كلية العلوم

القسم : **الرياضيات**

السنة : **الثانية**

المادة : نظرية البيان

المحاضرة : السادسة/نظري/

{{ مكتبة A to Z }}

Facebook Group : مكتبة A to Z

2025

كلية العلوم ، كلية الصيدلة ، الهندسة التقنية

يمكنكم طلب المحاضرات برسالة نصية (SMS) أو عبر(What's app-Telegram)على الرقم 0931497960

بيانات أولر:

* بيان أولر: هو بيان يحوي دورة (Circuit) تمر بجميع أضلاعه وهذه الدورة تدعى دورة أولرية.

ملاحظة: الدورة هي رحلة مغلقة والرحلة هي مسار لا يتكرر فيه العبور على الأضلاع.

* بيان شبه أولري: هو بيان يحوي رحلة تمر بجميع أضلاعه وتدعى هذه الرحلة رحلة أولرية.

مبرهنة:

يكون البيان المترابط G بيان أولري إذا وفقط إذا كانت درجة كل رأس من رؤوسه هي درجة زوجية.

البرهان:

⇐: نفرض أن البيان أولري أي أنه يحوي دورة أولرية بالتالي تشمل هذه الدورة كل رأس من رؤوس البيان نفرض أن a هو رأس في هذا البيان G عندئذٍ إن وقوع a على هذه الدورة يقتضي وجود ضلع يخرج من a لكل ضلع يدخل a بالتالي إن درجة a هي درجة زوجية.

⇒: بما أن درجة كل رأس هي درجة زوجية إذاً يمكن تجزئة أضلاع البيان إلى حلقات كل حلقة من الحلقات السابقة تمر بدرجتين من درجات أي رأس فيها حلقة ثانية

في حال كانت هذه الحلقة تحوي الرأس نبرهن بطريقة الاستقراء الرياضي على عدد الحلقات k. من أجل هذه k من أجل k=1 هذه الحلقة ماهي إلا الدورة الأولية المطلوبة في حال k=2 أي يوجد حلقتين كما بينهما رأس مشترك واحد على الأقل كل حلقة تدارك بدرجتين من درجات هذا الرأس ما درجة هذا الرأس هي 4 نبدأ من الحلقة الأولى عند عاد نمر الحلقة الأولى ونعود إلى ما تم نمر أضلاع الحلقة الثانية ونعود للرأس بنفسه أي أن G أويلي.

نفرض أن البرهنة صحيحة من أجل كل قيمة أصغر من k ولدينا G أي k حلقة $G_1, G_2, \ldots, G_k$ هو البيان المكون من $C_1, C_2, \ldots, C_{k-1}$ حلقة إن G_1 هو بيان أويلي بسبب الفرض في الاستقراء إن G_1 يشترك مع C_k برأس واحد على الأقل ولكن هذا الرأس هو u سنتم هذا الرأس كبداية ننطلق منها نمر بداية الدورة الأويلرية ثم نعود إلى u لنمر بعد ذلك الحلقة C_k فيتشكل لدينا دورة تضم كل أضلاع البيان G إذا G هو بيان أويلري.

بيانات هاملتون:

في البيان المترابط G نقول عن حلقة (مار بمرة) إنها حلقة هاملتون إذا كانت تضم كل رؤوس البيان.

* بيان هاملتون: هو بيان يحوي حلقة هاملتون.
* بيان شبه هاملتون: هو بيان يحوي على مار يضم كل رؤوس هذا البيان.

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

مبرهنة:

ليكن $G(p,q)$ حيث $p \geq 3$ بيان يحقق أنه من أجل كل رأسين متجاورين x و y فإن:

$$p < \deg(x) + \deg(y)$$

عندئذٍ G هو بيان هاملتوني.

البرهان:

نفرض أن G يحقق: $p < \deg(x) + \deg(y)$ لكل رأسين x و y من رؤوسه لكن G ليس بيان هاملتوني.

لجميع البيان G أكبر ما يمكن (من حيث عدد الأضلاع) بإضافة أضلاع له على أن يبقى غير هاملتونياً (نفرض أن G ليس أكبر ما يمكن)، ندعو هذا البيان الجديد G في G' يحقق أيضاً $p < \deg(x) + \deg(y)$ لكن x و y رأسين غير متجاورين سوف نجد حتماً مثل هكذا رأسين لأن G غير تام بما أنه غير هاملتوني.

* كون G' أكبر ما يمكن إذاً $G' + xy$ هو بيان هاملتوني إذاً يحوي حلقة هاملتونية هي فيها الضلع xy حتماً و إلا كان G' بياناً هاملتونياً إذاً G' يحوي مساراً هاملتونياً (فما يضم كل رؤوس البيان) هذا المسار هو $y - x$

$$x = v_1, v_2, \ldots, v_p = y$$

إنّ كل رأس مجاور لـ x ولكن v_i حيث أن:

$v_i \in N(x)$ حيث $N(x)$ مجموعة مجاورات الرأس x

يعطي رأساً غير مجاور لـ y هو $v_{i-1} \in N(y)$

وإلا كان:

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

$v_1, \dots, v_{i-2}, v_{i-1}, v_i, v_{i+1}, \dots, v_p, v_1$

حلقة هاملتونية.

إذاً على الأكثر على y عدداً من الجاورات هو:

$\deg(y) \leq (p-2) - \deg(x)$ إذاً $(p-2) - \deg(x)$

وبالتالي:

$$\deg(y) + \deg(x) \leq p-2$$

هذه هي أولى فرضياتنا:

$$p < \deg(x) + \deg(y)$$

أي:

$$p < \deg(x) + \deg(y) \leq p-2$$

وهذا تناقض إذاً G هاملتونية

انتهت المحاضرة

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

مكتبة A to Z