كلية العلوم

القسم : **الرياضيات**

السنة : **الاولى**

المادة : تحليل متجهات

المحاضرة : الرابعة/عملي/

{{ مكتبة A to Z }}

Facebook Group : مكتبة A to Z

2025

يمكنكم طلب المحاضرات برسالة نصية (SMS) أو عبر (What's app-Telegram) على الرقم 0931497960

التمرين الأول: ليكن التابع الشعاعي

$\vec{x}(t) = t^3\vec{e_1} + 3t^2\vec{e_2} + (6t+1)\vec{e_3}$

① اثبت أن $|\vec{x}'(t)| = 3(t^2+2)$

② احسب طول القوس المحدد بـ $a(0,0,1)$ و $b(1,3,7)$

① $\vec{x}'(t) = 3t^2\vec{e_1} + 6t\vec{e_2} + 6\vec{e_3}$

$|x'(t)| = \sqrt{9t^4+36t^2+36} = \sqrt{9(t^4+4t^2+4)}$

$= \sqrt{9(t^2+2)^2} = 3(t^2+2)$.

②

$S = \int_{T_0}^{T_1} |\vec{x}'(t)|\,dt$

$a(0,0,1)$

$t^3 = 0 \Rightarrow 3t^2 = 0 \longrightarrow t = 0$

$6t+1 = 1$

$b(1,3,7)$

$t^3 = 1$

$3t^2 = 3 \longrightarrow t = 1$

$6t+1 = 7$

$S = \int_0^1 |\vec{x}'(T)|\,dT = \int_0^1 3(T^2+2)\,dT = [t^3+6t]_0^1 = 7$

التمرين الثاني: ليكن التابعان الشعاعيان التاليان:

$\vec{\chi_1} : [-1,1] \longrightarrow \mathbb{R}^3$

$\vec{\chi_1}(t) = t^2\vec{e_1} + \cos t\,\vec{e_2} + 2\vec{e_3}$

$\vec{\chi_2} : [-1,1] \longrightarrow \mathbb{R}^3$

$\vec{\chi_2}(t) = t^2\vec{e_1} + t^2\vec{e_2} + e^t\vec{e_3}$

بين أي التابعين أملس:

$\vec{\chi_1}(t) \in C'$ ← التابع $\vec{\chi_1}$ متقاطع ومتقاطعة

$\chi_1'(t) = 2t\vec{e_1} - \sin t\,\vec{e_2}$; $\chi_1'(0) = 0$ ← χ_1 ليس أملس

$\vec{\chi_2}(t) \in C'$ ← التابع $\vec{\chi_2}$ متقاطع ومتقاطعة

$\chi_2'(t) = 2t\vec{e_1} + 2t\vec{e_2} + e^t\vec{e_3}$

$\chi_2'(0) = 1 + 0$

← التابع أملس.

التمرين الثالث: ليكن C المنحني المعرف بالتمثيل الضمني

$F(x,y) = (y-x^2)^2 - x^5 = 0$

أدرس النقط الحادة.

$F_x : 2(-2x)(y-x^2) - 5x^4 = 0$

$F_y : 2(y-x^2) = 0$

$F_x = -4xy + 4x^3 - 5x^4 = 0$ ... (1)

$F_y = 2y - 2x^2 = 0$ ... (2)

$y = x^2$ من 2

نعوض في 1

$-4x^3 + 4x^3 - 5x^4 = 0$

$\Rightarrow x = 0 \Rightarrow y = 0$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

النقطة $(0,0)$ ← $F(0,0)=0 \Rightarrow (0,0)\in C$

$(0,0)$ نقطة شاذة لمرونة نوعها تعتمد على المشتقات الجزئية من المرتبة الثانية.

$$F_{xx} = -4y + 12x^2 - 20x^3$$

$$F_{yy} = 2 \; ; \; F_{xy} = -4$$

$$\Delta = F_{xy}^2 - F_{xx}F_{yy}$$

$$= (-4x)^2 - 2(-4y + 12x^2 - 20x^3)$$

$$= 16x^2 + (4y - 12x^2 + 20x^3)$$

$$\Delta\big|_{(0,0)} = 0$$

$(0,0)$ نقطة تراجع

$$m^2 F_{yy} + 2m F_{xy} + F_{xx} = 0$$

$$2m^2 + 0 + 0 = 2m = 0$$

نختار قيمة بجوار $x=0$ لتكن $x=\frac{1}{2}$

$$f\left(\frac{1}{2}\right) = \left(y - \frac{1}{4}\right)^2 - \frac{1}{32} = 0$$

$$\left(y - \frac{1}{4}\right)^2 = \frac{1}{32} \Rightarrow y - \frac{1}{4} = \pm\frac{1}{4\sqrt{2}}$$

$$y = \frac{1}{4} + \frac{1}{4\sqrt{2}} \; , \; y = \frac{1}{4} - \frac{1}{4\sqrt{2}}$$

$$\overset{V}{0} \qquad\qquad \overset{V}{0}$$

تراجع نوع ثالث.

انتهت المحاضرة

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة