



كلية العلوم

القسم : الرياضيات

السنة : الثالثة

المادة : احصاء رياضي

المحاضرة : السابعة / نظري

{{ مكتبة A to Z }}

مكتبة A to Z : Facebook Group

كلية العلوم ، كلية الصيدلة ، الهندسة التقنية

يمكنكم طلب المحاضرات برسالة نصية (SMS) أو عبر (What's app-Telegram) على الرقم 0931497960



الدكتور : .....

المحاضرة:

(7) نظريه



التاريخ: / /

**A to Z Library for university services**

القسم: رياضيات

السنة: الثالثة

المادة: احصاء رياضي

## ٢٧] الارتباط والاختلاف الخفي : أولاً :

مفهوم الارتباط : عرضنا في المحاضرات السابقة أنواع المقتررات العشوائية والقوانين وتوزيع التوزيعات ثم استعرضنا قانون التوزيع الطبيعي المعياري وخصائصه التوزيعية وطرائق حساب الاحتمالات للتغيرات الخاصة لهذين التوزيعين إضافة لعرض طرائق جميع البيانات المتعلقة بظاهرة ما وطرائق المعالجة وكذلك طرائق تقدير معالم المجتمع باستقراء بيانات العينة كما درسنا التقدير الاحصائي وتقدير حجم العينة اللازمة للحصول على مستوى معين من الدقة وعرضنا لذلك سبيل في التواله الأساسية حيث أختار العرضيات أختار العرضيات حيث عينة واحدة حيث عينة أحدا الآن سنعرض في هذه المحاضرة لمفهوم الارتباط وطرائق قياسه حيث نتناول دراسة العلاقات الارتباطية بين متحولين.

\* نقول ان متغيرين مرتبطين عندما يتغير أحدهما بتغير الآخر ولا يعني الارتباط ان أحدهما المتغيرين يؤثر أو يتأثر بغيره بل يمكن ان يكون تغير أحدهما مترافق مع تغير لغير المتغيرين.

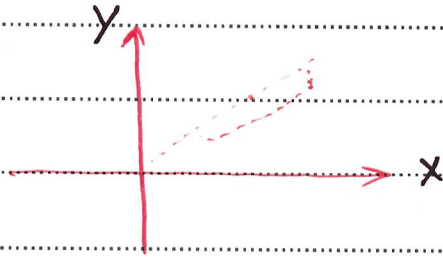
$$X : x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$$

$$Y : y_1, y_2, y_3, \dots, y_n$$

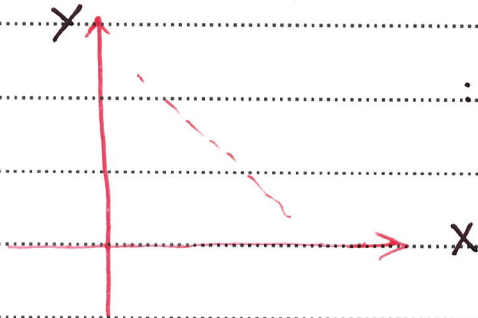
ان تمثيل هذه النقاط على محور إحداثية حصل على إحداثية حصل على واسيع بالانشار

\* ولذلك الأنواع:

1- أنشطار طردي خطي:



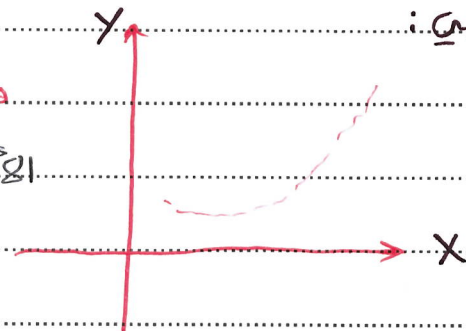
2- أنشطار عكسي خطي:



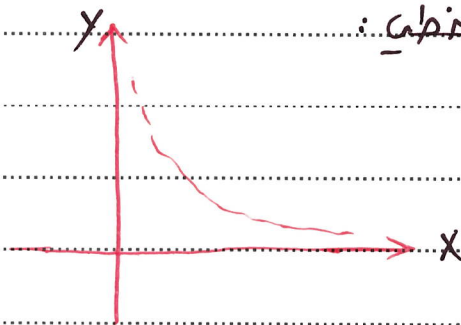
3- أنشطار طردي غير خطي:

الأنشطار لا يرتبط بالقيمة  
القطبية

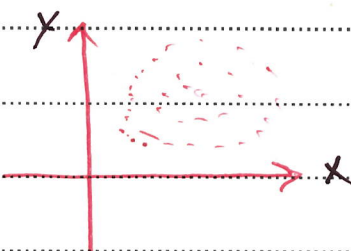
القطبية



4- أنشطار عكسي غير خطي:



5- الأنشطار العشوائي:



أهداف:

- 1- الانفاخ والفل
  - 2- سعر السلعة والكمية المطلوبة
  - 3- تقدير علاجات الطلاب في قسرين
  - 4- عدد حركات عماد في الرياضة ومستوى ضغط الدم
- 1) إن طبيعة الارتباط على هذه الأنواع من الأفعال لا يعطي السعة حيث تحيد طبيعة هذه العلاقة لذلك وجدت طريقة بديلة لسلك العلاقة ومبانيها

ثانياً: معامل الارتباط (معامل بيرسون):

تقيس قوة العلاقة بين متغيرين وأحدهما ونقطة بالسلك:

$$r = \frac{\sum (x - \bar{x})(y - \bar{y})}{n S_x S_y}$$

ويتوقع بالخواص الآتية:

$$r \in [-1, 1]$$

- 2- إذا كانت  $r$  قريبة بقدر كاف من الواحد تكون العلاقة طردية وسية
- 3-  $r$  قريبة من (0) بقدر كاف تكون العلاقة عكسية وسية
- 4-  $r$  قريبة من (0) بقدر كاف لا توجد علاقة (ارتباط) بين المتغيرين
- 5- هذه القيم لا ترتبط بخواص قياسية محددة
- 6- إن قيمة  $r$  تقصر عن مقارنة الارتباط النقطي فقط ولا تنطبق على العلاقات غير الخطية



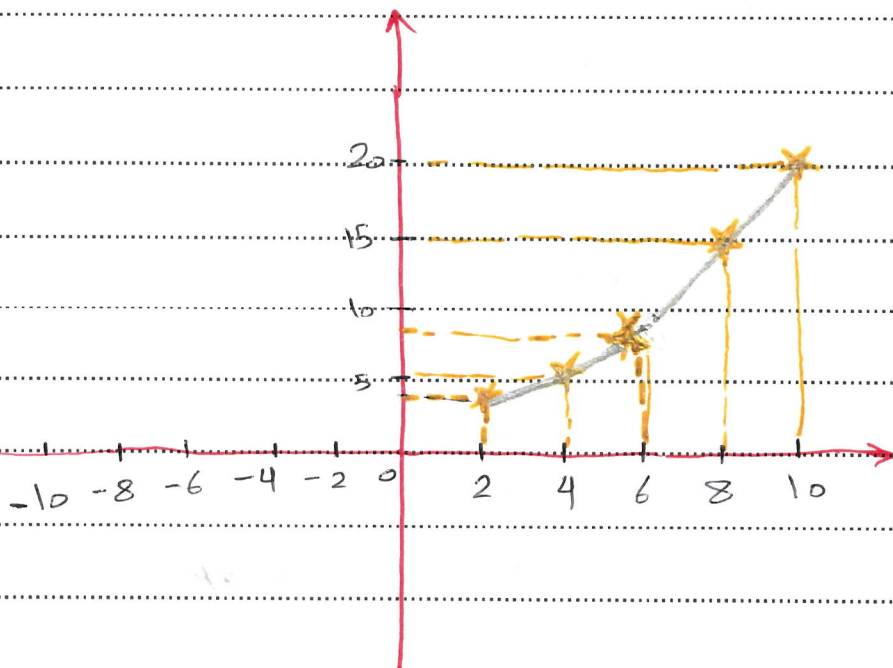
مثال: أوجد مدى الارتباط بين أيام الدراسة وعدد الطلاب في مدرسة خاصة مع عدد الطلاب خلال 5 أيام والمبين بالجدول الآتي:

الأيام	1	2	3	4	5
X : عدد الطلاب	2	4	6	8	10
Y : المدخل بالآلة	4	5	8	13	15

$$\bar{X} = \frac{30}{5} = 6$$

وإن:

$$\bar{Y} = \frac{45}{5} = 9$$

الجدول:

مدى الارتباط بين أيام الدراسة وعدد الطلاب

الترتيب	X	Y	$(x-\bar{x})(y-\bar{y})$	$(x_i - \bar{x})^2$	$(y_i - \bar{y})^2$
1	2	4	20	16	25
2	4	5	8	4	16
3	6	8	0	0	1
4	8	13	8	4	16
5	10	15	24	16	36
Sum	30	45	60	40	94

$$Sx^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n}$$

$$Sy^2 = \frac{\sum (y_i - \bar{y})^2}{n}$$

$$C = \frac{\sum (x - \bar{x})(y - \bar{y})}{n Sx Sy}$$

$$Sx = \sqrt{\frac{40}{5}} = \sqrt{8} = 2.82$$

$$Sy = \sqrt{\frac{94}{5}} = 4.33$$

$$C = \frac{60}{5(2.82)(4.33)} = 0.982$$

$$5(2.82)(4.33)$$

قرينة ج (1)

تأثير علاقة طردية وقوية

مثال ١: اختبار فرضية معامل الارتباط:

إن اختبار معوية الارتباط يفحص  $C$  ويتغير ويقول بشكل عشوائي  
خضع لوزيع طبيعي مركز  $\mu \sim \rho$  وتباين  $\sigma^2$  ويعطى بالعلاقة

$$\sigma^2 = \frac{1 - \rho^2}{n - 2}$$

هذه الحالة يفحص  $\sigma^2$  هو مؤشر الاختبار ونكتب فرضية العدم

$$H_0: \rho = 0$$

$$H_1: \rho \neq 0$$

إذا قبلنا  $H_0$  عنده لا يوجد ارتباط بالعلاقة بين المتغيرين

إذا قبلنا  $H_1$  عنده يوجد ارتباط بين المتغيرين

في جدول مستوفى

$$T_{\alpha/2} \sim (n - 2)$$

$$T = \frac{C}{\sigma} = \frac{C}{\sqrt{\frac{1 - \rho^2}{n - 2}}}$$

$$|T| < T_{\alpha/2} \quad \text{لا يوجد ارتباط} \quad *$$

$$|T| \geq T_{\alpha/2} \quad \text{يوجد ارتباط} \quad *$$

مثال ٢: افترض عينة من ٥٠ أفراد ذكر أن معامل الارتباط

بين أطوالهم كانت  $C = 0.7$  أختبر معوية هذا الارتباط

بستوى دلالة ٠.٠٥ فرضية العدم:

$$H_0: \rho = 0$$

$$H_1: \rho \neq 0$$



$$T = \frac{C}{\sqrt{\frac{1-C^2}{n-2}}} = \frac{0.7}{\sqrt{\frac{1-(0.7)^2}{8}}} = 2.72$$

$$T_{\alpha/2} = (8 \text{ n } 0.025)$$

$$= 2.3$$

$$|T| > T_{\alpha/2}$$

المؤشر < القيمة الحرجة يتاح يوم ارتباط بالأطراف جزئياً  $H_0$ .  
\* بالعودة إلى المثال السابق أدرس معجزة الأنتظام "هذا المرض"

$$C = 0.982$$

مستوى الدلالة 5%

$$T = \frac{0.982}{\sqrt{\frac{1-(0.982)^2}{n-2}}} = 9.005$$

$$T_{\alpha/2} = (3 \text{ n } 0.025)$$

$$= 3.18$$

$$\text{ف } |T| > T_{\alpha/2}$$

يوم ارتباط وترفض  $H_0$ .

رابعاً : معامل الارتباط (سpearman الرتبة)

يُدرس هذا المعامل مربع فروقات الرتبة ويستخدم بالعلاقة:



$$R_s = 1 - \frac{6 \sum d_i^2}{n(n^2 - 1)}$$

$d_i$ : الفرق بين الرتب لكل زوجين وحققه الخصائص التالية:

- 1- يأخذ القيم ضمن المجال  $[1, n]$
- 2- إذا كانت  $R_s$  قريبة من طرفي المجال يوجد ارتباط حثيف قوي
- 3- إذا كانت  $R_s$  قريبة من الصفر لا يوجد ارتباط

الاختبار مصفوي الارتباط (سريوان) لدينا هالتين

[a]

$n < 40$

$$H_0: R_s = 0$$

$$H_1: R_s \neq 0$$

لمفرض أن

$R_s$  هي مؤشر الاختيار والصفة الحرة ثابتة للعلم وموجود جدول

$$S_{\alpha/2} = 0.64$$

← مستوىلالة

$$|R_s| < S_{\alpha/2}$$

لا يوجد ارتباط وتقبل  $H_0$

$$|R_s| > S_{\alpha/2}$$

يوجد ارتباط

تكون العينة كبيرة :

n &gt; 40

[b]

$$H_0 : R_s = 0$$

من حيث العزم

$$H_1 : R_s \neq 0$$

تأخر في الحساب لأن اختيار مستوى

$$Z = \frac{R_s}{\frac{1}{\sqrt{n-1}}}$$

مؤشر الاختيار :

$$S_{\alpha/2} = 0.64$$

القيمة الحرجة :

وبعض الشكوك إذا كانت  $|Z| > S_{\alpha/2}$ يوجد ارتباط وتقبل  $H_1$ 

$$|Z| < S_{\alpha/2}$$

لا يوجد ارتباط وتقبل  $H_0$ 

والخطوة : عند تطبيق هذه الطريقة على العينات الصغيرة لكن

العكس ليس صحيح (إذا كانت العينة صغيرة لا تطبق عليها هذه

الطريقة))

مثال : في دراسة هامية هدفت إلى معرفة درجة ارتباط مستوى

الأعرج في القدم مع ترتيب الأصابع والقدم لـ ١٥ وظائف

في العمل التالي :

الوظيفة	الأمر	الجهة	$d_i$
1	2	2	0
2	6	7	1
3	3	6	9
4	5	4	1
5	7	5	4
6	10	8	4
7	9	9	0
8	8	10	4
9	4	3	1
10	1	1	0

Sum=24

قانون بيرسون

$$R_s = 1 - \frac{6(24)}{10(99)} = 0.855$$

$$H_0 : R_s = 0$$

$$H_1 : R_s \neq 0$$

$$0.855 > 0.64$$

الامكان

$$|R_s| > S_{\frac{\alpha}{2}}$$

بالتالي يوم ارساط بين الجهة والأمر ورفض  $H_0$



مكتبة  
A to Z