كلية العلوم

القسم : **الفيزياء**

السنة : **الاولى**

المادة : تحليل رياضي٢

المحاضرة : **السابعة/نظري/**

{{ مكتبة A to Z }}

Facebook Group : مكتبة A to Z

كلية العلوم ، كلية الصيدلة ، الهندسة التقنية

٥

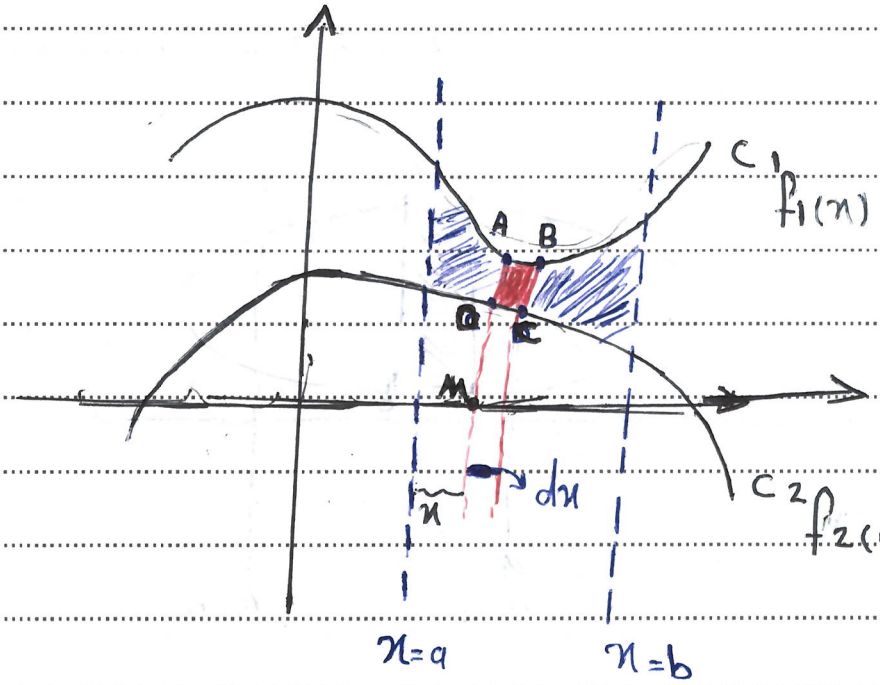
2025

يمكنكم طلب المحاضرات برسالة نصية (SMS) أو عبر(What's app-Telegram)على الرقم 0931497960

حساب المساحة:

حساب المساحة المحصورة بين منحنيين C_1 و C_2 والمستقيمين $x=a$ $x=b$

عندما [عندما C_1 فوق C_2]



وائما المجموع اللانهائي نحله بالتكامل

نقسم المساحة إلى عدد لانهائي من المستطيلات التي عرضها dx

نأخذ مثلاً المستطيل ADCB وعرضه $DC=dx$

أما طوله AD $\quad AD=AM-DM$

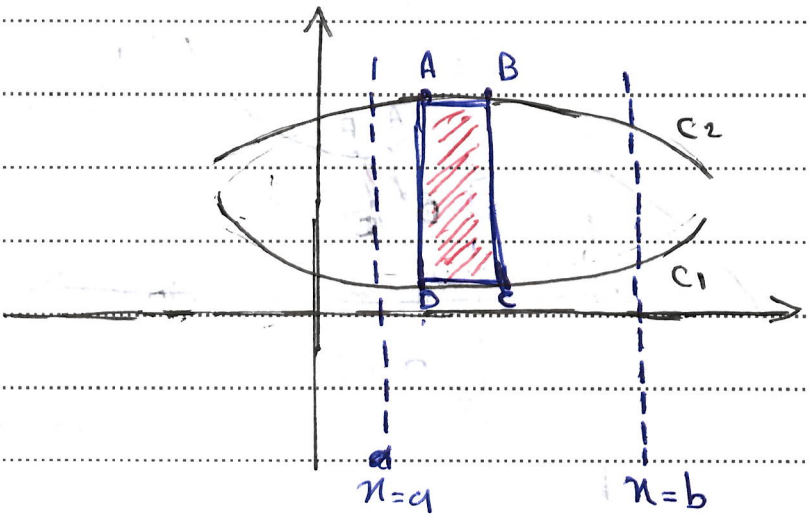
مكتبة A to Z - كلية العلوم (جامعة طرطوس) - TEL:0931497960

$$AD = AM - DM$$
$$= f_1(x) - f_2(x)$$

$$S = \int_{x=a}^{x=b} \text{مساحة الشكل} = \int_{x=a}^{x=b} AD \cdot dx$$

$$S = \int_{a=x}^{x=b} [f_1(x) - f_2(x)]\, dx$$

* ملاحظة: عندما c_2 فوق c_1



$$S = \int_{x=a}^{x=b} [f_2(x) - f_1(x)]\, dx$$

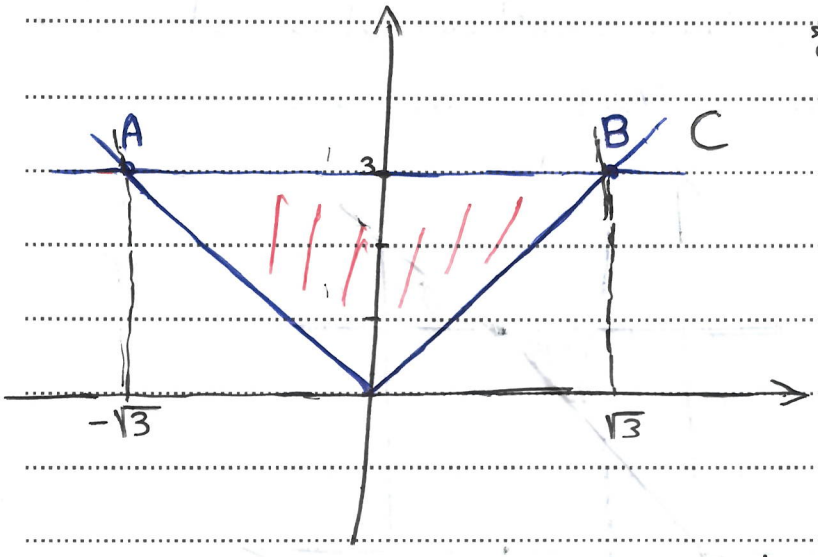
ويمكن أن نكتب

$$S = \int_{a}^{b} |f_1(x) - f_2(x)|\, dx$$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

مثال:

احسب المساحة المحصورة بين $C: y=x^2$ و $d: y=3$



لرسم الخط البياني: قطع مكافئ

$y=x^2 \Rightarrow f'(x)=2x$

$f'(x)=0 \Rightarrow 2x=0 \Rightarrow x=0$

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

لنوجد نقاط تقاطع A و B

من الحل المشترك لمعادلتي C و d

$C: y=x^2$ ...①

$d: y=3$ ...②

نعوض ① في ② نجد:

$x^2=3 \Rightarrow x=\pm\sqrt{3}$

$A(\overset{a}{-\sqrt{3}}, 3)$

$B(\overset{b}{\sqrt{3}}, 3)$

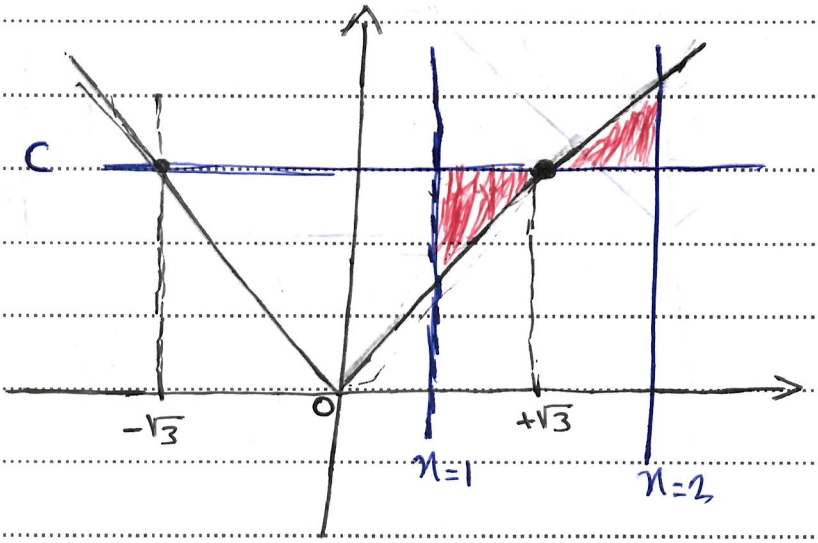
$$S=\int_{-\sqrt{3}}^{+\sqrt{3}} (y_b-y_c)\,dx=\int_{-\sqrt{3}}^{+\sqrt{3}} (3-x^2)\,dx$$

$$=\left[3x-\frac{x^3}{3}\right]_{-\sqrt{3}}^{+\sqrt{3}}=\left(3\sqrt{3}-\frac{3\sqrt{3}}{3}\right)-\left(-3\sqrt{3}+\frac{3\sqrt{3}}{3}\right)$$

$= (2\sqrt{3}) - (-2\sqrt{3}) =$

$2\sqrt{3} + 2\sqrt{3} = 4\sqrt{3}$

مثال: احسب المساحة المحدودة بين $d: y = 3$ $C: y = x^2$ والمستقيمين $x = 1$ $x = 2$



$S = S_1 + S_2$

$= \int_1^{\sqrt{3}} (3 - x^2)\,dx + \int_{\sqrt{3}}^{2} (x^2 - 3)$

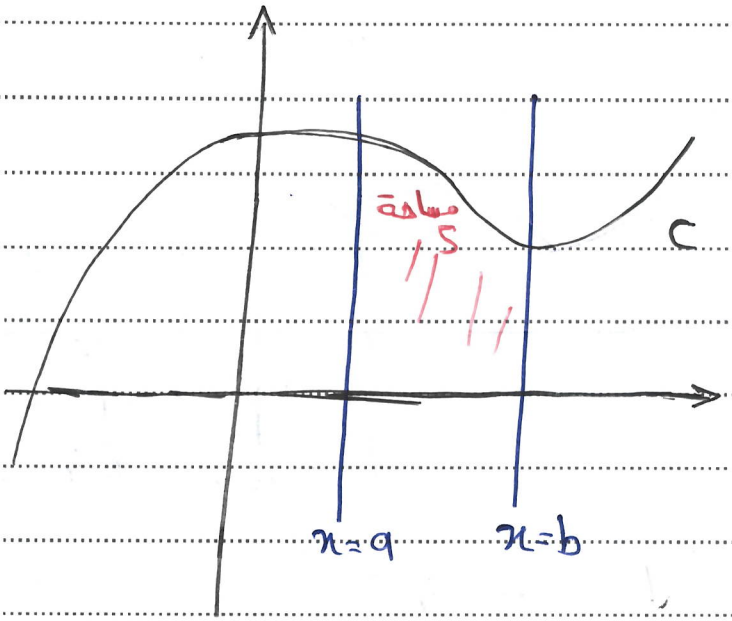
$\left[3x - \frac{x^3}{3}\right]_1^{\sqrt{3}} + \left[\frac{x^3}{3} - 3x\right]_{\sqrt{3}}^{2}$

$\left(3\sqrt{3} - \frac{3\sqrt{3}}{3}\right) - \left(3 - \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{8}{3} - 6\right) - \left(\frac{3\sqrt{3}}{3} - 3\sqrt{3}\right)$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

* المساحة المحصورة بين C و ox' و المستقيمين $x=a$ $x=b$

حيث (C فوق ox')



$$S=\int_{x=a}^{x=b}(y_C-y_{ox'})\,dx$$

معادلة ox' هي $y=0$

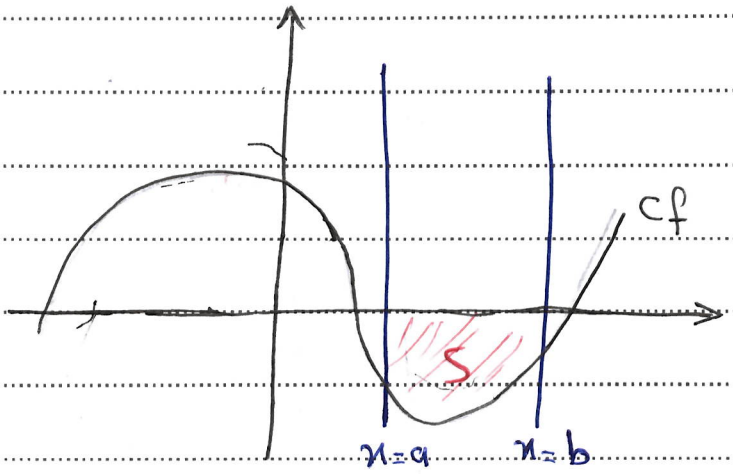
$$=\int_{x=a}^{x=b}(f(x)-0)\,dx$$

$$S=\int_{x=a}^{x=b} f(x)\,dx$$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

ا) مساحة الحصورة بين C_f و $(x'x)$ والمستقيمين $x=a$ $x=b$

بيث (C_f تحت $(x'x)$)

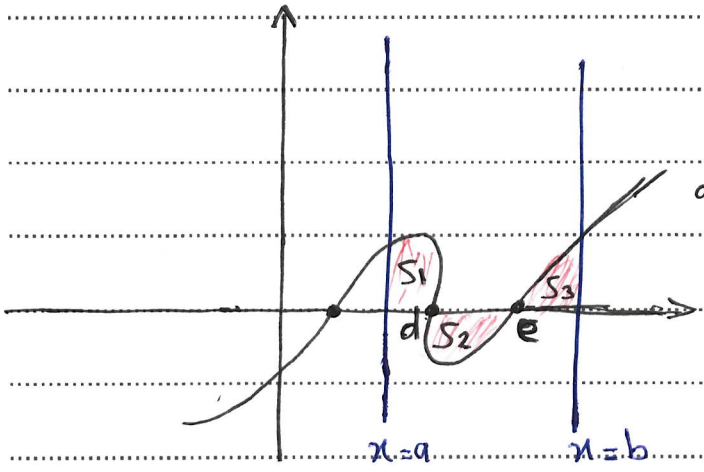


$$S = -\int_a^b f(x)dx$$

ويمكن أن نكتب :

$$S = \int_a^b |f(x)|dx$$

وإذا وجدت نقطة :

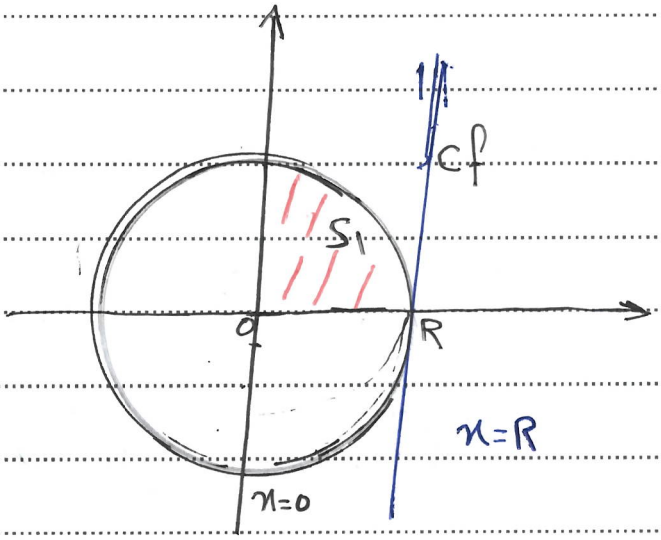


$$S = S_1 + S_2 + S_3$$

$$\int_a^d f(x)dx + \int_d^e -f(x)dx + \int_e^b f(x)dx$$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

- احسب مساحة الدائرة التي نصف قطرها R



لتكن S_1 مساحة ربع الدائرة والواقع في الربع الأول و S مساحة الدائرة

$S = 4S_1$ ، ولنوجد S_1 وهي المساحة المحصورة بين الدائرة و $(x'x)$

والمستقيمين $x=0$ و $x=R$

$$S_1 = \int_0^R f(x)\,dx$$

لنوجد $f(x)$ معادلة الدائرة $x^2+y^2=R^2$

$\Rightarrow y = -\sqrt{R^2-x^2}$ (مرفوض) $\Leftarrow$

$y = +\sqrt{R^2-x^2}$ مقبول

$y=-\sqrt{R^2-x^2}$ (مرفوض) لأنه Cf بالربع الأول

$f(x) = \sqrt{R^2-x^2}$

$$S = \int_0^R \sqrt{R^2-x^2}\,dx$$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

$x = R\sin\theta$

$dx = R\cos\theta\, d\theta$

عندما $x=0$ $\Leftarrow R\sin\theta = 0 \Leftarrow \sin\theta = 0$

عندما $x=R$ $\Leftarrow R\sin\theta = R \Leftarrow \sin\theta = 1 \Leftarrow \theta = \frac{\pi}{2}$

نكامل بالنسبة لـ θ:

$$S_1 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{R^2 - R^2\sin^2\theta}\, R\cos\theta\, d\theta$$

$$= \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{R^2(1-\sin^2\theta)}\, R\cos\theta\, d\theta$$

$$= \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{R^2\cos^2\theta}\, R\cos\theta\, d\theta$$

$$S_1 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} R\cos\theta \cdot \cos\theta\, R\, d\theta$$

$$= \int_0^{\frac{\pi}{2}} R^2\cos^2\theta\, d\theta = \int_0^{\frac{\pi}{2}} R^2\left[\frac{1+\cos 2\theta}{2}\right] d\theta$$

$$= \frac{R^2}{2}\int_0^{\frac{\pi}{2}} [1+\cos 2\theta]\, d\theta$$

$$\Rightarrow \frac{R^2}{2}\left[\theta + \frac{1}{2}\sin 2\theta\right]_0^{\frac{\pi}{2}}$$

$$= \frac{R^2}{2}\left(\frac{\pi}{2} + \frac{1}{2}(0)\right) - (0+0) = \frac{R^2}{2}\left[\frac{\pi}{2}\right] = \frac{R^2\pi}{4} \Rightarrow \boxed{S_1 = \frac{R^2\pi}{4}}$$

ومن $S = 4S_1 \Rightarrow = 4 \times \frac{\pi}{4} R^2 = \pi R^2 \Rightarrow \boxed{S = \pi R^2}$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

مكتبة A to Z