كلية العلوم

القسم : الرياضيات

السنة : الرابعة

المادة : امثليات عددية

المحاضرة : الخامسة /نظري/

{{ مكتبة A to Z }}

Facebook Group : مكتبة A to Z

يمكنكم طلب المحاضرات برسالة نصية (SMS) أو عبر (What's app-Telegram) على الرقم 0931497960

حل مسائل الأمثليات الخطية الصحيحة لمتغيرين:

- تختلف هذا النمط من المسائل عن النمط السابق بوجود شرط الأعداد الصحيحة أي $X \in Z^n$ ، يمكن حل بعض هذه المسائل بيانياً بعد تطبيق ما يعرف بـ LP-Relaxation أو بإسقاط شرط الأعداد الصحيحة ثم مناقشة الحالات الممكنة بعد ذلك أي نقسم المسألة الأساسية إلى مسائل جزئية تعرف هذه الطريقة بطريقة القيد والفرع Branch and Bound Method

مثال:

$$\max Z = -x_1 + 4x_2$$

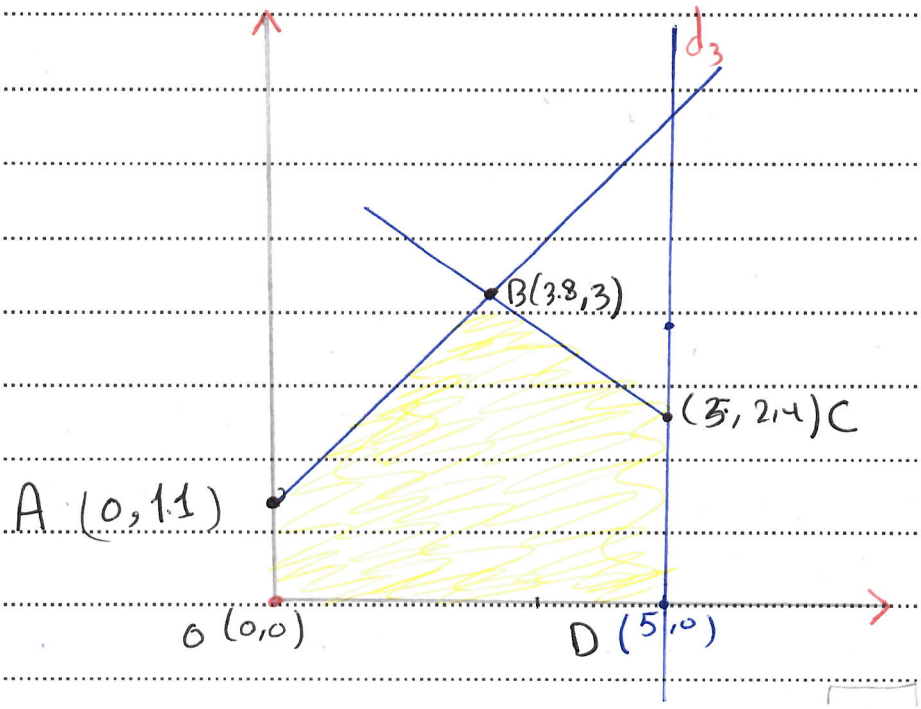
s.t

$$-10x_1 + 20x_2 \leq 22$$
$$5x_1 + 10x_2 \leq 49$$
$$x_1 \leq 5$$
$$x_i \geq 0$$
$$x_i \in Z ; 1 \leq i \leq 2$$

الحل:

أولاً: نطبق LP-Relaxation

$$\max Z = -x_1 + 4x_2$$
$$-10x_1 + 20x_2 \leq 22 \qquad x_1 \leq 5$$
$$5x_1 + 10x_2 \leq 49 \qquad x_i \geq 0$$



$3 \geq x_1 \geq 4$

عند تعويض دالة الهدف عند رؤوس منطقة الحلول الممكنة المطلقة نجد الأمثل هو عند النقطة

$Z^* = 8,2$ $\quad B(3.8, 3)$

عند ① الحالة الأولى:

$\max Z = -x_1 + 4x_2$

$-10x_1 + 20x_2 \leq 22$

$5x_1 + 10x_2 \leq 49$

$x_1 \geq 4$

$x_1 \leq 5$

$x_i \geq 0$

$X^* = (4, 2, 9)$ بالحل بيانياً نجد أن

$Z^* = 7,6$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

② الحالة الثانية :

$$\max \; -x_1 + 4x_2$$
$$-10x_1 + 20x_2 \leq 22$$
$$5x_1 + 10x_2 \leq 49$$
$$4 \leq x_1 \leq 5$$
$$x_2 \geq 3$$

لا يوجد حلول ممكنة

③ الحالة الثالثة :

$$\max = -x_1 + 4x_2$$
$$10x_1 + 20x_2 \leq 22$$
$$5x_1 + 10x_2 \leq 49$$
$$x_1 = 4$$
$$0 \leq x_2 \leq 2$$
$$x_i \geq 0$$

باكمل بيانياً نجد ان

$X^* = (4, 2)$ [حل مقبول ولكن نبحث عن الأفضل]

$Z^* = 4$

④ الحالة الرابعة :

$$\max Z = -x_1 + 4x_2$$
$$-10x_1 + 20x_2 \leq 22$$
$$5x_1 + 10x_2 \leq 49$$
$$x_1 \leq 3$$
$$x_2 \geq 0$$

باكمل بيانياً نجد ان

$X^* = (3, 2.6)$

$Z^* = 7.4$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

⑤ الحالة الخامسة:

$$\max Z = -x_1 + 4x_2$$
$$-10x_1 + 20x_2 \leq 22$$
$$5x_1 + 10x_2 \leq 49$$
$$x_1 \leq 3$$
$$x_2 \geq 3$$

لا يوجد حلول ممكنة

⑥ الحالة السادسة:

$$\max Z = -x_1 + 4x_2$$
$$-10x_1 + 20x_2 \leq 22$$
$$5x_1 + 10x_2 \leq 49$$
$$x_1 \leq 3$$
$$x_2 \leq 2$$
$$x_i \geq 0 \quad ; \quad 1 \leq i \leq 2$$

بالحل بيانياً نجد ان:

$$X^* = (1.8, 2)$$

$$Z^* = 6.2$$

⑦ الحالة السابعة:

$$\max Z = x_1 + 4x_2$$
$$-10x_1 + 20x_2 \leq 22$$
$$5x_1 + 10x_2 \leq 49$$
$$2 \leq x_1 \leq 3$$
$$x_2 \leq 2$$
$$x_i \geq 0 \quad ; \quad 1 \leq i \leq 2$$

بالحل بيانياً نجد ان: $X^* = (2, 2)$ [حل مقبول وحواضل من الحل السابق]

$$Z^* = 6$$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

⑧ الحالة الثامنة:

$$\max Z = -x_1 + 4x_2$$

$$-10x_1 + 20x_2 \leq 22$$

$$5x_1 + 10x_2 \leq 49$$

$$x_1 \leq 1$$

$$x_2 \leq 2$$

$$x_i \geq 0 \; ; \; 1 \leq i \leq 2$$

بالحل بيانياً نجد أن:

$$X^* = (1, 1.6)$$

$$Z^* = 5.4$$

نتوقف عند التفريع لأن أي حل صحيح أكبر من $Z^* = 6$ سوف يعطي قيمة لـ Z أصغر من

البرمجة الخاطئة

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة