كلية العلوم

القسم : الرياضيات

السنة : الرابعة

المادة : تحليل تابعي٢

المحاضرة : الثالثة/عملي/

{{ مكتبة A to Z }}

Facebook Group : مكتبة A to Z



2025

كلية العلوم ، كلية الصيدلة ، الهندسة التقنية

يمكنكم طلب المحاضرات برسالة نصية (SMS) أو عبر(What's app-Telegram)على الرقم 0931497960

# السؤال الأول:

إذا كان $T: H \to H$ مؤثر خطي محدود ومترافق ذاتياً فإن $T^2$ مؤثر خطي ومحدود ومترافق ذاتياً

الحل: ★ $T^2$ خطي:

$$T^2(\alpha x+\beta y) = T(T(\alpha x+\beta y)) = T(\alpha Tx+\beta Ty)$$

لأن T خطي

$$= T(\alpha Tx) + T(\beta Ty) = \alpha T^2x + \beta T^2y$$

لأن T خطي

★ $T^2$ محدود:

$$\|T^2x\| = \|T(Tx)\| \le c_1\|Tx\| \le c_1c_2\|x\|$$

لأن T محدود — لأن T محدود

$$\Rightarrow \|T^2x\| \le c\|x\|$$

$\Rightarrow T^2$ محدود

★ $T^2$ مترافق ذاتياً

$$(T^2)^* = (TT)^* = T^*T^* = TT = T^2$$

$\Rightarrow T^2$ مترافق ذاتياً



مكتبة A to Z - كلية العلوم ( جامعة طرطوس) - TEL:0931497960

# السؤال الثاني:

إذا كانت $(T_n)$ متتالية من المؤثرات الخطية المحدودة على فضاء هلبرت $H$ وكان $T_n \xrightarrow[n\to\infty]{} T$ أثبت أن $T_n^* \xrightarrow[n\to\infty]{} T^*$

الحل:

$$\|T_n^* - T^*\| = \|(T_n - T)^*\| = \|T_n - T\| \xrightarrow[n\to\infty]{} 0$$

$$\Rightarrow \|T_n^* - T^*\| \xrightarrow[n\to\infty]{} 0$$

$$\Rightarrow T_n^* \xrightarrow[n\to\infty]{} T^*$$

# السؤال الثالث:

$H$ فضاء هلبرت، ليكن $A, B$ مجموعتين جزئيتين من $H$ بحيث $A \perp B$ أثبت أن $B \subset A^{\perp}$

الحل:

$$A^{\perp} = \{x \in H : x \perp A\}$$

$$= \{x \in H : \langle x, a\rangle = 0 \quad \forall a \in A\}$$

$$\forall x \in A^{\perp} ; \ x \in H \quad \langle x, a\rangle = 0 \quad \forall a \in A$$

وهذا يعني $B \subset A^{\perp}$ بالتالي $x \in B \Rightarrow x \in A^{\perp}$



TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

# السؤال الرابع:

ليكن $X$ و $Y$ مضاعفين في فضاء هلبرت $H$

والمطلوب: اثبت ان $(X+Y)^{\perp} = X^{\perp} \cap Y^{\perp}$

الحل: أولاً: نثبت ان $(X+Y)^{\perp} \subseteq X^{\perp} \cap Y^{\perp}$

$X \subseteq X+Y \Rightarrow (X+Y)^{\perp} \subseteq X^{\perp}$

$Y \subseteq X+Y \Rightarrow (X+Y)^{\perp} \subseteq Y^{\perp}$

نأخذ تقاطع الطرفان:

$$(X+Y)^{\perp} \subseteq X^{\perp} \cap Y^{\perp} \quad \dots (1)$$

ثانياً: نثبت ان $X^{\perp} \cap Y^{\perp} \subseteq (X+Y)^{\perp}$

$\forall z \in X^{\perp} \cap Y^{\perp} \Rightarrow$

$z \in X^{\perp} \Rightarrow \langle z, x \rangle = 0 \quad \forall x \in X$

$z \in Y^{\perp} \Rightarrow \langle z, y \rangle = 0 \quad \forall y \in Y$

$\forall u \in X+Y \Rightarrow u = x+y$

$\langle z, u \rangle = \langle z, x+y \rangle = \langle z, x \rangle + \langle z, y \rangle = 0+0=0$

$z \in (X+Y)^{\perp}$

$$\Rightarrow X^{\perp} \cap Y^{\perp} \subseteq (X+Y)^{\perp} \quad \dots (2)$$

من (1) و (2) العلاقة محققة

انتهت المحاضرة



TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة