{2})$$

3- الشكل المرافق لمعادلة ديراك الأخيرة هو:

$$\Psi^{+}\left[\hat{F}-c(\alpha_n\hat{\mathrm{p}}_n)-\rho_3m_0c^2\right]=0\ \ (\text{درجة }\mathbf{3})$$

الجواب الرابع (16 درجة):

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}=\frac{b}{\sin\theta}\left|\frac{db}{d\theta}\right|\ \ (\text{درجة }\mathbf{3})$$

لدينا:

A to Z

$$b = \left(\frac{q_1 q_2}{8\pi\varepsilon_0 E}\right)\cot\frac{\theta}{2} = \left(\frac{q_1 q_2}{8\pi\varepsilon_0 E}\right)\left(\frac{\cos\frac{\theta}{2}}{\sin\frac{\theta}{2}}\right) \quad (\text{درجة}2)$$

$$\frac{db}{d\theta} = \left(\frac{q_1 q_2}{8\pi\varepsilon_0 E}\right)\left(-\frac{1}{2\sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right)}\right) \quad (\text{درجة}2)$$

$$\left|\frac{db}{d\theta}\right| = \frac{q_1 q_2}{8\pi\varepsilon_0 E\, 2\sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right)} \quad (\text{درجة}2)$$

$$\Rightarrow \frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{\sin\theta}\left(\frac{q_1 q_2}{8\pi\varepsilon_0 E}\right)\left(\frac{\cos\frac{\theta}{2}}{\sin\frac{\theta}{2}}\right)\frac{q_1 q_2}{8\pi\varepsilon_0 E\, 2\sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right)} \quad (\text{درجة}2)$$

$$= \frac{1}{2\sin\frac{\theta}{2}\cos\frac{\theta}{2}}\left(\frac{q_1 q_2}{8\pi\varepsilon_0 E}\right)\left(\frac{\cos\frac{\theta}{2}}{\sin\frac{\theta}{2}}\right)\frac{q_1 q_2}{8\pi\varepsilon_0 E\, 2\sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right)}$$

$$\Rightarrow \frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{q_1 q_2}{16\pi\varepsilon_0 E\sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right)}\right)^2 \quad (\text{درجة}3)$$

حيث: $\sin\theta = 2\sin\frac{\theta}{2}\cos\frac{\theta}{2}$ (درجة2)

الجواب الخامس (22 درجة):

1- لتكون المصفوفة ضدّ هرميتية يجب أن تحقق الشرط $A^+ = -A$ (درجة2)

$$\begin{pmatrix} ai & -b+ci \\ b+ci & di \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -ai & -b-ci \\ b-ci & -di \end{pmatrix} \text{(درجة2)}$$

$$= -\begin{pmatrix} ai & b+ci \\ -b+ci & di \end{pmatrix} = -A \text{(درجة2)}$$

وبالتالي المصفوفة ضدّ هرميتية.

2- الجسيم حرّ وبالتالي فرق الكمون يساوي الصفر $V = 0$ (درجة2)

$[\hat{p}, \hat{H}] = 0$ ثابت من ثوابت الحركة (درجة2)

$$(\text{درجة}2)\hat{H} = \frac{\hat{p}^2}{2m} = -\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2}{dx^2} \Rightarrow \left[\hat{p}, -\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2}{dx^2}\right] = 0$$

$$\left[\hat{p}, \hat{H}\right] = \hat{p}\hat{H} - \hat{H}\hat{p}(\text{درجة}2)$$

$$\hat{p}\hat{H} = -i\hbar\frac{d}{dx}\left[-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2}{dx^2}\right] = \frac{i\hbar^3}{2m}\frac{d^3}{dx^3}(\text{درجة}2)$$

$$\hat{H}\hat{p} = -\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2}{dx^2}\left(-i\hbar\frac{d}{dx}\right) = \frac{i\hbar^3}{2m}\frac{d^3}{dx^3}(\text{درجة}2)$$

$$\Rightarrow \hat{p}\hat{H} - \hat{H}\hat{p} = 0 \Rightarrow \left[\hat{p}, \hat{H}\right] = 0(\text{درجة}2)$$

وبالتالي p ثابت من ثوابت الحركة.(**2**درجة)

مع التمنيات بالتوفيق والنجاح مدرسا المقرر: أ.د أحمد بيشاني، د. سمر عمران

A to Z

جامعة طرطوس		مقرر ميكانيك كم 2– س^4 ف
كلية العلوم		الدرجة: 90 (تسعون)
قسم الفيزياء		مدة الامتحان ساعتان
العام الدراسي 2021-2022م الفصل الدراسي الأول	/2022	اسم الطالب: .....

أجب عن الأسئلة التالية:

السؤال الأول (16 درجة):

لدينا A مصفوفة هرميتية، $x \neq 0$ شعاع خاص، $\dot{x} \neq 0$ شعاع خاص، λ قيمة خاصة لهذا الشعاع، أي تُحقق معادلة القيم الخاصة: $A\dot{x} = \lambda\dot{x}$ ، $\dot{\lambda}$: قيمة خاصة أخرى علماً أنَّ $\lambda \neq \dot{\lambda}$.

والمطلوب أثبت أنَّ:

1- $\lambda = \lambda^*$

2- $\langle x|\dot{x}\rangle = 0$

السؤال الثاني (20 درجة):

يرد بروتون كتلته m بسرعة u على هدف ساكن كتلته M ثم يتشتت بسرعة v منحرفاً بزاوية 60^0 عن اتجاه وروده، ويتشتت الهدف بفعل الاصطدام بسرعة V منحرفاً بزاوية 30^0 عن اتجاه ورود البروتون، والمطلوب: أثبت أنَّ الهدف الساكن هو عبارة عن بروتون؟

السؤال الثالث (16 درجة):

1- اكتب الشكل العام لمعادلة ديراك موضحاً كل مكون من مكوناتها؟

2- كيف تصبح هذه المعادلة بوجود حقل كهرطيسي خارجي مُعطى بالكمونين $(\vec{A}, \phi)$؟

3- ما هو الشكل المرافق لهذه الصيغة الأخيرة؟

السؤال الرابع (16 درجة):

لدينا جسيمة واردة شحنتها q_1 وطاقتها الحركية E تتشتت على جسيمة أخرى ثقيلة شحنتها q_2 ومستقرة، والمطلوب: أوجد المقطع العرضي التفاضلي لهذا التشتت علماً أنَّ العلاقة التي تربط بارامتر الصدم b بزاوية التشتت θ هي: $b = \left(\frac{q_1 q_2}{8\pi\varepsilon_0 E}\right)\cot\frac{\theta}{2}$

السؤال الخامس (22 درجة):

1- هل المصفوفة التالية حقيقية متعامدة؟ $\begin{pmatrix} a & -\sqrt{1-a^2} \\ \sqrt{1-a^2} & a \end{pmatrix}$

2- لدينا الدالة الموجية $\Psi = \sqrt{N}e^{ikx}$ والمطلوب:

أ- أوجد كثافة تيار الاحتمال S علماً أنَّ: $s = \frac{i\hbar}{2m}[\Psi grad\Psi^* - \Psi^* grad\Psi]$

ب- أوجد الكثافة ρ العادية؟

يُسمح باستخدام الآلة الحاسبة | مع التمنيات بالتوفيق والنجاح | مدرسا المقرر: أ.د أحمد يشاني، د. سمر عمران

سُلّم تصحيح امتحان مقرر ميكانيك كم 2 لطلاب^4 ف- كلية العلوم - جامعة طرطوس- الدورة الفصلية الأولى للعام الدراسي 2021-2022

الجواب الأول (16 درجة):

1- بما أنَّ A مصفوفة هرميتية، هذا يؤدي حسب التعريف:

$$\langle x|Ax\rangle = \langle Ax|x\rangle \quad (\text{2درجة})$$

$$\text{طرف أول} = \langle x|Ax\rangle = \langle x|\lambda x\rangle = \lambda\langle x|x\rangle \quad (\text{2درجة})$$

$$\text{طرف ثاني} = \langle Ax|x\rangle = \langle \lambda x|x\rangle = \lambda^*\langle x|x\rangle \quad (\text{2درجة})$$

$$\Rightarrow \quad \lambda\langle x|x\rangle = \lambda^*\langle x|x\rangle \Rightarrow \lambda = \lambda^* \quad (\text{2درجة})$$

وبالتالي الطلب الأول محقق (القيم الخاصة لمصفوفات هرميتية هي قيم حقيقية).

2- حسب التعريف:

$$\langle x|A\dot{x}\rangle = \langle Ax|\dot{x}\rangle \quad (\text{2درجة})$$

$$\Rightarrow \langle x|\dot{\lambda}\dot{x}\rangle = \langle \lambda x|\dot{x}\rangle \quad \Rightarrow \lambda\langle x|\dot{x}\rangle = \lambda^*\langle x|\dot{x}\rangle \ (\text{2درجة})$$

$$\Rightarrow \dot{\lambda}\langle x|\dot{x}\rangle - \lambda^*\langle x|\dot{x}\rangle = 0 \quad (\text{2درجة})$$

لكن حسب الطلب الأول $\lambda = \lambda^*$، وبالتالي:

$$\Rightarrow \dot{\lambda}\langle x|\dot{x}\rangle - \lambda\langle x|\dot{x}\rangle = 0 \Rightarrow \left(\dot{\lambda} - \lambda\right)\langle x|\dot{x}\rangle = 0$$

$$\left(\dot{\lambda} - \lambda\right) \neq 0 \Rightarrow \langle x|\dot{x}\rangle = 0 \quad (\text{2درجة})$$

أي أنَّ الأشعة الخاصة متعامدة.

الجواب الثاني (20 درجة):

بما أنَّ التصادم مرن فإنَّ مبدأ انحفاظ الاندفاع ومبدأ انحفاظ الطاقة محققان وبالتالي نستطيع أن نكتب:

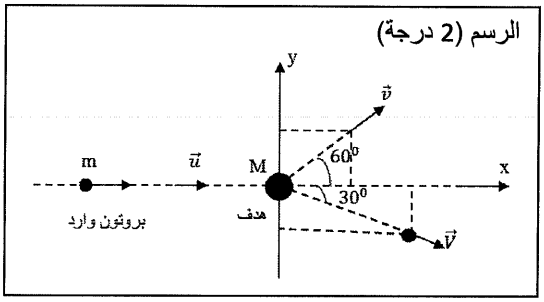
$$0 + \frac{1}{2}mu^2 = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}MV^2 \quad (\text{2درجة})$$

طاقة الجملة الحركية بعد التصادم = طاقة الجملة الحركية قبل التصادم

نضرب طرفي العلاقة بـ $\frac{2}{m}$، نجد:

$$u^2 = v^2 + \frac{M}{m}V^2 \quad (\text{2درجة})$$

الرسم (2 درجة)



(1)

نكتب حسب مبدأ انحفاظ الاندفاع:

$$0 + m\vec{u} = m\vec{v} + M\vec{V} \text{(درجة2)}$$

نسقط هذه العلاقة المتجهة على جملة محاور إحداثية متعامدة xoy فيها محور السينات منطبق على اتجاه الورود.

1- بالإسقاط على محور السينات ox نجد:

$$mu = mv\cos(60^0) + MV\cos(30^0) = \frac{mv}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}MV$$

$$\Rightarrow \ u = \frac{v}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2m}MV \ \text{(درجة2)} \qquad (2)$$

2- بالإسقاط على محور العينات oy نجد:

$$0 = mv\sin(60^0) - MV\sin(30^0) = \frac{\sqrt{3}}{2}mv - \frac{MV}{2}$$

$$\Rightarrow \ 0 = \frac{\sqrt{3}}{2}mv - \frac{MV}{2} \ \text{(درجة2)} \qquad (3)$$

من العلاقة (3):

$$\frac{\sqrt{3}}{2}mv = \frac{MV}{2} \Rightarrow v = \frac{MV}{\sqrt{3}m} \text{(درجة2)}$$

نعوض في العلاقة (2):

$$u = \frac{MV}{2\sqrt{3}m} + \frac{\sqrt{3}}{2m}MV = \frac{MV}{2\sqrt{3}m}\left(\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}\right) + \frac{\sqrt{3}}{2m}MV = \frac{\sqrt{3}}{6m}MV + \frac{\sqrt{3}}{2m}MV$$

$$= \frac{\sqrt{3}MV + 3\sqrt{3}MV}{6m} = \frac{4\sqrt{3}MV}{6m} = \frac{2\sqrt{3}MV}{3m} \text{(درجة2)}$$

نعوض في العلاقة (1) نجد:

$$\left(\frac{2\sqrt{3}MV}{3m}\right)^2 = \left(\frac{MV}{\sqrt{3}m}\right)^2 + \frac{M}{m}V^2 \text{(درجة2)}$$

$$\Rightarrow \frac{12M^2V^2}{9m^2} = \frac{M^2V^2}{3m^2} + \frac{M}{m}V^2 \Rightarrow \frac{4M^2}{3m^2} = \frac{M^2}{3m^2} + \frac{M}{m}$$

$$\Rightarrow \frac{4M^2}{3m^2} - \frac{M^2}{3m^2} = \frac{M}{m} \Rightarrow \frac{M^2}{m^2} = \frac{M}{m} \Rightarrow \frac{M}{m} = 1 \Rightarrow M = m \text{(درجة2)}$$

أي الهدف هو بروتون.([redacted])

الجواب الثالث (16 درجة):

1- نكتب معادلة ديراك بالشكل:

$$(\widehat{E} - \widehat{H}_D)\Psi = 0 \quad (3 \text{ درجة})$$

حيث يقابل المؤثران العبارتين التاليتين:

$$\hat{E} = i\hbar\frac{\partial}{\partial t} \quad (2 \text{ درجة}) \quad , \quad \widehat{H}_D = c\alpha_n\hat{p}_n + \rho_3 m_0 c^2 \quad (2 \text{ درجة})$$

2- عند وجود حقل كهرطيسي خارجي مُعطى بالكمونين $(\vec{A}, \phi)$ ، يأخذ المؤثران السابقان الصيغتين التاليتين:

$$\hat{p} = -i\hbar\vec{\nabla} - \frac{e}{c}\vec{A} \quad (2 \text{ درجة}) \quad , \quad \hat{F} = i\hbar\frac{\partial}{\partial t} - e\phi \quad (2 \text{ درجة})$$

وبالتالي تؤول معادلة ديراك بوجود حقل كهرطيسي إلى الصيغة التالية:

$$[\hat{F} - c(\alpha_n\hat{p}_n) - \rho_3 m_0 c^2]\Psi = 0 \quad ; \quad n = 1,2,3 \quad (2 \text{ درجة})$$

3- الشكل المرافق لمعادلة ديراك الأخيرة هو:

$$\Psi^+[\hat{F} - c(\alpha_n\hat{p}_n) - \rho_3 m_0 c^2] = 0 \quad (3 \text{ درجة})$$

الجواب الرابع (16 درجة):

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{b}{\sin\theta}\left|\frac{db}{d\theta}\right| \quad (3 \text{ درجة})$$

لدينا:

$$b = \left(\frac{q_1 q_2}{8\pi\varepsilon_0 E}\right)\cot\frac{\theta}{2} = \left(\frac{q_1 q_2}{8\pi\varepsilon_0 E}\right)\left(\frac{\cos\frac{\theta}{2}}{\sin\frac{\theta}{2}}\right) \quad (2 \text{ درجة})$$

$$\frac{db}{d\theta} = \left(\frac{q_1 q_2}{8\pi\varepsilon_0 E}\right)\left(-\frac{1}{2\sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right)}\right) \quad (2 \text{ درجة})$$

$$\left|\frac{db}{d\theta}\right| = \frac{q_1 q_2}{8\pi\varepsilon_0 E\, 2\sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right)} \quad (2 \text{ درجة})$$

$$\Rightarrow \frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{\sin\theta}\left(\frac{q_1 q_2}{8\pi\varepsilon_0 E}\right)\left(\frac{\cos\frac{\theta}{2}}{\sin\frac{\theta}{2}}\right)\frac{q_1 q_2}{8\pi\varepsilon_0 E\, 2\sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right)} \quad (2 \text{ درجة})$$

$$= \frac{1}{2\sin\frac{\theta}{2}\cos\frac{\theta}{2}}\left(\frac{q_1 q_2}{8\pi\varepsilon_0 E}\right)\left(\frac{\cos\frac{\theta}{2}}{\sin\frac{\theta}{2}}\right)\frac{q_1 q_2}{8\pi\varepsilon_0 E\, 2\sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right)}$$

$$\Rightarrow \frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{q_1 q_2}{16\pi\varepsilon_0 E \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right)}\right)^2 \quad (\text{درجة}3)$$

حيث: $\sin\theta = 2\sin\frac{\theta}{2}\cos\frac{\theta}{2}$ (درجة2)

الجواب الخامس (22 درجة):

1- إنَّ المصفوفة حقيقية متعامدة تعني أنها واحدية، ولتكون المصفوفة واحدية يجب أن تحقق الشرط

$$A^+A = I \text{ or } A^+ = A^{-1} \quad (\text{درجة}2)$$

$$A^+ = \begin{pmatrix} a & \sqrt{1-a^2} \\ -\sqrt{1-a^2} & a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & \sqrt{1-a^2} \\ -\sqrt{1-a^2} & a \end{pmatrix} (\text{درجة}2)$$

$$A^+A = \begin{pmatrix} a & \sqrt{1-a^2} \\ -\sqrt{1-a^2} & a \end{pmatrix}\begin{pmatrix} a & -\sqrt{1-a^2} \\ \sqrt{1-a^2} & a \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} a^2+1-a^2 & -a\sqrt{1-a^2}+a\sqrt{1-a^2} \\ -a\sqrt{1-a^2}+a\sqrt{1-a^2} & 1-a^2+a^2 \end{pmatrix}(\text{درجة}2) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$= I(\text{درجة}2)$$

وبالتالي المصفوفة حقيقة متعامدة، أيّ واحدية.

2- أ-

$$s = \frac{i\hbar}{2m}[\Psi grad\Psi^* - \Psi^* grad\Psi] = \frac{i\hbar}{2m}\left[\sqrt{N}e^{ikx}\frac{d}{dx}\left(\sqrt{N}e^{-ikx}\right) - \sqrt{N}e^{-ikx}\frac{d}{dx}\left(\sqrt{N}e^{ikx}\right)\right](\text{درجة}2) = \frac{i\hbar}{2m}\left[\sqrt{N}e^{ikx}\sqrt{N}\left(-ike^{-ikx}\right) - \sqrt{N}e^{-ikx}\sqrt{N}\left(ike^{ikx}\right)\right](\text{درجة}2) = \frac{i\hbar}{2m}[-ikN - ikN] =$$

$$\frac{i\hbar}{2m}[-2ikN](\text{درجة}2) = \frac{\hbar kN}{m} = \frac{pN}{m} = v.N(\text{درجة}2)$$

حيث $p = mv \Rightarrow v = \frac{p}{m}$ (درجة2)

ب-

$$\rho = \Psi\Psi^* = \sqrt{N}e^{ikx}\sqrt{N}e^{-ikx} = N(\text{درجة}2)(\text{درجة}2)$$

مع التمنيات بالتوفيق والنجاح

مدرسا المقرر: أ.د أحمد بيشاني، د. سمر عمران

مكتبة A to Z