كلية العلوم

القسم : **الرياضيات**

السنة : **الاولى**

المادة : تحليل متجهات

المحاضرة : **السادسة/نظري/**

{{ مكتبة A to Z }}

Facebook Group : مكتبة A to Z

يمكنكم طلب المحاضرات برسالة نصية (SMS) أو عبر (What's app-Telegram) على الرقم 0931497960

ملاحظة: $\vec{\chi}''$ ليس كذلك $\vec{N}$ لكنه $\vec{\chi}''$ معمول على

قوانين لحساب التقوس:

1- إذا كان منحني معطى بالتمثيل الظاهري $\chi_2 = \varphi(\chi_1)$

$$\Rightarrow \rho = \frac{(1+(\chi')^2)^{\frac{3}{2}}}{\chi_2''}$$

وهو نصف قطر التقوس.

$$K = \frac{\chi_2''}{(1+(\chi_2')^2)^{\frac{3}{2}}}$$

2- منحني مستوي بالتمثيل الوسيطي: $\chi_1 = \varphi(t)$ ، $\chi_2 = C(t)$

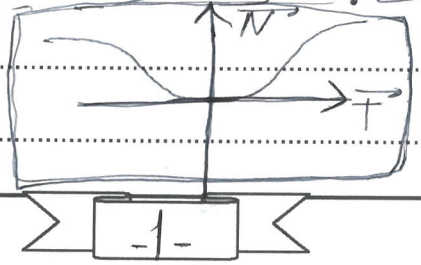
$$\Rightarrow K = \frac{\varphi'' \cdot C' - \varphi'' \cdot C'}{((\varphi'')^2 + (C')^2)^{\frac{3}{2}}}$$

3- منحنى الفراغ $\chi = \vec{\chi}(t)$

$$K = \frac{|\vec{\chi}' \wedge \vec{\chi}''|}{|\vec{\chi}'|^3} \quad ; \quad \Rightarrow \rho = \frac{|\vec{\chi}'|^3}{|\vec{\chi}' \wedge \vec{\chi}''|}$$

معاير واحدة ثنائي الناظم: هو الشعاع الثالث $\vec{B}$ في ثلاثية فرينيه $(\vec{T}, \vec{N}, \vec{B})$

المستوي الملاصق: هو مستوي يضم الشعاعين $\vec{T}$ و $\vec{N}$



مكتبة A to Z - كلية العلوم (جامعة طرطوس) - TEL:0931497960

$(\vec{y}-\vec{x_0})\vec{B}=0$ معادلة $\vec{B}=\vec{T}\wedge\vec{N}$ وبالتالي

المستقيم الناظم الأساسي: موجّه بـ $\vec{N}$ معادلته:

$\vec{y}=\vec{x_0}+l\vec{N}$

أو $y=\vec{x_0}+l\vec{x''}$

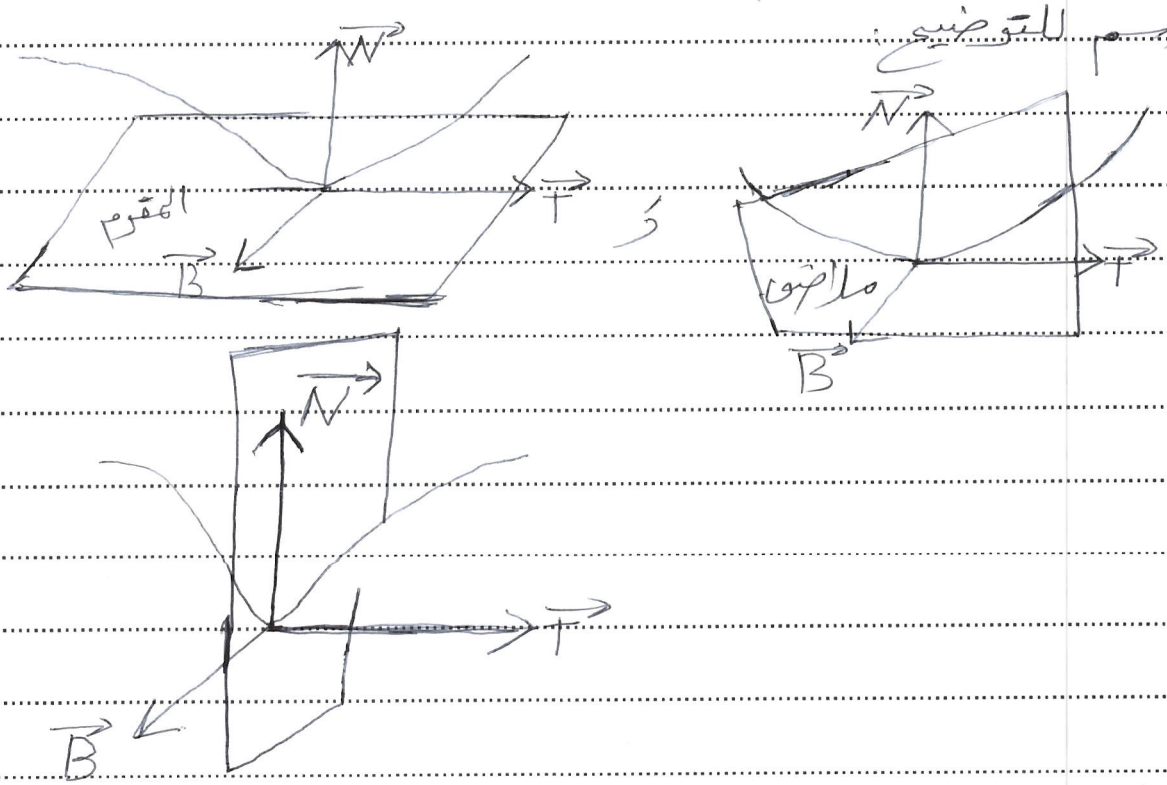
أو $y=\vec{x_0}+l\vec{K}$

المستوي المحتوم: هو المستوي الذي يضم $\vec{T}$ و $\vec{B}$ وناظمه $\vec{N}$

معادلته $(\vec{y}-\vec{x_0})\vec{N}=0$

المستقيم الثنائي الناظم: $y=\vec{x_0}+l\vec{B}$

رسم للتوضيح:



مثال: $\vec{\gamma}=T^3\vec{P_1}+3T^2\vec{P_2}+(6T-1)\vec{P_3}$

① أوجد الثنائية في بنيه.

② أوجد من أجل $T=1$ المستقيمات والمستويات الثلاثة

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

الحل:

$$\vec{\gamma}'(t) = 3t^2\vec{P_1} + 6t\vec{P_2} + 6\vec{P_3}$$

$$|\vec{\gamma}'(t)| = \sqrt{9t^4 + 36t^2 + 36} = \sqrt{(3t^2+6)^2} = 3t^2 + 6$$

$$\vec{T} = \frac{\vec{\gamma}'}{|\vec{\gamma}'|} = (3t^2\vec{P_1} + 6t\vec{P_2} + 6\vec{P_3}) \times \frac{1}{3t^2+6}$$

$$= \frac{1}{3(t^2+2)}(3t^2\vec{P_1} + 2t\vec{P_2} + 2\vec{P_3})$$

$$= \frac{1}{t^2+2}(t^2\vec{P_1} + 2t\vec{P_2} + 2\vec{P_3})$$

$$\vec{K} = \frac{d\vec{T}}{ds} = \frac{dT}{dt}\cdot\frac{dT}{ds} = \frac{dt}{dt}\Big/\frac{ds}{dt} = \frac{T'}{|\vec{\gamma}'|}$$

$$= \frac{1}{3[t^2+2]}\left[\frac{4}{(t^2+2)}\vec{P_1} + \frac{4-2t^2}{(t^2+2)^2}\vec{P_2} - \frac{4t}{(t^2+2)^2}\vec{P_3}\right]$$

$$= \frac{1}{3(t^2+2)^3}\left[4t\vec{P_1} + (4-2t^2)\vec{P_2} - 4t\vec{P_3}\right]$$

$$|\vec{K}| = \frac{\sqrt{16t^2 + (4-2t^2)^2 + 16t^2}}{3(t^2+2)^3} = \frac{2(t^2+2)}{3(t^2+2)^3} = \frac{2}{3(t^2+2)^2}$$

$$\vec{N} = \frac{\vec{K}}{|K|} = \frac{1}{2(t^2+2)}\left[4t\vec{P_1} + (4-2t)\vec{P_2} - 4t\vec{P_3}\right]$$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

T = 1 ، المستوي الناظم

$\vec{r}(1) = (1, 3, 5)$.

$\vec{T}(1) = (\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{2}{3})$.

$$[x-1,\ y-3,\ z-5]\begin{bmatrix}1\\2\\2\end{bmatrix} = x-1+2y-6+2z-10 = 0$$

$$x+2y+2z-17=0$$

المستوي المتجم ناظمه $\vec{N}$

$\vec{N}(1) = (\frac{4}{6}, \frac{2}{6}, -\frac{4}{6})$

$$[x-1,\ y-3,\ z-5]\begin{bmatrix}2\\1\\-2\end{bmatrix} = 2x+y-2z+5=0$$

المستوي المماسي ناظمه B

$\vec{B}(1) = \vec{T}(1) \wedge \vec{N}(1)$

$= (\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{2}{3}) \wedge (\frac{4}{6}, \frac{2}{6}, -\frac{4}{6})$.

$= \frac{1}{9}(1, 2, 2) \wedge (2, 1, -1)$

$= \frac{1}{9}(-6, 6, -3) = (-\frac{2}{3}, \frac{2}{3}, -\frac{1}{3})$.

$$[x-4,\ y-3,\ z-5]\begin{bmatrix}-2\\2\\-1\end{bmatrix}$$

$-2x+2+2y-6-z+5=0$

$-2x+2y-z+1=0$

انتهت المحاضرة

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

مكتبة A to Z