كلية العلوم

القسم : **الكيمياء**

السنة : **الاولى**

المادة : رياضيات عامة ٣

المحاضرة: السابعة /نظري/

{{ مكتبة A to Z }}

Facebook Group : مكتبة A to Z



كلية العلوم ، كلية الصيدلة ، الهندسة التقنية

يمكنكم طلب المحاضرات برسالة نصية (SMS) أو عبر (What's app-Telegram) على الرقم 0931497960

تمرين : لتكن $X$ متحول عشوائي منفصل يأخذ القيم :

$x_i = 2^i$

حيث احتمال كل قيمة معرف بالشكل :

$P(X = x_i) = \left(\frac{1}{2}\right)^i : i = 1, 2, 3 \ldots$

نلخص ذلك في جدول قانون الاحتمال :

$P(X = x_1) = \frac{1}{2}$

$P(X = x_2) = \frac{1}{4}$

$P(X = x_3) = \frac{1}{8}$

$P(X = x_n) = \frac{1}{2^n}$

التوقع الرياضي :

$\Rightarrow E(X) = \sum x_i \cdot P(X = x_i)$

$= \sum_{i=1}^{n} 2^i \cdot \frac{1}{2^i} = \sum 1$

سلسلة غير متقاربة

تمرين : يعرض بيع 10000 بطاقة سحب لـ 10 ليرات. فصلت الجوائز :

5000 ل عدد 2

2000 ل عدد 3

1000 ل عدد 5

إذا اشترى شخص بطاقة واحدة. أوجد توقع ربحه

الحل : نرمز $X$ متغير عشوائي يدل على ربح الشخص.

قيم المتحول العشوائي : $X = \{-10, 1000, 2000, 5000\}$

$P(X = -10) = \frac{9995}{10000} = 0,9995$

$P(X = 1000) = \frac{5}{10000} = 0,0005$

$P(X = 2000) = \frac{3}{10000} = 0,0003$

$P(X = 5000) = \frac{2}{10000} = 0,0002$

مأمول التوقع :

$E(X) = (-10)(0,9995) + 1000\left(\frac{5}{10000}\right) + 2000\left(\frac{3}{10000}\right) + 5000\left(\frac{2}{10000}\right)$

$= -9,995 + 0,5 + 0,6 + 1 = -7,895$

تعريف العتبة المنصفة للمتغير $X$ : هي التي تترك النقطة $x$ الآتي تحته :

$P(X < x) = P(X > x)$

ملاحظات : 1- العتبة المنصفة قد تكون موجودة وقد لا تكون. وحالة الموجودة قد تكون وحيدة وقد لا تكون. حيث تكون موجودة دوماً في التوزيعات المستمرة، وتضاف في حالة التوزيعات المتقطعة

$\Leftrightarrow P(X < x) = P(X > x)$

$F(x) = 1 - F(x)$

$\Rightarrow F(x) = \frac{1}{2}$

وهي نقطة تقاطع منحني التابع $F(x)$ مع $y = \frac{1}{2}$.

←

مثال: إذا كان $X$ توزيع منتظم على $[a,b]$ فإن توزيع $X$ يعطى بالعلاقة:

$$f(x)=\begin{cases}0 & : x\le a\\ \frac{x-a}{b-a} & : x\in[a,b]\\ 1 & : x\ge b\end{cases}$$

لإيجاد الوسيط:

$$\frac{x-a}{b-a}=\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow 2x-2a=b-a \Rightarrow 2x=b+a \Rightarrow x=\frac{b+a}{2}$$

وهي تساوي التوقع الرياضي لـ $X$

ملاحظة: في حالة التوزيعات ربما لا تعطينا $F(X<x)=P(X>x)$ فقط معنى ذلك أنها متماثلة. في هذه الحالة نعتبر منتصف المجال هو الوسيط.

مثال: ليكن $X$ متغير عشوائي منفصل يأخذ القيم: $1,2,\dots,6$ بحر لنرد.

فإن قانون الاحتمال:

| $x$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $P(X=x)$ | $\frac{1}{6}$ | $\frac{1}{6}$ | $\frac{1}{6}$ | $\frac{1}{6}$ | $\frac{1}{6}$ | $\frac{1}{6}$ |

نفس الطلاب.

$P(X<x)=P(X>x)$ عندما $x$ تقع بين 3 و 4

فإن الوسيط $x=\frac{3+4}{2}=\frac{7}{2}$

---

توزيع متغير تابع لمتغير آخر:

1) إذا كان: $Y=aX$ حيث $a>0$، فإن $f(x)$ تابع كثافة لـ $X$ فإن تابع الكثافة لـ $Y$ هو

$$g(x)=\frac{1}{a}f\left(\frac{x}{a}\right)$$

2) إذا كان: $Y=aX+b$ حيث $a\neq 0$، فإن: $a,b\in\mathbb{R}$

$$g(x)=\frac{1}{|a|}f\left(\frac{x-b}{a}\right)$$

مثال 1: $X$ متغير عشوائي مستمر تابع كثافته

$$f(x)=\begin{cases}\frac{x}{2} & : 0\le x\le 2\\ 0 & x\notin[0,2]\end{cases}$$

نكون تابع كثافة $Y=2X-1$ هو

$$g(x)=\frac{1}{2}f\left(\frac{x+1}{2}\right)=\frac{1}{2}\cdot\frac{x+1}{4}=\frac{x+1}{8} : x\in[-1,3]$$

حيث $\begin{cases}x\in[0,2]\\ y=2x-1\in(-1,3]\end{cases}$

$$g(x)=0 : x\notin[-1,3]$$

مثال 2: إذا كان $Y=X^2$ فإن:

$$g(x)=\frac{1}{2\sqrt{x}}f(\sqrt{x})+\frac{1}{2\sqrt{x}}f(-\sqrt{x})$$

$$g(x)=\frac{1}{2\sqrt{x}}\cdot\frac{\sqrt{x}}{2}+\frac{1}{2\sqrt{x}}\cdot\frac{-\sqrt{x}}{2}=0 \quad \forall x\in\mathbb{R}$$

مثال 3:

مثال : $x$ متغير عشوائي موصوف بتابع كثافته:

$$f(x)=\begin{cases}\frac{1}{2} & : [-1,1] \\ 0 & \text{خارج المجال}\end{cases}$$

لنوجد $y=x^2$ : $g(x)=\frac{1}{2\sqrt{x}}(\frac{1}{2})+\frac{1}{2\sqrt{x}}(\frac{1}{2})=\frac{1}{2\sqrt{x}}$

من أجل $0<x\leq 1$ :

أما من أجل $x>1$ حيث $\sqrt{x}>1$ ، $-\sqrt{x}<-1$ ، وبالتالي $f(\sqrt{x})=0$ ، $f(-\sqrt{x})=0$

$$\Rightarrow g(x)=0$$

وعندما $x\leq 0$ حيث $g(x)=0$

$$g(x)=\begin{cases}\frac{1}{2\sqrt{x}} & : 0<x<1 \\ 0 & : x<0 \\ 0 & : x>1\end{cases}$$