دراسة بعض التكاملات التدريبية:

① حالة التكامل $I_m = \int \cos^m x\,dx$ حيث m عدد طبيعي غير معدوم

$$I_m = \frac{\sin x \cos^{m-1} x}{m} + \left(\frac{m-1}{m}\right) I_{m-2}$$

حيث

$$I_1 = \int \cos x\,dx = \sin x + c$$

مثال:

$$I = \int \cos^5 x\,dx$$

الحالة: $m = 5$

$$I = \frac{\sin x \cos^4 x}{5} + \frac{4}{5} I_3$$

$$I_3 = \int \cos^3 x\,dx = \frac{\sin x \cos^2 x}{3} + \frac{2}{3} I_1$$

$$I_1 = \int \cos x\,dx = \sin x + c$$

$$I_3 = \frac{\sin x \cos^2 x}{3} + \frac{2}{3}\sin x + \frac{2}{3} c_1$$

$$I = \frac{\sin x \cos^4 x}{5} + \frac{4}{15}\sin x \cos^2 x + \frac{8}{15}\sin x + \frac{8}{15} c_1$$

5- لحالة التكاملات $I_m = \int \sin^m x\,dx$ حيث m عدد صحيح غير سالب

$$\int \sin^m x\,dx = -\frac{\cos \sin^{m-1} x}{m} + \left(\frac{m-1}{m}\right) I_{m-2}$$

حيث

$$I_1 = \int \sin x\,dx = -\cos x + C$$

مثال:

$$I = \int \sin^3 x\,dx = \frac{\cos x \sin^2 x}{3} + \frac{2}{3} I_1$$

$$\Rightarrow I = \int \sin x\,dx = -\cos x + C_1$$

$$I = \frac{-\cos x \sin^2 x}{3} - \frac{2}{3}\cos x + C$$

$$I = \int x^m e^{\alpha x}\,dx \quad \ldots (3)$$

حيث m عدد صحيح نطبق القانون

$$I_m = \int x^m e^{\alpha x}\,dx = \frac{x^m e^{\alpha x}}{\alpha} - \frac{m}{\alpha} I_{m-\alpha}$$

$$I_0 = \int e^{\alpha x}\,dx = \frac{1}{\alpha} e^{\alpha x} + C$$ حيث

مثال:

$$I_3 = \int x^3 e^{2x}\,dx$$

$m = 3 \cdot \alpha = 2$

$$= \frac{x^3 \cdot e^{2x}}{2} - \frac{3}{2} I_2$$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

$$I_2 = \int x^2 e^{2x}\,dx = \frac{x^2 e^{2x}}{2} - I_1$$

$$I_1 = \int x e^{2x}\,dx = \frac{x e^{2x}}{2} - \frac{1}{2} I_0$$

$$I_0 = \int e^{2x}\,dx = \frac{1}{2} e^{2x} + C_1$$

$$\Rightarrow I_1 = \frac{x e^{2x}}{2} - \frac{1}{4} e^{2x} - \frac{1}{2} C_1$$

$$I_2 = \frac{x^2 e^{2x}}{2} - \frac{x e^{2x}}{2} + \frac{1}{4} e^{2x} + \frac{1}{2} C_1$$

$$I_3 = \frac{x^3 e^{2x}}{2} - \frac{3}{4} x^2 e^{2x} - \frac{3}{4} x e^{2x} + \frac{3}{8} e^{2x} + C$$

$$= \left(\frac{x^3}{2} - \frac{3x^2}{4} - \frac{3}{4}x + \frac{3}{8}\right) e^{2x} + C$$

انتهت المحاضرة

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة