كلية العلوم

القسم : **الرياضيات**

السنة : **الثالثة**

المادة : بحوث عمليات

المحاضرة : الرابعة/عملي/

{{ مكتبة A to Z }}

Facebook Group : مكتبة A to Z

2025

يمكنكم طلب المحاضرات برسالة نصية (SMS) أو عبر (What's app-Telegram) على الرقم 0931497960

التمرين الأول: يمتلك مزارع مئة فدان، يريد أن يزرع جزء منها بالقمح وجزء آخر بالبطاطا، ومعطيات المسألة كالتالي:
تكاليف الزراعة بالدينار لكل فدان من القمح والبطاطا هي 20 و 10 دينار على الترتيب، وأيام العمل لكل فدان من القمح والبطاطا هي 4 أيام للقمح ويوم واحد للبطاطا، رأس مال المزارع 1100 دينار وبإمكانه تضحية 160 يوم من العمل في الزراعة، والسؤال هو: كيف يقسم المزارع الأرض بحيث يكون ربحه الكلي أكبر ما يمكن إذا كان الربح الصافي بالدينار من كل فدان قمح 120 ولكل فدان بطاطا 40

الحل

نفرض x_1 عدد فدانات القمح المراد زرعها

x_2 عدد فدانات البطاطا المراد زرعها

النموذج الرياضي: تحديد قيم المتغيران x_1 و x_2 بحيث تكون الدالة $f(x) = 120x_1 + 40x_2$ بأكبر قيمة ممكنة بشرط تحقق:

$$20x_1 + 10x_2 \leq 1100$$

$$4x_1 + x_2 \leq 160$$

$$x_1 + x_2 \leq 100 \quad x_1 \geq 0 \quad , \quad x_2 \geq 0$$

التمرين الثاني: ينتج مصنع نوعين من السلع A و B ومعطيات المسألة كالتالي:

تكاليف إنتاج السلعة A من الخامات وساعات التشغيل واستهلاك الآلات هي على التوالي : 5 و 3 و 3

وتكاليف إنتاج السلعة B من الخامات وساعات التشغيل واستهلاك الآلات هي على التوالي : 4 و 8 و 1

الحد الأقصى المسموح به للمواد الخام وساعات التشغيل واستهلاك الآلات هو على التوالي : 100 و 172 و 53

ربح الوحدة من السلعة A هو 1

ربح الوحدة من السلعة B هو 2

والسؤال : ما هي الكميات الواجب إنتاجها من كل سلعة حتى يحقق المصنع أكبر ربح ممكن ؟

الحل نفرض x_1 كمية إنتاج السلعة A

x_2 كمية إنتاج السلعة B

النموذج الرياضي : تحديد قيم المتغيران x_1 و x_2 حتى تحقق الدالة $f(x) = x_1 + 2x_2$ أكبر قيمة ممكنة وذلك شرط :

$$5x_1 + 4x_2 \leq 100$$

$$3x_1 + 8x_2 \leq 172$$

$$3x_1 + x_2 \leq 53$$

و $x_1 \geq 0$ $x_2 \geq 0$

التمرين الثالث : مصنع للعب الأطفال يصنع نموذجين من القوارب البلاستيكية A و B ، كل واحد منها يمر بمرحلتين صناعيتين I و II القارب الواحد من النوع A يحتاج إلى ساعتين من المرحلة الأولى ومثلها من المرحلة الثانية ، والقارب الواحد من النوع B يحتاج

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

إلى ساعة في المرحلة الأولى و 3 ساعات من المرحلة الثانية.
عدد ساعات العمل المتوفرة في المرحلة الأولى لاتزيد عن 20 ساعة،
ومن المرحلة الثانية لاتزيد عن 30 ساعة،
إذا كان ربح القارب من النوع الأول 10، ومن النوع الثاني 20،
فما هو الحل الأمثل للحصول على أكبر ربح ممكن؟
وما هي الكميات الواجب إنتاجها من كل نوع للحصول على أكبر ربح ممكن؟

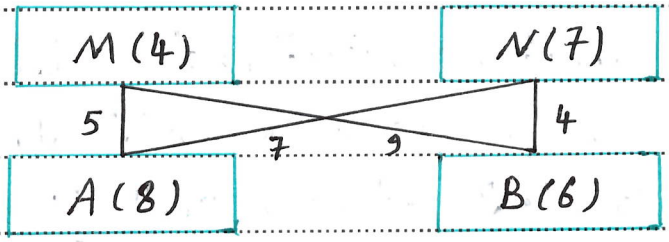
الحل

نفرض x_1 كمية إنتاج النوع A و x_2 كمية إنتاج النوع B
النموذج الرياضي: تحديد قيم المتغيرات x_1 و x_2 متى تحقق الدالة
$f(x) = 10x_1 + 20x_2$ أكبر قيمة ممكنة
بشرط تحقق:
$2x_1 + x_2 \leq 20$
$2x_1 + 3x_2 \leq 30$
و $x_1 \geq 0$ ، $x_2 \geq 0$

التمرين الرابع: تمتلك شركة نقل كراجين A به 8 شاحنات
و B به 6 شاحنات، تريد الشركة تغطية طلبات العميلين
M و N، و يحتاج الأول إلى 4 شاحنات و الثاني إلى 7
شاحنات، و يبين الشكل مواقع كل من الكراجين و العميلين
و المسافات بينها بالكيلومترات، وهدف الشركة الآن هو
تحديد عدد الشاحنات التي تغادر كل كراج من اتجاه كل من
العميلين بحيث يكون استهلاك الوقود أقل ما يمكن.

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

الشكل هو :



الحل نفرض x_1 عدد الشاحنات التي تغادر الكراج A متجهة إلى العميل M
و x_2 عدد الشاحنات التي تغادر الكراج B متجهة إلى العميل N
بالتالي $4 - x_1$ هي عدد الشاحنات التي ستغادر B متجهة إلى M
و $7 - x_2$ هي عدد الشاحنات التي ستغادر A متجهة إلى N
هذا التوزيع يخضع للقيود المنطقية التالية :

أولاً :

$x_1 \geq 0 \qquad 4 - x_1 \geq 0 \Rightarrow x_1 \leq 4$

$x_2 \geq 0 \qquad 7 - x_2 \geq 0 \Rightarrow x_2 \leq 7$

ثانياً :

$x_1 + (7 - x_2) \leq 8 \Rightarrow x_1 - x_2 \leq 1$

$x_2 + (4 - x_1) \leq 6 \Rightarrow -x_1 + x_2 \leq 2$

دالة الهدف :

$$f(x) = 5x_1 + 9(4 - x_1) + 7(7 - x_2) + 4x_2$$

$$f(x) = 85 - (4x_1 + 3x_2)$$

النموذج الرياضي : تحديد قيم المتغيران x_1 و x_2 بحيث تكون دالة الهدف $f(x)$ بأقل قيمة ممكنة بشرط تحقق :

$0 \leq x_1 \leq 4 \qquad 0 \leq x_2 \leq 7$

$x_1 - x_2 \leq 1 \qquad -x_1 + x_2 \leq 2$

التمرين الخامس : يحتاج الجسم البشري يومياً إلى الكميات الآتية على الأقل من الفيتامينات :

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

من فيتامين V	140 mg
من فيتامين X	300 mg
من فيتامين Y	270 mg
من فيتامين Z	300 mg

نفرض أن شخصاً ما يريد أن يتغذى على نوعين فقط من الطعام A و B ، يحتوي كل 100 غرام من كل منها على كميات من الفيتامينات المطلوبة كالآتي :

الفيتامين	100 غرام من A	100 غرام من B
V	20	5
X	25	12
Y	15	15
Z	10	30

المطلوب : تعيين كمية الطعام التي يتناولها من كل نوع من النوعين بحيث تكون التكاليف أقل ما يمكن ، إذا علم أن ثمن النوع B هو ضعف ثمن النوع A .

الحل نفرض x_1 كمية الطعام التي يتناولها من النوع A

x_2 كمية الطعام التي يتناولها من النوع B

النموذج الرياضي : تحديد قيم المتغيران x_1 و x_2 بحيث تكون قيمة الدالة $f(x) = x_1 + 2x_2$ أقل ما يمكن ، بشرط تحقق :

$$20x_1 + 5x_2 \geq 140$$

$$25x_1 + 12x_2 \geq 300$$

$$15x_1 + 15x_2 \geq 270$$

$$10x_1 + 30x_2 \geq 300 \qquad x_1 \geq 0 \ , \ x_2 \geq 0 \text{ و}$$

التمرين السادس : قررت إحدى شركات الأدوية أن تنتج نوعين من الأدوية التي يستخدم في إنتاجها المادتين A و B وهي ستقوم بتوزيع الأدوية في صناديق تحتوي على زجاجات الدواء ، فإذا كان إنتاج الصندوق الواحد من الدواء الأول يحتاج إلى 5 لترات من المادة A و مثلها من المادة B بينما يحتاج إنتاج الصندوق الواحد من الدواء الثاني إلى 3 لترات من A و 11 لتر من B ، وكان لدى الشركة 30 لتر من A و 55 لتر من B ، وقررت الشركة بأن لا تنتج أكثر من 4 صناديق من الدواء الثاني ، فإذا كان ربح الصندوق الواحد من الدواء الأول 30 دولار ومن الدواء الثاني 40 دولار ، فكم صندوقاً من كل نوع على الشركة أن تنتج حتى تحقق أكبر ربح ممكن ؟

الحل

نفرض x_1 عدد الصناديق الواجب إنتاجها من الدواء الأول

x_2 عدد الصناديق الواجب إنتاجها من الدواء الثاني

النموذج الرياضي : تحديد قيم المتغيران x_1 و x_2 التي تجعل الدالة $f(x) = 30x_1 + 40x_2$ أكبر ما يمكن، بشرط :

$$5x_1 + 3x_2 \leq 30$$

$$5x_1 + 11x_2 \leq 55$$

$$x_2 \leq 4$$

و $x_1 \geq 0$, $x_2 \geq 0$

التمرين السابع : تقوم إحدى الشركات بإنتاج نوعين من المواد الكيميائية هما X و Y ، يكلف إنتاج اللتر الواحد من X دولارين ، و

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

يكلف إنتاج اللتر الواحد من Y ثلاث دولارات ، و مطلوب من الشركة أن تنتج خلال الأسبوع القادم على الأقل 6 لتر من X و 2 لتر من Y ، لكن هناك نقص في أحد المواد الأولية الضرورية لصناعة هذين النوعين ، و لدى الشركة منه فقط 30 غرام. كل لتر من X يحتاج إلى 3 غرامات من هذه المادة ، و كل لتر من Y يحتاج إلى 5 غرامات منها.

كم لتر من كل نوع على الشركة أن تنتج بحيث تجعل تكلفتها أقل ما يمكن ؟

الحل نفرض x_1 عدد اللترات الواجب على الشركة إنتاجها من النوع X

x_2 عدد اللترات الواجب على الشركة إنتاجها من النوع Y

النموذج الرياضي : تحديد قيم المتغيران x_1 و x_2 التي تجعل قيمة الدالة $f(x) = 2x_1 + 3x_2$ أقل ما يمكن ، بشرط :

$$3x_1 + 5x_2 \leq 30$$

$$x_1 \geq 6$$

$$x_2 \geq 2$$

و $x_1 \geq 0$ ، $x_2 \geq 0$

التمرين الثامن : تريد إحدى شركات الإعلان أن تقرر كيف يمكنها الوصول إلى أكبر عدد ممكن من الناس ممن يصلهم الإعلان ، و ذلك ضمن ميزانية محددة للإعلان ، فإذا كان لديها 4 وسائل للإعلان وهي التلفزة و الراديو و المجلات و الصحف و حصل فريق البحث الميداني لدى الشركة على البيانات المعطاة في الجدول التالي :

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

	التلفزة	الراديو	المجلات	الصحف
تكلفة ومدة الاعلان $	60 000	25 000	12 000	20 000
عدد الذكور الذين يصلهم الاعلان	200 000	110 000	50 000	80 000
عدد الاناث اللواتي يصلهن الاعلان	150 000	120 000	70 000	85 000

الشركة لا تريد أن تصرف أكثر من 700 000 دولار في عمليات الاعلان، يجب أن يكون عدد الذكور الذين يصلهم الاعلان على الأقل 1 800 000

يجب أن يكون عدد الاناث اللواتي يصلهن الاعلان على الأقل 1 500 000

على الأقل 4 وحدات إعلان يجب أن يعلن في التلفزة

ليس أكثر من 10 وحدات إعلان يجب أن يعلن في المجلات

عدد وحدات الاعلان في كل من الراديو و الصحف يجب أن يكون ما بين 2 و 15 وحدة.

إذا كان هدف الشركة هو تحديد عدد وحدات الاعلان في كل وسيلة إعلان متى تحقق الوصول إلى أكبر عدد ممكن من الناس (الزبائن)، كون النموذج الرياضي لهذه المسألة.

الحل

نفرض x_1 عدد وحدات الاعلان في التلفزة

x_2 عدد وحدات الاعلان في الراديو

x_3 عدد وحدات الاعلان في المجلات

x_4 عدد وحدات الاعلان في الصحف

النموذج الرياضي: تحديد قيم المتغيرات x_1 و x_2 و x_3 و x_4 التي تعظم دالة الهدف (بالآلاف):

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

$f(x) = 350x_1 + 230x_2 + 120x_3 + 165x_4$

بشرط أن :

$60x_1 + 25x_2 + 12x_3 + 20x_4 \leq 700$

$200x_1 + 110x_2 + 50x_3 + 80x_4 \geq 1800$

$150x_1 + 120x_2 + 70x_3 + 85x_4 \geq 1500$

$2 \leq x_2 \leq 15$ $\quad$ $2 \leq x_4 \leq 15$

و $\quad x_1 \geq 0 \quad x_2 \geq 0 \quad x_3 \geq 0 \quad x_4 \geq 0$

التمرين التاسع : ماهي قيم x_1 و x_2 التي تجعل $f(x) = 3x_1 - x_2$ أصغر ما يمكن حيث يتحقق :

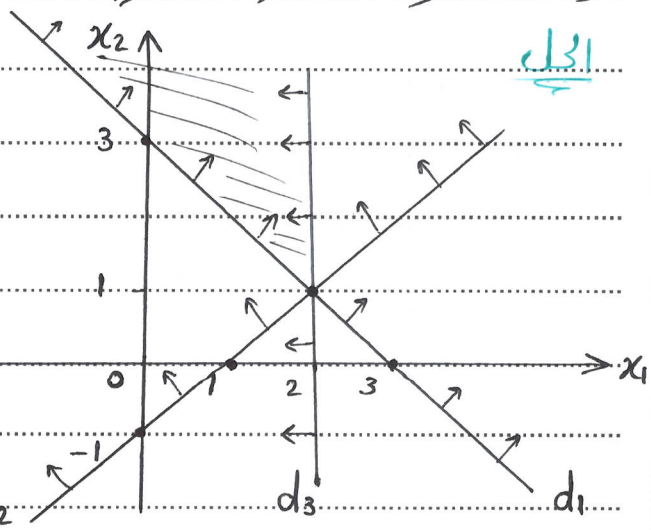
$x_1 + x_2 \geq 3$

$x_1 - x_2 \leq 1$

$x_2 \leq 2$

و $\quad x_1 \geq 0 \quad , \quad x_2 \geq 0$

الحل



$d_1 : x_1 + x_2 = 3$

x_1	0	3
x_2	3	0

$d_2 : x_1 - x_2 = 1$

x_1	0	1
x_2	-1	0

$d_3 : x_2 = 2$

$(0,0)$ لا تحقق المتراجحة الأولى $\quad$ مرفوض $\quad f(0,3) = -3$

$(0,0)$ تحقق المتراجحة الثانية $\quad$ لا تحقق الشرط الثالث

بينما $\quad f(2,1) = 5$ مقبول

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة