كلية العلوم

القسم : **الكيمياء**

السنة : **الاولى**

المادة : رياضيات عامة٤

المحاضرة : السابعة/نظري/

{{ مكتبة A to Z }}

Facebook Group : مكتبة A to Z

كلية العلوم ، كلية الصيدلة ، الهندسة التقنية

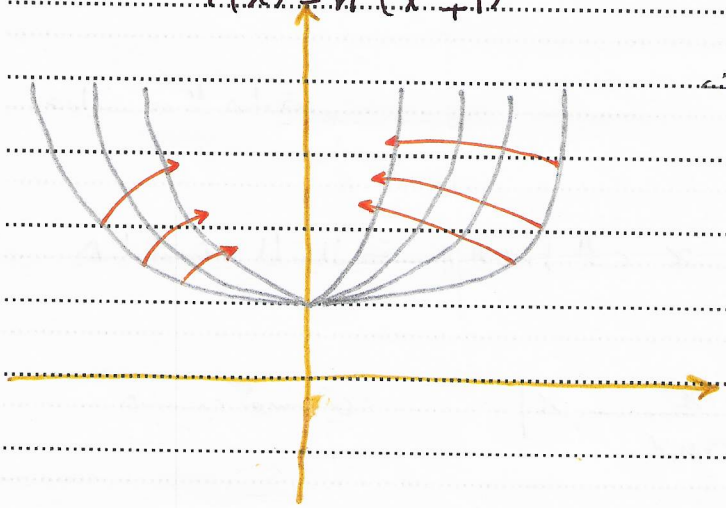
2025

3

يمكنكم طلب المحاضرات برسالة نصية (SMS) أو عبر(What's app-Telegram)على الرقم 0931497960

متتالية الدوال:

$f_n(x) = n(x^2+1)$



نعرف $(f_n(x))_{n \geq n_0}$ أنها متتالية عن

المعل الحقيقية

التقارب النقطي:

نقول المتتالية عن نقطة ما

حيث نعرف بالعلاقة

$$\lim_{x \to +\infty} f_n(x) = f(x)$$

أي $\forall \varepsilon > 0 \; \exists N(\varepsilon, x)$ في $\forall n > N$ في $|f_n(x) - f(x)| < \varepsilon$

أما التقارب المنتظم: نقول

$$\lim_{x \to +\infty} f_n(x) = f(x)$$

تقارب منتظم إذا تحقق

$\forall \varepsilon > 0 \; \exists N(\varepsilon)$ في $\forall n > N$ في $|f_n(x) - f(x)| < \varepsilon$

أمثلة: $[0, +\infty[$ في $F_n(x) = xe^{-nx}$

دراسة النهاية

$$\lim_{n \to +\infty} f_n(x) = 0$$

لاحظ نفس الخاصة وهي التابع الصفري وهنا كان

$x \in [0, +\infty[$

$f_n(x) = \frac{n x^2}{1+nx}$ $\quad x \in [1,2]$

دراسة الخاصة $\lim_{n \to +\infty} f_n(x) = x$

هنا تتقلص المتتالية $f_n(x)$ إلى $f(x) = x$

حسب كوشي: $f_n(x) = |f_n(x) - f(x)| = \left| \frac{n x^2}{1+nx} - x \right|$

$= \left| \frac{nx^2 - x - nx^2}{1+nx} \right| = \frac{x}{1+nx} < \frac{2}{1+n} < \varepsilon$

بوضع $\varepsilon = \frac{2}{1+N}$

$N = \left[\frac{2}{\varepsilon} - 1 \right]$

حيث $\varepsilon > |f_n(x) - f(x)| : N(\varepsilon) \in \mathbb{N} / N \quad \exists \quad \varepsilon > 0 \quad \forall$

اختبار فائدة سترلنغ:

إذا كان $\lim_{n \to +\infty} \sup_{x \in I} |f_n(x) - f(x)| = 0$

فإن المتتالية $f_n(x)$ تتقارب بانتظام حيث $f(x)$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

مثال: $F_n(x) = \frac{ne^{-x}}{2n+x}$ $x \in [0,1]$

أوجد نهاية $f_n(x)$ حاذع التقاربي

الحل:

$$\lim_{n \to +\infty} F(x) = \frac{e^{-x}}{2}$$

$$|F_n(x) - F(x)| = \left| \frac{ne^{-x}}{2n+x} - \frac{e^{-x}}{2} \right|$$

$$= \left| \frac{2ne^{-x} - 2ne^{-x} - xe^{-x}}{2(2n+x)} \right| = \frac{xe^{-x}}{2(2n+x)}$$

ندرس المتغيرات لنكتشف الصفة الكبرى حالما وهي sup

$$g(0) = 0$$

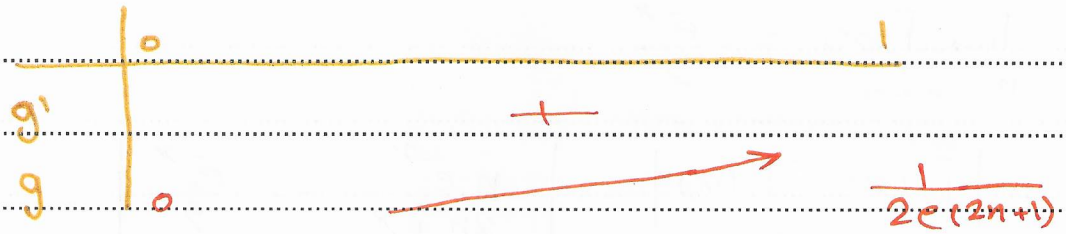
$$g(1) = \frac{e^{-1}}{2(2n+1)} = \frac{1}{2e(2n+1)}$$

$$g'(x) = \frac{(e^{-x} - e^{-x}x)(2)(2n+x) - 2xe^{-x}}{[2(2n+x)]^2}$$

$$= \frac{-4nxe^{-x} - 2x^2e^{-x} + 4ne^{-x}}{[2(2n+x)]^2}$$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

$$= \frac{-2e^{-x}\left[x^2+2nx-2n\right]}{\left[2(2n+x)\right]^2}$$



$$\sup \left|f_n(x)-f(x)\right| = \frac{1}{2e(2n+1)}$$

$$\limsup_{n\to+\infty} \left|f_n(x)-f(x)\right| = 0$$

* المتتالية منتظم

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

مكتبة A to Z