كلية العلوم

القسم : **الكيمياء**

السنة : **الاولى**

المادة : رياضيات عامة٤

المحاضرة : **الثامنة/نظري/**

{{ مكتبة A to Z }}

Facebook Group : مكتبة A to Z

يمكنكم طلب المحاضرات برسالة نصية (SMS) أو عبر (What's app-Telegram) على الرقم 0931497960

تمرين: $f_n(x) = \frac{\sin(x)}{n}$ و $x \in [0, \pi]$

$\lim_{n \to +\infty} f_n(x) = 0$

دراسة التقارب المنتظم

$\sup |f_n(x) - f(x)| = \sup \left| \frac{\sin(x)}{n} \right| = \frac{1}{n}$

$\lim_{n \to +\infty} \sup |f_n(x) - f(x)| = 0$

التقارب منتظم

تمرين: $f_n(x) = \frac{1}{n \cdot x}$ $x \in [q, +\infty[$

$\lim_{n \to +\infty} f(x) = 0$

دراسة التقارب المنتظم

$\sup \left| \frac{1}{nx} \right| = \frac{1}{n \cdot q} \Rightarrow \lim_{n \to +\infty} \sup \left| \frac{1}{nx} \right|$

$= \lim_{n \to +\infty} \frac{1}{n \cdot q} = 0$

التقارب منتظم

مكتبة A to Z - كلية العلوم (جامعة طرطوس) - TEL:0931497960

* متسلسلات الدوال :

هي سلسلة حدها العام متتالية دوال $\sum_{n=1}^{\infty} f_n(x)$

ملاحظة : $\lim_{n\to+\infty} f_n \neq 0$ السلسلة متباعدة

ملاحظة : إذا كانت $f_n(x)$ متقاربة بانتظام

$\Leftarrow$ السلسلة متقاربة بانتظام

اختبار فايرستراس : لتكن لدينا $\sum f_n$ سلسلة تحقق

$|f_n(x)| \leq k_n$ و $\sum_{n=1}^{\infty} k_n$ متقاربة $\Leftarrow$ السلسلة $\sum f_n$

متقاربة بانتظام

مثال : ادرس تقارب $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{nx}{1+nx^2}$ حيث $x \in]0,+\infty[$

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{nx}{1+nx^2} = \lim_{n\to+\infty} \frac{nx}{nx^2} = \frac{1}{x} \neq 0$$

السلسلة متباعدة

مثال : $\sum_{n=1}^{\infty} e^{-nx^2}$: $x \in [1,+\infty[$

$\lim_{n\to+\infty} e^{-nx^2} = 0$ هذا لا يعني تقاربه

$$e^{-nx^2} = \frac{1}{e^{nx^2}} \leq \frac{1}{en}$$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

يصبح السلسلة حول نقاط

$$I =]x_0 - \rho , x_0 + \rho[$$

ملاحظة: $\rho = \infty$ ← السلسلة متقاربة في كل مكان

(أي كانت قيمة x)

$\rho = 0$ ← السلسلة متباعدة

مثال:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^n}{n!} x^n$$

ادرس تقارب السلسلة

الحل: سلسلة قوى مركزها $x_0 = a$

$$a_n = \frac{e^n}{n!}$$

$$K = \lim_{n \to +\infty} \left| \frac{a_{n+1}}{a_n} \right| = \lim_{n \to +\infty} \frac{e^{n+1}}{(n+1)!} \times \frac{n!}{e^n}$$

$$= \lim_{n \to +\infty} \frac{e}{n+1} = 0$$

السلسلة متقاربة في كل مكان $\rho = \infty$

مثال:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{2^n} x^n$$

سلسلة قوى مركزها $x_0 = 0$

ولدينا $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{e^n}$

سلسلة متقاربة لأنها هندسية أساسها $\frac{1}{e} = 0.191 < 1$

$\sum_{n=1}^{\infty} e^{-nx^2}$

متقاربة بانتظام

تمرين: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos nx}{n^2}$

ادرس تقارب السلسلة

الحل:

$$\left| \frac{\cos nx}{n^2} \right| \leq \frac{1}{n^2}$$

ولكن $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$ سلسلة متقاربة ← $\sum \frac{\cos nx}{n^2}$ متقاربة بانتظام

* سلاسل القوى: الشكل العام

$\sum_{n=1}^{\infty} a_n (x - x_0)$

x_0 مركز السلسلة

هنا يوجد نوعان للتقارب يعطى بالعلاقة:

$$\rho = \frac{1}{K} \leftarrow K = \lim_{n \to +\infty} \left| \frac{a_{n+1}}{a_n} \right|$$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{(n+1)!}{2^{n+1}} \times \frac{2^n}{n!} = \lim_{n\to+\infty} \frac{n+1}{2} = \infty$$

$$\rho = \frac{1}{\infty} = 0$$

متقاربة

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n^2}$$ مجموعة

$$\lim_{n\to+\infty} \left|\frac{a_{n+1}}{a_n}\right| = \lim_{n\to+\infty} \frac{\frac{1}{(n+1)^2}}{\frac{1}{n^2}} = \lim_{n\to+\infty} \frac{n^2}{(n+1)^2} = 1$$

$$\Rightarrow \rho = \frac{1}{1} = 1$$

مجال المتقاربة $I = [-1,1]$

إما على أطراف $x = 1$

$\sum \frac{1}{n^2}$ متقاربة

$x = -1 \Leftarrow \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2}$

بما أن $\frac{1}{n^2}$ متقاربة فإن مجموعة

حسب اختبار ليبنتز (استنتجه بنفسك الآن) متسلسلة متقاربة

أي مجال المتقارب $I = [-1,1]$

ملاحظة: اختبار ليبنتز خاص بالمتسلسلة المتناوبة

$\sum (-1)^n a_n$

حيث a_n متناقصة تتجه إلى 0 ⇐ المتسلسلة متقاربة

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة