



كلية العلوم

القسم : الرياضيات

السنة : الثانية

المادة : معادلات تفاضلية ٢

المحاضرة : الخامسة / عملي

{{ مكتبة A to Z }}

مكتبة A to Z : Facebook Group

كلية العلوم ، كلية الصيدلة ، الهندسة التقنية

يمكنكم طلب المحاضرات برسالة نصية (SMS) أو عبر (What's app-Telegram) على الرقم 0931497960

الدكتور:

المحاضرة:

الامانة ٤٤٤٠



القسم: الرياضيات

السنة: الثانية

المادة: معادلات تفاضلية - ٢

التاريخ: / /

A to Z Library for university services

① $y'' + y' - y - y = 1$

$$y'' + y' + y + y = x$$

$$(D^2 - 1)y + (D - 1)y = 1$$

$$(D + 1)y + (D^2 + 1)y = x$$

$$A = \begin{vmatrix} D^2 - 1 & D - 1 \\ D + 1 & D^2 + 1 \end{vmatrix} = (D^2 - 1)(D^2 + 1) - (D^2 - 1)$$

$$= (D^2 - 1)(D^2 + 1 - 1) = D^4 - D^2 = D^2(D^2 - 1)$$

$$\Delta y = \begin{vmatrix} 1 & D - 1 \\ x & D^2 + 1 \end{vmatrix} = 1 + x - 1 = x$$

$$\Delta y = \begin{vmatrix} D^2 - 1 & 1 \\ D + 1 & x \end{vmatrix} = -x - 1$$

$$A = 0 \Rightarrow D^2(D^2 - 1) = 0 \Rightarrow D_1 = D_2 = 0$$

$$D_3 = 1, D_4 = -1$$

$$y_h = C_1 + C_2 x + C_3 e^x + C_4 e^{-x}$$

$$y_h = b_1 + b_2 x + b_3 e^x + b_4 e^{-x}$$

$$y_p = \frac{1}{D^2(D^2 - 1)} x$$



$$y_p = \frac{-x}{D^2} = -\frac{x^3}{6}$$

$$-1 + D^2 \left[\frac{-1}{1 - D^2} \right]$$

$$y_p = \frac{1}{D^2(D^2-1)} (-1-x) = \frac{x^3}{6} + \frac{x^2}{2}$$

$$\Rightarrow y(x) = C_1 + C_2 x + C_3 e^x + C_4 e^{-x} - \frac{x^3}{6}$$

$$y(x) = b_1 + b_2 x + b_3 e^x + b_4 e^{-x} + \frac{x^3}{6} + \frac{x^2}{2}$$

$$y'(x) = C_2 + C_3 e^x - C_4 e^{-x} - \frac{x^2}{2}$$

$$y''(x) = b_3 e^x + b_4 e^{-x} + x + 1$$

التقويض في المعادلة الثانية في:

$$(C_1 + b_1 + C_2) + (C_2 + b_2)x + (C_3 + b_3 + C_3 + b_3)e^x + (C_4 + b_4 - C_4 + b_4)e^{-x} + 1 = 0$$

المعادلة في أ.أ.ب.

$$C_1 + b_1 + C_2 = -1 \Rightarrow b_1 = -1 - C_1 - C_2$$

$$C_2 + b_2 = 0 \Rightarrow b_2 = -C_2$$

$$2C_3 + 2b_3 = 0 \Rightarrow b_3 = -C_3$$

$$2b_4 = 0 \Rightarrow b_4 = 0$$

$$\Rightarrow y(x) = C_1 + C_2 x + C_3 e^x + C_4 e^{-x} - \frac{x^3}{6}$$

$$y(x) = -1 - C_1 - C_2 - C_2 x - C_3 e^x + \frac{x^3}{6} + \frac{x^2}{2}$$

[2]

$$y' = y + z + x$$

$$z' = -2y - z + e^x$$

$$(D-1)y = z = x$$

$$2y + (D+1)z = e^x$$

$$A = \begin{vmatrix} D-1 & -1 \\ 2 & D+1 \end{vmatrix} = D^2 - 1 + 2 = D^2 + 1$$

$$\Delta y = \begin{vmatrix} x & -1 \\ e^x & D+1 \end{vmatrix} = x + 1 + e^x$$

$$\Delta z = \begin{vmatrix} D-1 & x \\ 2 & e^x \end{vmatrix} = e^x - e^x - 2x = -2x$$

$$A=0 \Rightarrow D^2 + 1 = 0 \Rightarrow D_{1,2} = \pm i$$

$$\Rightarrow y_h = C_1 \cos x + C_2 \sin x$$

$$z_h = b_1 \cos x + b_2 \sin x$$

$$y_p = \frac{1}{D^2 + 1} (x + 1 + e^x)$$

$$y_p = x + 1 + \frac{e^x}{2}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 1+D^2 \overline{) 1} \\ \underline{1} \\ 0 \\ 1+D^2 \\ \underline{1+D^2} \\ 0 \\ -D^2 \end{array}$$

$$f_p = \frac{1}{D^2 + 1} (-2x) = -2x$$

$$y(x) = C_1 \cos x + C_2 \sin x + x + 1 + \frac{e^x}{2}$$

$$y(x) = b_1 \cos x + b_2 \sin x + x - 2x$$

$$y(x) = -C_1 \sin x + C_2 \cos x + 1 + \frac{e^x}{2}$$

نقوم بتعويض المعادلات في المعادلة:

$$C_2 \cos x - C_1 \sin x + \frac{1}{2} e^x + 1 = (C_1 + b_1) \cos x + (C_2 + b_2) \sin x + \frac{e^x}{2} + 1 + x - 2x + x$$

$$C_2 \cos x - C_1 \sin x = (C_1 + b_1) \cos x + (C_2 + b_2) \sin x$$

بالمقارنة نجد أن:

$$C_2 = C_1 + b_1 \Rightarrow b_1 = C_2 - C_1$$

$$-C_1 = C_2 + b_2 \Rightarrow b_2 = -C_1 - C_2$$

$$y(x) = C_1 \cos x + C_2 \sin x + x + 1 + \frac{e^x}{2}$$

$$y(x) = (C_2 - C_1) \cos x + (-C_1 - C_2) \sin x - 2x$$

$$(3) \quad 2y' + z' - 4y - z = e^x = 0$$

$$y' + 3y + z = 0$$

$$(2D-4)y + (D-1)z = e^x$$

$$(D+3)y + z = 0$$

$$A = \begin{vmatrix} 2D-4 & D-1 \\ D+3 & 1 \end{vmatrix} = 2D-4 - (D^2+2D-3) = -D^2-1$$

$$\Delta y = \begin{vmatrix} e^x & D-1 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = e^x$$

$$\Delta z = \begin{vmatrix} 2D-4 & e^x \\ D+3 & 0 \end{vmatrix} = -e^x - 3e^x = -4e^x$$

$$A=0 \Rightarrow -D^2-1=0 \Rightarrow D^2=-1 \Rightarrow D_{1,2} = \pm i$$

$$y_h = C_1 \cos x + C_2 \sin x$$

$$z_h = b_1 \cos x + b_2 \sin x$$

$$y_p = \frac{-1}{+D^2+1} e^x = -\frac{e^x}{2}$$

$$z_p = \frac{-1}{D^2+1} (-4e^x) = 2e^x$$

$$\Rightarrow y(x) = C_1 \cos x + C_2 \sin x - \frac{e^x}{2}$$

$$y(x) = C_1 \cos x + C_2 \sin x + 2e^x$$

$$y'(x) = C_2 \cos x - C_1 \sin x - \frac{e^x}{2}$$

ثروءه فف ٢ فف:

$$(3C_1 + b_1 + C_2) \cos x + (3C_2 + b_2 - C_1) \sin x - 2e^x + 2e^x = 0$$

بالطافه فف آف:

$$b_1 = -3C_1 - C_2$$

$$b_2 = C_1 - 3C_2$$

$$y(x) = C_1 \cos x + C_2 \sin x - \frac{e^x}{2}$$

$$y(x) = -(3C_1 + C_2) \cos x + (C_1 - 3C_2) \sin x + 2e^x$$

$$(4) \quad (D^2 + D + 1)y + (D^2 + 1)y = e^x$$

$$(D^2 + D)y + D^2 y = \cos x$$

$$A = \begin{vmatrix} D^2 + D + 1 & D^2 + 1 \\ D^2 + D & D^2 \end{vmatrix} = D^2(D^2 + D + 1) - D(D + 1)(D^2 + 1)$$

$$= D(D^3 + D^2 + D - D^3 - D^2 - D - 1) = -D$$

$$A = -D$$

$$\Delta y = \begin{vmatrix} e^x & D^2+1 \\ \cos x & D^2 \end{vmatrix} = e^x + \cos x - \cos x = e^x$$

$$\Delta z = \begin{vmatrix} D^2+D+1 & D^2 e^x \\ D^2+D & \cos x \end{vmatrix} = -\cos x - \sin x + \cos x - 2e^x = -\sin x - 2e^x$$

$$A=0 \Rightarrow D=0$$

$$\Rightarrow y_h = C_1$$

$$z_h = b_1$$

$$\Rightarrow y_p = \frac{1}{-D} e^x = e^x$$

$$z_p = \frac{1}{-D} (-\sin x - e^x) = e^x - \cos x$$

$$y(x) = C_1 + e^x$$

$$z(x) = b_1 + e^x - \cos x$$

النتيجة ←