كلية العلوم

القسم : الفيزياء

السنة : الرابعة

المادة : فيزياء الفلك

المحاضرة : الملحقات/نظري/

{{ مكتبة A to Z }}

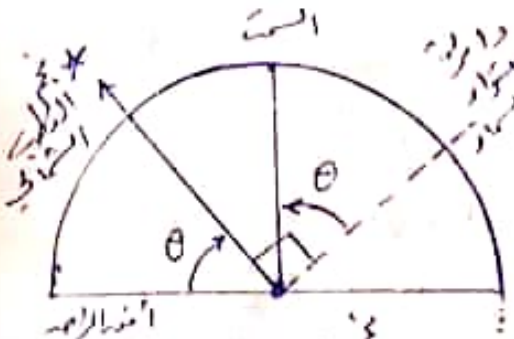
Facebook Group : مكتبة A to Z

يمكنكم طلب المحاضرات برسالة نصية (SMS) أو عبر(What's app-Telegram)على الرقم 0931497960

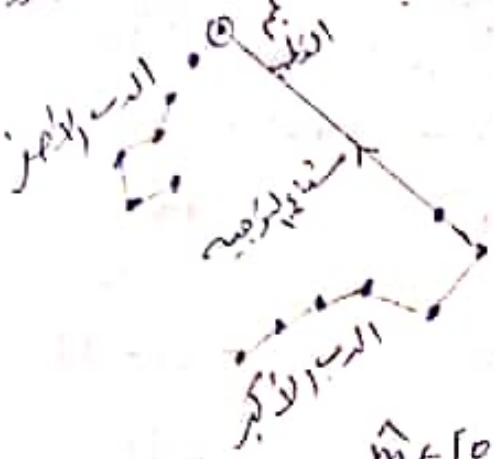
إيجاد قياس زاوية الراصد θ في النصف الشمالي للكرة الأرضية

لإيجاد زاوية قياس الراصد θ (دارة عرض نقطة ما على سطح النصف الشمالي للكرة الأرضية) بدلالة زاوية ارتفاع الشمس φ عن أفق الراصد وزاوية ميلها m على دائرة استواء السماء (الليل أم نهارًا) نتبع ما يلي:

ليلًا: نكتفي بقياس زاوية ارتفاع نجم القطب الشمالي عن أفق الراصد θ التي هي زاوية قياس الراصد الأرضية كما بالشكل



يحدد نجم القطب بالكوكبة ليلًا وذلك بالنظر شمالًا وتحديد مجموعة (كوكبة) الدب الأكبر والأصغر، وكلاهما يكون على شكل حرف سين مقلوب (ب) كما بالشكل



نأخذ شعاع الموجهة المنطبقة على امتداد آخر نجمين في مجموعة الدب الأكبر فيشير إلى نجم القطب الواقع في مجموعة الدب الأصغر

نهارًا: نميز حالتين

1- الشمس بين الاعتدالين وفصل الصيف $\hat{m}_1 \in [0 \to +23,5]^\circ$

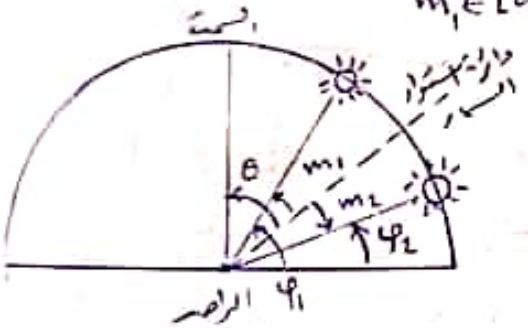
نلاحظ من الشكل العلاقة المطلوبة

$$\theta = 90 - (\varphi_1 - m_1)$$

2- الشمس بين الاعتدالين وفصل الشتاء $\hat{m}_2 \in [0 \to -23,5]^\circ$

نلاحظ من الشكل العلاقة المطلوبة

$$\theta = 90 - (\varphi_2 + m_2)$$



نتيجة: نعتبر زاوية ميل الشمس عن دارة استواء السماء ($m > 0$ موجبة) عند وقوعها بين الاعتدالين والصيف (مؤشر دارة استواء السماء)

ونعتبر ($m < 0$ سالبة) عند وقوعها الشمس بين الاعتدالين والشتاء (مؤشر دارة الاستواء)

ونستخدم القانون العام التالي

$$\theta = 90 - (\varphi - m)$$

- **معلومات جغرافية:** تقع الجمهورية العربية السورية في النصف الشمالي للكرة الأرضية يحدها البحر الأبيض المتوسط غربًا بين خطي العرض $(32 \to 37,5)^\circ$ شمال خط الاستواء وبين خطي الطول $(35,5 \to 42)^\circ$ شرق غرينتش البريطانية.

تمرين: مستوصف في ولاية طولوس على خط عرض $\hat{\theta} = 33,5°$ شمال خط الاستواء. والمطلوب احسب زاوية ارتفاع الشمس $\hat{\varphi}$ التي يقيسها هذا الجراح في اللحظات التالية

1- لحظة الاعتدالين (الربيع أو الخريف) [الربيع 21-20 آذار - الخريف 23-22 أيلول]
2- لحظة الانقلاب الصيفي [22-21 حزيران]
3- لحظة الانقلاب الشتوي [22-21 كانون أول]

الحل: 1- في لحظة الاعتدالين تسقط أشعة الشمس عموديا على خط الاستواء أي أن زاوية ميل الشمس $\hat{m} = 0$. وبتطبيق العلاقة

$$\hat{\varepsilon} = 90 - (\hat{\varphi} - \hat{m}) \Rightarrow \hat{\varphi} = 90 - \hat{\theta} + \hat{m} = 90 - 33,5 = 56,5°$$

2- في لحظة الانقلاب الصيفي تسقط أشعة الشمس عموديا على مدار السرطان أي أن زاوية ميل الشمس $\hat{m} = +23,5°$ وبتطبيق العلاقة نجد

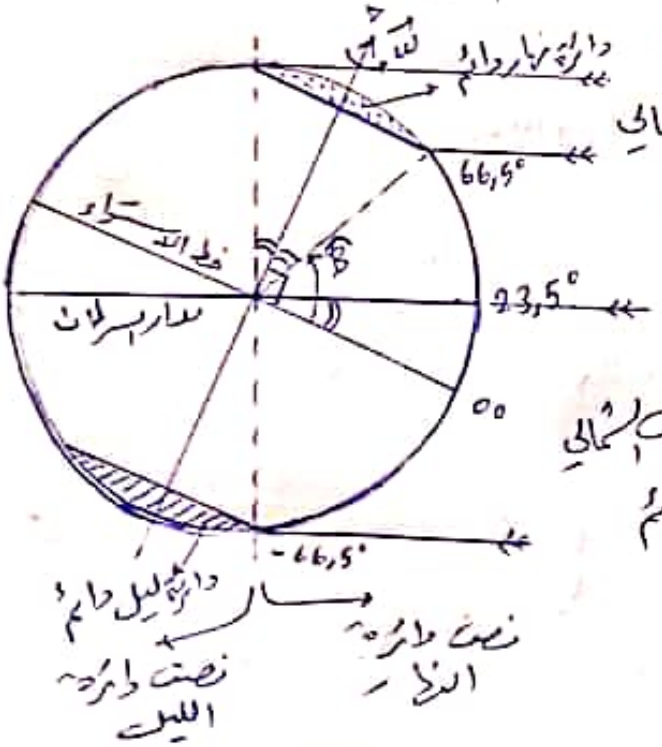
$$\hat{\varepsilon} = 90 - (\hat{\varphi} - \hat{m}) \Rightarrow \hat{\varphi} = 90 - \hat{\theta} + \hat{m} = 90 - 33,5 + 23,5 = 80°$$

3- في لحظة الانقلاب الشتوي تسقط أشعة الشمس عموديا على مدار الجدي أي أن زاوية ميل الشمس $\hat{m} = -23,5°$ وبتطبيق العلاقة نجد

$$\hat{\theta} = 90 - (\hat{\varphi} + \hat{m}) \Rightarrow \hat{\varphi} = 90 - \hat{\theta} - \hat{m} = 90 - 33,5 - 23,5 = 33°$$

ملاحظة: يمكن إعادة صياغة المسألة بطريقة أخرى حيث نعطى قياسات ارتفاع الشمس $\hat{\varphi}$ في كل لحظة مفروضة ونحسب $\hat{\varepsilon}$

تمرين: أوجد قياس خط عرض أكبر دائرة نهار دائم في النصف الشمالي للكرة الأرضية وكذلك دائرة الليل الدائم في النصف الجنوبي



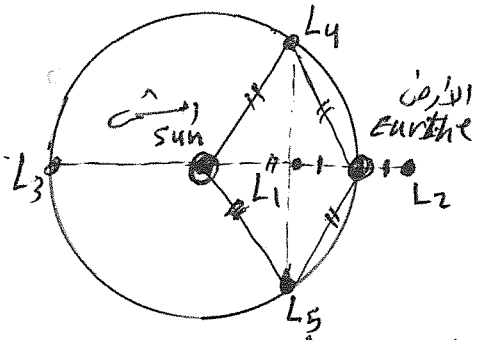
الحل: نحصل على أكبر دائرة نهار دائم في النصف الشمالي عندما تسقط أشعة الشمس عموديا على مدار السرطان

$$\hat{B} = 90° - 23,5 = 66,5°$$

$\hat{B}$ قياس خط عرض أكبر دائرة نهار دائم في النصف الشمالي بالمقابل يكون قياس خط عرض أكبر دائرة ليل دائم في النصف الجنوبي $\hat{B} = -66,5°$

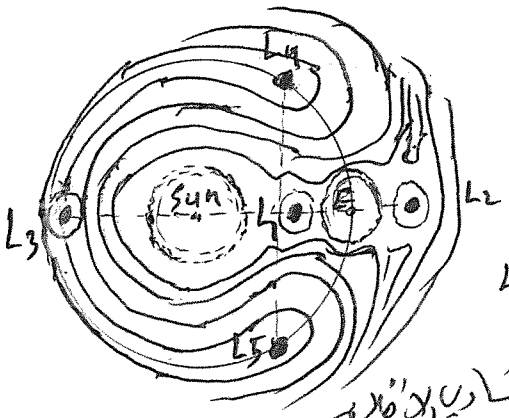
(الأشعة تسقط متوازية على سطح الأرض)

تلسكوب جيمس ويب الفضائي



تمكن أويلر عند حل مسألة الثلاثة أجسام تتحرك في حقل مركزي من تحديد ثلاثة نقاط L_1, L_2, L_3 وللحقا استكمل لاغرانج وأيضا النقطتان L_4, L_5 وسميت نقاط لاغرانج الخمس $(L_1, L_2, L_3, L_4, L_5)$

تشير هذه النقاط إلى الأماكن الأكثر استقرار في مدار الأرض حول الشمس وذلك استنادا لاتحاد قوى الجاذبية التي يشكل جزء في موضع الشمس والأرض كما يلي



بعد L_1 وبعد L_2 عن الأرض متساويان

$$L_1 = L_2 \simeq 1.5 \cdot 10^6 \text{ Km}$$

بعد L_3 عن الشمس $150 \cdot 10^6$ Km وكذلك L_4 و L_5

$$L_3 = L_4 = L_5 = 150 \cdot 10^6 \text{ Km}$$

النقطتان L_4 و L_5 تقعان على رؤوس مثلث متساوي الأضلاع وهما أكثر استقرارا في المدار الأرضي. تم رصد تجمعات لحشود وأجرام مكتشفات متقدمة لغزو الفضاء في هاتين النقطتين لكوكب المشتري (في مدار المشتري). ويمكن استخدامها النقطة L_3 تقع خلف الشمس دوما ويمكن حولها فصل استقرات الفضائيين المختفية عن الأرض (عن امتداد الرصد الشمس) عن المدار (بالقرب منه). النقطة L_1 تقع بين الأرض والشمس وبعدها عن الأرض 1.5 مليون كيلومتر وتم استخدامها حيث وضع فيزيائيا أيضا لرصد العواصف الشمسية لأنها تصل إليه قبل وصولها للأرض.

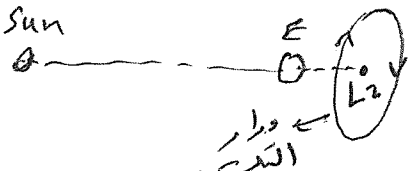
النقطة L_2 تقع على امتداد L_1, L_3 من جهة خارج المدار وبعدها 1.5 مليون كيلومتر عن الأرض وتم وضع تلسكوب جيمس ويب فيزيائيا لرصد الكون بالأشعة تحت الحمراء في العام والحالي 2022/

يعمل التلسكوب على النقاط الأشعة تحت الحمراء الكامنة في النجوم وأعماق الكون عبر 18 مرآة عاكسة تجمع الأشعة وتبني صورة باستخدام الحاسوب يجب أن تكون ظروف عمل التلسكوب مثالية (درجة حرارته تقارب الصفر المطلق الكوني $2,72 K^\circ$) وهي صعبة جدا. لذا تم استعمال الألواح الشمسية لتعرض المعدات للأشعة الشمس.

وبما أن L_2 مستقرة فهي تحوي غبار كوني (مجمع غبار كما هو الحال في L_4 و L_5) الذي الذي يمنع عمل التلسكوب. كما أنها تقع في أصل الحزام

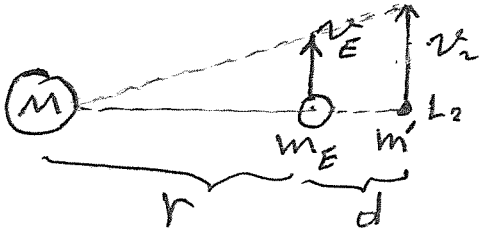
الأقمار الاصطناعية توضع لمراقبة الشمس واستثمار طاقة الشمس.

لذا يتم وضعه في مدار دائري حول L_2 (بحيث يدور مدار الأرض حول الشمس) ليمكننا من استثمار الطاقة الشمسية ويوجه مرآته نحو الكون البعيد.



النقاط L_1, L_2, L_3, L_4, L_5 تتحرك متزامنة مع الأرض حول الشمس، لذا تملك جميع نقط السطح الزاوية نفسها للأرض حول الشمس.

• حساب بعد L_2 عن الأرض وسرعة المدار حول الشمس



نحسب السرعة المدارية للأرض v_{ORb}^{E} حول الشمس من تعيوث

$$\sum F_i = m_E a_N$$

$$G\frac{M_S m_E}{r^2} = m_E \frac{v_E^2}{r} \Rightarrow v_E = \sqrt{\frac{GM_S}{r}} \quad (1)$$

نحسب سرعة التلسكوب m' المدارية حول الشمس v_2

$$\omega_2 = \omega_E \Rightarrow \frac{v_2}{r+d} = \frac{v_E}{r} \Rightarrow v_2 = \frac{r+d}{r} v_E$$

نعوض عن v_E بقيمتها في (1) فنجد السرعة المدارية للتلسكوب

$$v_2 = \frac{r+d}{r}\sqrt{\frac{GM_S}{r}} \quad (2)$$

لحساب بعد L_2 عن الأرض $d=?$ نطبق نيوتن على m' الذي يخضع لجاذبية الأرض والشمس

$$G\frac{m' m_E}{d^2} + G\frac{m' M_S}{(r+d)^2} = m'\frac{v_2^2}{r+d}$$

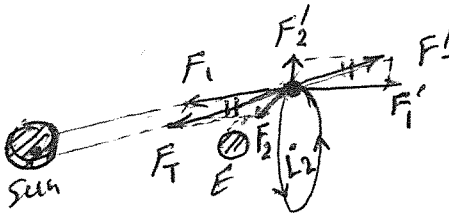
بالتعويض عن v_2 بقيمتها

$$G\frac{m_E}{d^2} + G\frac{M_S}{(r+d)^2} = GM_S\frac{r+d}{r^3} \Rightarrow \frac{m_E}{d^2} + \frac{M_S}{(r+d)^2} - M_S\frac{r+d}{r^3} = 0$$

نعوض عن $m_E = 6.10^{24}\,kg$ و $M_S = 2.10^{30}\,kg$ و $r = 150.10^6\,Km$

فنحصل على $d = 1,5.10^6\,Km$

• توازن التلسكوب في مداره حول L_2



تدور الأرض والشمس حول مركز دوران المشترك الواقع داخل الشمس

تتجه محصلة قوى التجاذب بين التلسكوب وكل من الأرض والشمس نحو مركز الكتلة المشترك الواقع داخل الشمس

$$\vec{F_T} = \vec{F_1} + \vec{F_2}$$

وتتجه محصلة قوى الطرد المركزية نحو الخارج $\vec{F_T'} = \vec{F_1'} + \vec{F_2'}$ $\left(\vec{F_T} = -\vec{F_T'}\right)$

أي أن محصلة القوى المؤثرة على التلسكوب معدومة وبالتالي فإنه يدور حول L_2 دون الحاجة لأي طاقة.

علم الكونيات
Cosmology

وحدات بلانك : هي المقادير الفيزيائية التي نقيسها خلال حقبة بلانك (epoch Plank) حيث تصبح التوابث الفيزيائية الخمسة التالية مساوية للواحد

$$1 = \left(\underset{\text{سرعة الضوء}}{C} \quad \underset{\text{ثابتة بلانك}}{\hbar = \frac{h}{2\pi}} \quad \underset{\text{ثابتة الجاذبية الكونية}}{G} \quad \underset{\text{ثابتة كولون}}{K_e} \quad \underset{\text{ثابتة بولتزمان}}{K_B} \right)$$

$$3.10^8 \ m/s \qquad 1,05.10^{-34} \ J.S \qquad 6,67.10^{-11} \ \frac{N.m^2}{Kg^2} \qquad 9.10^9 \ \frac{Nm^2}{Cal^2} \qquad 1,38.10^{-23} \ J/K^\circ$$

وباستخدام معادلة الأبعاد

$$[C] = LT^{-1} \quad \left\{ [\hbar] = [J.S] = ML^2T^{-1} \right\} \quad [G] = \left[\frac{Nm^2}{Kg^2}\right] = M^{-1}L^3T^{-2}$$

$$[K_e] = \left[\frac{Nm^2}{Cal^2}\right] = \frac{ML^3T^{-2}}{Cal^2} \quad \left\{ [K_B] = \left[\frac{E}{T(K^\circ)}\right] = \frac{ML^2T^{-2}}{K^\circ} \right.$$

• إيجاد طول بلانك (باستخدام معادلة البعد).

$$l_p = a\left(G^\alpha \hbar^\beta C^\gamma K_e^{\ \delta} K_B^{\ \lambda}\right) \quad (*)$$

$$L = a\left(M^{-1}L^3T^{-2}\right)^\alpha \left(ML^2T^{-1}\right)^\beta \left(LT^{-1}\right)^\gamma \left(ML^3T^{-2}Cal^{-2}\right)^\delta \left(ML^2T^{-2}K^{-1}\right)^\lambda$$

$$M^0L^1T^0Cal^0K^0 = a\left(M^{-\alpha+\beta+\delta+\lambda} L^{3\alpha+2\beta+\gamma+3\delta+2\lambda} T^{-2\alpha-\beta-\gamma-2\delta-2\lambda} Cal^{-2\delta} K^{-\lambda}\right)$$

بالمقارنة نستنتج أن $\delta = 0$ ، $\lambda = 0$ ، $\alpha = \beta$

$$-2\alpha - \beta - \gamma = 0 \Rightarrow \gamma = -3\alpha$$

$$3\alpha + 2\beta + \gamma = 1 \Rightarrow 3\alpha + 2\alpha - 3\alpha = 1 \Rightarrow \alpha = \frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} \beta = \frac{1}{2} \\ \gamma = -\frac{3}{2} \end{cases}$$

بالتعويض في (*) نجد طول بلانك (بفرض $a = 1$).

$$L_p = G^{\frac{1}{2}} \hbar^{\frac{1}{2}} C^{-\frac{3}{2}} K_e^{\ 0} K_B^{\ 0}$$

$$\boxed{L_p = \sqrt{\frac{G\hbar}{C^3}} = 1,6.10^{-35} \ m}$$

وهذا يعني أن أصغر طول يمكن الحصول عليه (قياسه) عمليا (فيزيائيا) هو L_p طول بلانك.

• وبنفس الطريقة يمكن إيجاد زمن بلانك وهو أصغر زمن يمكن قياسه

$$t_p = \frac{l_p}{C} = \sqrt{\frac{G\hbar}{C^5}} = 5,4.10^{-44} \ sec$$

• كتلة بلانك (باستخدام معادلة الأبعاد)

$$m_p = \sqrt{\frac{\hbar c}{G}} = 2,2 \cdot 10^{-8}\ Kg$$

• طاقة بلانك

$$E_p = m_p c^2 = \sqrt{\frac{\hbar c^5}{G}} = 1,9 \cdot 10^{9}\ J = 1,2 \cdot 10^{9}\ GeV$$

• شحنة بلانك الكهربائية

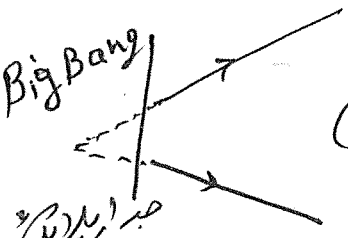
$$q_{ep} = \sqrt{\hbar c K_e} = 1,8 \cdot 10^{-18}\ Col$$

• درجة حرارة بلانك

$$T_p = \sqrt{\frac{\hbar c^5}{G K_B^2}} = 1,4 \cdot 10^{32}\ K^\circ$$

هذا وتمثل الحدود الأصلية لكافة المقادير الفيزيائية لكون مثل سائر بلانك وتردد بلانك ... إلخ.

حقبة بلانك وضباب بلانك



في الفترة المحصورة بين لحظة الانفجار العظيم ($t=0$) وزمن بلانك t_p الحالي كما سبق وعرفنا

• ثابت البنية الناعمة (الدقيقة) Fine Structhere constante

أحصى العلماء وجود 26 بارامتر يحدون طبيعة الكون.

يعبر ثابت البنية الناعمة α عن قوة التفاعل بين الجسيمات المشحونة والقوى الكهرطيسية ويقاس بالملاقم

$$\alpha = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e^2}{\hbar c} \simeq \frac{1}{137,035999\overset{13}{\underset{206}{}}} \simeq \frac{1}{137}$$

(ثابت كولون K_e) (مصحح البعد) بأرقام أدق

$$[\alpha] = \left[K_e \frac{e^2}{\hbar c}\right] = \frac{N.m^2}{Col^2}\frac{Col^2}{J.s.\frac{m}{s}} = \frac{N.m}{J} = \frac{J}{J} = 1$$

يدخل هذا الثابت في معظم (كل) العلاقات المحددة لطبيعة الكون وبالتالي فإن أي تغير بقيمته سيكون البنية كون جديد غير الذي نعرفه (انظام الكون الحالي)

مثلاً: تقدر سرعة الإلكترون حول النواة $v_e \simeq \frac{1}{137}c = \alpha c$

$$a_0 = \frac{\hbar}{m_e c \alpha}$$

- قدر سرعة نصف قطر الذرة بدلالة α بالشكل
- عمر الكون 13,7 مليار عام
- حجم الكون على 137.2^{56} ذرة H

فيزياء الجسيمات (الطاقات العالية)
High Energy

الكشف البروتون عام 1919
الكشف النيوترون عام 1932 شادويك
الكشف يوكاوا عام 1930 الميزونات $\pi^{\pm}, \pi^{0}$ المكونة من الأشعة الكونية
(المصدر مخابر ثمانية آلف)
الكشف الترسيوباروني (Ω^{-}) عام 1930 (التغير المدار بيتا β إشعاع)
وتعاقب الاكتشافات بين (1947 ← 1960) ليصبح عدد الجسيمات المكتشفة أكثر من 200 جسيم مختلف أولي ومركب

صنفت الجسيمات في مجموعات على النحو التالي

المادة المرئية

البوزونات $S = 0, 1, 2, \dots$
حاملات القوى الأساسية لا تخضع لمبدأ الاستبعاد

1- الفوتون γ / الكهرطيسية /
يشكل الروابط الأيونية والتساهمية في التفاعلات الكيميائية

2- الميزونات Z^0 $W^{\pm}$ النووية الضعيفة /
مسؤولة عن تحلل جسيمات α و β

3- الغلوونات (الملاصقة) النووية القوية /
مركبة مكونات النواة (بروتونات ونترونات)
وداخل (بين) الكواركات /.

4- الغرافيتون / الجاذبية /

الفرميونات $S = \frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{5}{2}, \dots$
تخضع لمبدأ الاستبعاد

الباريونات
الكواركات وضداداتها $S = \frac{1}{2}$

$B_n = -\frac{1}{3}$ عدد الباريون	$B_n = +\frac{2}{3}$ عدد الباريون	
d سفلي $\frac{1}{3}$	u علوي $\frac{2}{3}$	خفيف
s غريب $\frac{1}{3}$	c ساحر $\frac{2}{3}$	
b قاعي $\frac{1}{3}$	t قمي $\frac{2}{3}$	ثقيل

يحمل شحنة كهربائية وشحنة لونية

اللبتونات وضداداتها $S = \frac{1}{2}$

$L_n = 0$ عدد اللبتون	$L_n = -1$ عدد اللبتون	
ν_e	e^-	خفيف
ν_μ	μ^-	
ν_τ	τ^-	ثقيل

عديم الشحنة اللونية — محمل شحنة لونية

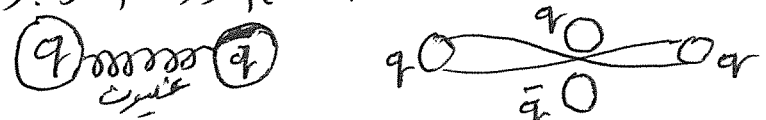
- العلوون عديم الشحنة اللونية والكهربائية

ميزونات $(q\bar{q})$ كوارك + كوارك ضاد
$\pi, \rho, \omega, \dots$
$\pi^0 \to u^{\frac{2}{3}} \bar{u}^{-\frac{2}{3}} = 0$
$\pi^+ \to u^{\frac{2}{3}} \bar{d}^{\frac{1}{3}} = 1$

باريونات مركبة (هادرونات) ثلاث كواركات لا يوجد بينها ضاد
تدعى الهادرونات (المركبة)
تلتزم التعاريف مع مبدأ الاستبعاد / اختراع عدد الشحنة اللونية وضداداتها
(الأحمر R والأخضر G والأزرق B)
(أبيض) تعادل $\to$ (R G B)، (R̄ Ḡ B̄)
(أبيض) تعادل $\to$ RR̄, GḠ, BB̄
مثال $\Delta^{++} = u^{\frac{2}{3}} u^{\frac{2}{3}} u^{\frac{2}{3}} = +2$
R, G, B ملونة

البروتون $+1$ = $u^{\frac{2}{3}} u^{\frac{2}{3}} d^{-\frac{1}{3}}$
النترون 0 = $d^{-\frac{1}{3}} d^{-\frac{1}{3}} u^{\frac{2}{3}}$

• لا يمكن الحصول على كوارك منفرد بسبب ارتباطه مع الكوارك الأخرى بالقوة الشديدة (القلوانية)



• تدرس نظرية الكوارك / ديناميكا الكوارك اللونية QCD (quarq color Dinami)

النموذج المعياري: يدرس الجزيئات فقط

الجزيئات فقط	ضعيفة week	كهربية γ	شديدة Strong
الكوارك q	+	+	+
اللبتونات المشحونة e μ τ	+	+	#
اللبتونات المتعادلة ν_e ν_μ ν_τ	+	#	#

جدول يوضح ارتباط الكوارك واللبتونات بأنواعها القوى المختلفة

↓ حيث فيرمي تغيير النكهة
Flaver chengeing

مثال: $\begin{cases} U \to d \\ s \to c \\ t \to b \end{cases}$

يحوي النموذج القياسي (المعياري) على جسيمات دون الذرية التي تعتقد أنها لا تنفك بحيث أنها وحدات الكوارك Quarks واللبتونات Leptons

بوزونات ($s=0,1$) — فرميونات ($s=\frac{1}{2}$)

كوارك	Mass 2,3 Mev charge $\frac{2}{3}$ U spin $\frac{1}{2}$ UP / علوي	$\frac{2}{3}$ C charm / سحر	$\frac{2}{3}$ t Top / قمة	بوزون شديد 0 g s=1 / غلوون	جسيم الكتلة 0 H Higgs
	$-\frac{1}{3}$ d dwon / سفلي	$-\frac{1}{3}$ S strong / غريب	$-\frac{1}{3}$ b baton / قاع	فوتون 0 γ s=1	
لبتونات الشحنة -1	-1 e الكترون	-1 μ ميون	-1 τ تاو	بوزون ضعيف 0 Z zino	
متعادل الشحنة = 0	0 ν_e نترينو الكترون	0 ν_μ نترينو ميون	0 ν_τ نترينو تاو	بوزون ضعيف ±1 W wino	

العمود الأول: العائلة / الجيل / الأصل (مكونات المادة العادية) ν_e تصدر عن الشمس وتمر عبر الأرض ولا تتفاعل مع المادة

العمود الثاني: الجيل الثاني حيث تعيش الأسرة الكونية

العمود الثالث: الجيل الثالث اكتشافا مسؤول عن الأوزون / سوبر / سيرن

ملاحظة: الغرافيتون (حامل قوة الجاذبية) غير موجود في النموذج القياسي

أمواج الجاذبية (الجرافيتون)

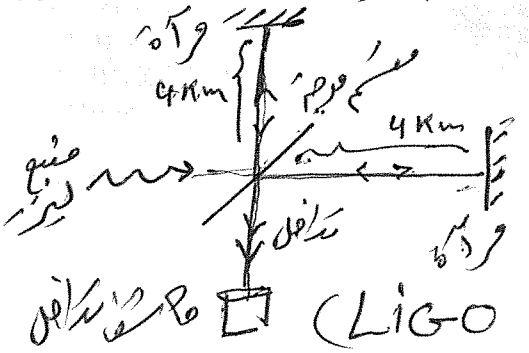
تنبأت النسبية العامة لأينشتين بانتشار أمواج الجاذبية في فضاء الزمكان على شكل موجات مختلفة الطول والتواتر تبعاً للتفاعلات الأجرام الكونية مع بعضها البعض، مثل حالات الاندماج بين الثقوب أو النجوم النترونية أو الثقوب السوداء، التي تنتج طاقات هائلة. وتبقى مسألة اكتشاف هذه الأمواج والتحقق من وجودها بمثابة برهان ودليل قاطع على مصداقية النسبية العامة.

وجه العالمان هولز وتايلور لدى رصدهما النجوم النترونية النابضة المزدوجة أو الثنائية أن الضئيلة (النابضة) منها تدور بسرعات عالية جداً حول نفسها وبمرور الزمن يتباطأ الدوران إلى حدود 100Hz (عائد دورة واحدة في الثانية) حيث تتحول طاقة الحركة إلى أمواج جاذبية (ثقالة) وذلك خلال عام واحد على الأقل.

كما لاحظا أن فعل الدوران المداري يتناقص بمعدل $2,7 \cdot 10^{-9}$ Sec في العام الواحد بشكل ينسجم مع معطيات النسبية العامة، وهذا يعني أن النجوم النترونية الثنائية ستندمج معاً بعد مرور 300 مليون عام، وعليه تم منحهما جائزة نوبل لعام 1993.

هذا وقد كان العالم ويبر قد أدى عام 1968 اكتشافه لأمواج الجاذبية باستخدام أسطوانة من الألمنيوم كمستقبل لأمواج الجاذبية.

- تعتبر مراصد أمواج الجاذبية عملاقة فكما للتلسكوبات التي في خلال سبري أعماق الكون، فإن مراصد (كواشف) أمواج الجاذبية تسمعنا صوت الكون البعيد القديم وبذلك يكمل المشهد.
- يقع أحد أهم مراصد أمواج الجاذبية في الولايات المتحدة الأمريكية الذي يعتمد مبدأ مايكلسون في تقسيم حزمة موجة ليزر Nd:YAG الذي طول موجته 1064 nm الموضح بالشكل والذي طول ذراعه يصل إلى 4 Km، ويدعى اختصاراً LISA (Laser Interferometer space Antenna) وتعني "مقياس تداخل ليزري فضائي"



(LIGO مقياس)

وهو أحد نوعي آخر وأكثر الحديثة يدعى LIGO وهو اختصار للاسم الإنكليزي
(Light Interferometer Gravitational wave observatory)
وتعني " مقياس تداخل الضوء لرصد أمواج الجاذبية "
• يتكون مرصد LIGO من كاشف التداخل نحو متحرك الليزر المنعكسين
عن المقسم ، وعند عبور موجة الجاذبية للجهاز

$$y_g = A \cdot \sin(\omega t + \varphi)$$

فإن ذلك يتسبب مرة ضاغطة على المرايا العاكسة المتعامدة والمتباينة
ناجمة عن ضغط السعة A الوضع الطور φ (أو كليهما) .
الأمر الذي يباعد بين المرايا والمقسم ويحرج حزمة الليزر عند اتصاله
بكاشف بناء (بمكان رصده) ، ومن ثم يمكن التعرف على مواصفات موجة
الجاذبية (سعة وطور وتواتر)
للحصول على نتائج إيجابية يجب إجراء التجربة (مركب الطاقة) بدقة عالية
جداً بحيث تمنع عوامل الضجيج المختلفة التي تؤثر على تقاوة GW
(موجة الجاذبية Gravity Wave) . هذا وتوجد دراسات متعمقة في
هذا الشأن يدخل في حل الفوائج الكمومي الذي يعتمد على مبدأ انضغاط
السوية وترابطها ومبدأ هايزنبرغ في الشك

$$\Delta A \cdot \Delta \varphi \geq \hbar$$

(تتغير مثل سعة الموجة A وطورها φ بدقة كاملة) .
ذراعا جهاز LIGO معزولان تماماً عن الوسط الخارجي ومفرغان من الهواء تماماً
وذلك استعداداً للدقة عند الكشف عن GW
هذا ويراعى أيضاً تفادي الضجيج الكمومي الناجم عن أجهزة الكشف
الإلكترونية ذاتها - عموماً تصميم الجهاز معقد جداً .

اشتقاق معادلة آينشتين في النسبية العامة (الجاذبية - تحدب الزمكان)

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} R g_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu} \quad \Longleftrightarrow \quad F = G\frac{m_1 m_2}{r^2}$$

معادلة آينشتين في النسبية العامة، الذي يعتمد على هندسة ريمان في فضاء الزمكان المنحني

معادلة نيوتن الكلاسيكية في الجاذبية، الذي يعتمد على الهندسة الإقليدية

- $R_{\mu\nu}$ - مصفوفة (تنسور) ريتشي Ricci Tensor (tensor / matrice)
- R - معامل ريتشي Ricci scalar
- $g_{\mu\nu}$ - مصفوفة (تنسور) الزمكان المنحني / تنسور المترية metric Tensor
- $T_{\mu\nu}$ - مصفوفة (تنسور) الطاقة وكمية الحركة والاندفاع
- $\frac{8\pi G}{c^4}$ - ثابت / تعتمد بثابت الجاذبية الكوني G وسرعة الضوء C /

• أتمم آينشتين على معادلة بواسون

$$\left.\begin{array}{l} V \text{ تكون المعادلة} \\ \rho \text{ كثافة المادة} \end{array}\right\} \quad \frac{d^2V}{dr^2} = 4\pi G\rho \qquad V = G\frac{m}{r}$$

استبدل الكتلة بتنسور الطاقة $T_{\mu\nu}$ استبدل آينشتين بتنسور ريتشي $R_{\mu\nu}$

$$R_{\mu\nu} \equiv 4\pi G T_{\mu\nu}$$

ثم أخذ المشتقة الجزئية للطرفين

$$0 \neq \frac{\partial R_{\mu\nu}}{\partial r} \equiv 4\pi G \frac{\partial T_{\mu\nu}}{\partial r} = 0$$

ربط مشتقة ريمان بالمترية وفق العلاقة التالية $\frac{\partial R_{\mu\nu}}{\partial r} = \frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial r} R g_{\mu\nu}$

$$\frac{\partial}{\partial r}\left(R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} R g_{\mu\nu}\right) \equiv 4\pi G \frac{\partial T_{\mu\nu}}{\partial r}$$

$= 0$

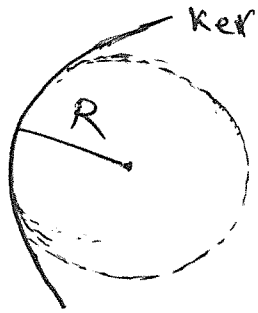
بما أن مشتقة الطرفين تساوي الصفر / حسب قواعد المشتقة المساوية (يمكن تمثيل الثابت)

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} R g_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu}$$

تنسور ريتشي هو المصفوفة المتطابقة لتنسور ريمان

مفهوم الانحناء (المحدب) رياضياً

يعبر عن الانحناء K بمقلوب نصف قطر الدائرة التي تمس المنحني $K=\frac{1}{R}$
يكون الانحناء موجب $K>0$ إذا وقعت الدائرة داخل السطح المنحني
ويكون سالب $K<0$ إذا وقعت خارجه.



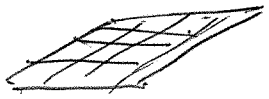
- الانحناء في بعدين:

نأخذ أكبر دائرة مماسة لأكبر جزء من المنحني

$$K=\frac{1}{R}$$

- الانحناء في ثلاثة أبعاد (السطوح)

1- السطح المستوي (بعدين فقط) $K=0$
لأن $R=\infty$ (لدائرة المماس).

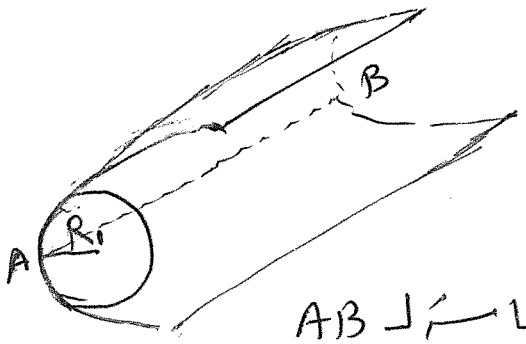


2- السطح المنحني

الانحناء هنا هو تقاطع دائرتين متعامدتين

$$K=\frac{1}{R_1}\frac{1}{R_2}=\frac{1}{R_1}\frac{1}{\infty}=0$$

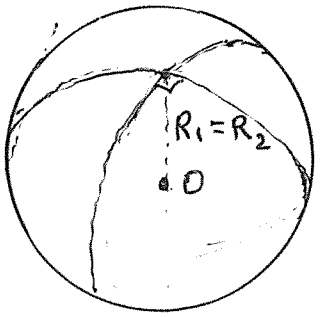
$R_2=\infty$ نصف قطر الدائرة المعاصرة لـ R_1 والمماسة لـ AB



3- السطح المقعر (الكرة)

$$K=\frac{1}{R_1}\frac{1}{R_2}=\frac{1}{R^2}\ ;\ R_1=R_2 \qquad (K>0)$$

(R_1, R_2 نصفي قطري الدائرتين المتعامدتين داخل الكرة)



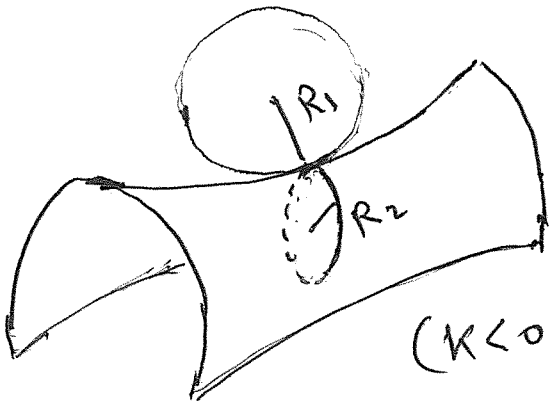
4- السطح المفتوح (القطع الزائد)
Hyper bolic

R_1, R_2 دائرتين متعامدتين $R_1\neq R_2$

R_1 تمس السطح من الخارج فيكون $R_1<0$

R_2 " " " الداخل " $R_2>0$

$$K=\frac{1}{R_1}\frac{1}{R_2}=-\frac{1}{R_1R_2}$$



$(K<0)$

معادلة أينشتين

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} R g_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu}$$

تشير الأدلة μ, ν إلى الرتبة (رتبة) المصفوفة (أو الرتبة الثانية) حيث $\mu = 0$ للزمن و $\mu = 1,2,3$ للأبعاد المكانية

الطرف الأيسر يعبر عن انحناء الزمكان وهو عبارة عن صفر

لكل منهما وحدة قياس $K = \frac{1}{R^2}$ وبالتالي $[K] = \frac{1}{m^2}$

الطرف الأيمن:

- يعبر الرمز T عن كثافة طاقة ρ_m كثافة المادة matter

$$\rho_E = \frac{E}{V} = \frac{Mc^2}{V} = \frac{\rho_m V c^2}{V} = \rho_m c^2$$

$$\Rightarrow [T] = [\rho_m c^2] = \frac{Kg}{m^3} \frac{m^2}{s^2} = \frac{J}{m^3} \quad (\text{كثافة طاقة})$$

- كما يعبر الرمز T أيضاً عن ضغط

$$[T] = [\rho c^2] = \frac{Kg\, m}{s^2} \frac{1}{m^2} \frac{m}{m} = \frac{N}{m^2} \equiv [\text{Presher}]$$ الضغط

- الحد G ثابت الجاذبية الكونية (عن كاون شوتن في الجاذبية)

$$F = G \frac{M_1 M_2}{r^2} \Rightarrow [G] = \frac{N m^2}{Kg^2} = \frac{Kg\, m}{s^2} \frac{m^2}{Kg^2} = \frac{m^3}{Kg\, s^2}$$

- الحد c^4 (سرعة الضوء) $\frac{m^4}{s^4}$

نوحد وحدة قياس الطرف الأيمن

$$\left[\frac{G}{c^4} T\right] = \frac{m^3}{Kg\, s^2} \frac{s^4}{m^4} \frac{Kg}{m^3} \frac{m^2}{s^2} = \frac{1}{m^2}$$

أي أن للطرفين نفس وحدة القياس $\frac{1}{m^2}$ (انحناء سطحي)

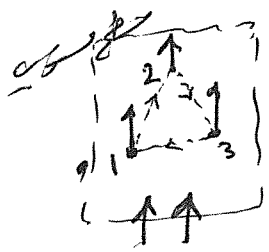
ملاحظة: ١- تركيب كون الأساسية في الطبيعة تبعاً لتوزع بدءاً من الضعيف على التوالي:

(الجاذبية - الكهربية - النووية الضعيفة - النووية القوية)

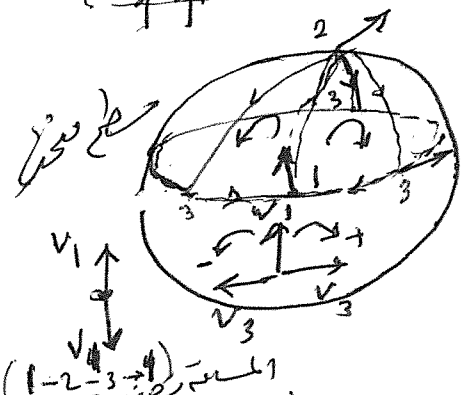
أما كل انفجار فيتكون بالكل (الجاذبية - النووية الشديدة - النووية الضعيفة الكهربية)

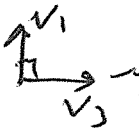
ملاحظة: يتباطأ الزمن (حسب أينشتين) عند انحناء شبكة الزمكان (بالقرب من الكتل أو الكواكب الضخمة). ويزداد تباعد الأجسام بزيادة الانحناء.

• لفهم الهندسة الريمانية ندرس خاصة النقل الموازي Parallel transport للحقل $\vec{V}$ على السطوح المستوية Flat والسطوح المنحنية Kerve (عند انتقال $\vec{V}$ على المسار 1→2→3→1) نقلاً موازياً كما بالشكل

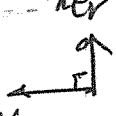


عند النقل على سطح مستوي (+ أو −) مع أو عكس عقارب الساعة
لن يتغير اتجاه $\vec{V}$ ويبقى دائماً للأمام
ونحصل على تحدب $K=0$



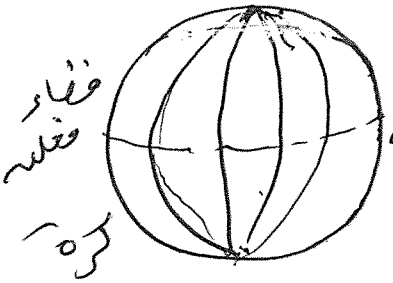
عند نقل $\vec{V}$ نقلاً موازياً نجد


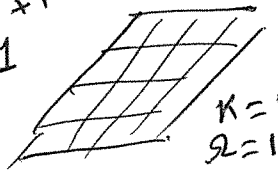
ونحصل على تحدب $K=+1$ Positive Kerveher

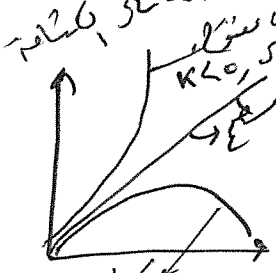
وعند نقل $\vec{V}$ نجد


ونحصل على (تحدب بالاتجاه المعاكس) $K=-1$ negative Kerveher

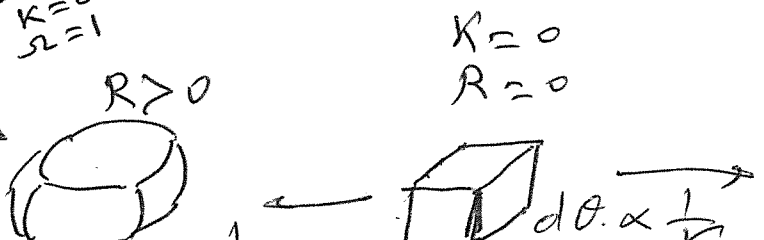
• عندما تتقاطع خطوط البناء تكون السطح كروي $K=+1$ (مغلق)
• تتباعد عن بعضها $K=-1$ (مفتوح)







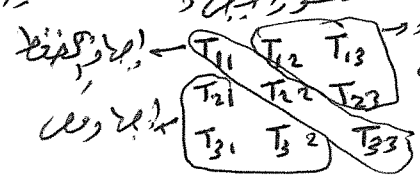
• يحدد عامل ريتشي (السلمي) التكبير أو التصغير



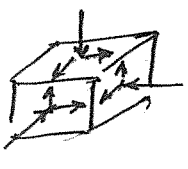
• معادلة آينشتاين المستوية (وزنها 6)

$$\begin{bmatrix} R_{00} & R_{01} & R_{02} & R_{03} \\ R_{10} & R_{11} & R_{12} & R_{13} \\ R_{20} & R_{21} & R_{22} & R_{23} \\ R_{30} & R_{31} & R_{32} & R_{33} \end{bmatrix} - \frac{1}{2}R \begin{bmatrix} g_{00} & g_{01} & g_{02} & g_{03} \\ g_{10} & g_{11} & g_{12} & g_{13} \\ g_{20} & g_{21} & g_{22} & g_{23} \\ g_{30} & g_{31} & g_{32} & g_{33} \end{bmatrix} = \frac{8\pi G}{c^4}$$

كثافة الطاقة
T_{00}
T_{10} T_{11} T_{12} T_{13}
T_{20} T_{21} T_{22} T_{23}
T_{30} T_{31} T_{32} T_{33}
كثافة الحركة
تنسور الإجهاد



الدليل (0) للبعد الزمني
الدليل (1,2,3) للبعد المكاني



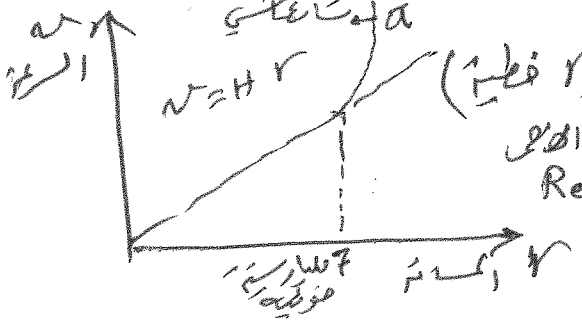
ديناميكا الكون
Univers Dynamica

استنتاج فانون هبل : انطلاقا من مبدأ تجانس وتساوي الكون

لاحظ أدوين هبل أن الكون متمدد ومتوسع، حيث تكون المجرات الأبعد هي الأسرع ابتعادا (العلاقة بين السرعة v والمسافة r خطية) وتسمى هذه العلاقة قانون الانزياح نحو الأحمر

Red shift factor

$$Z = \frac{\lambda_{obs} - \lambda_{sou}}{\lambda_{sou}} = \frac{v}{c}$$



نكتب المسافة r بدلالة $a(t)$ معامل التمدد والمسافة x بالعلاقة

$$r = a(t)\,x$$

$$v = \frac{dr}{dt} = \frac{da}{dt}\cdot x = \dot{a}\cdot x$$

$$\Rightarrow \frac{v}{r} = \frac{\dot{a}x}{ax} = \frac{\dot{a}}{a} = H$$

$$\Rightarrow \boxed{v = H\cdot r}$$

حيث لاحظ أن المجموعة التي بعدها أكثر 7 ملايير سنة ضوئية تتراكم بسرعة تفوق سرعة الضوء a^2 وهي بعد زمني ثابت

H ثابت هبل $H \approx 67{,}8 \ \frac{Km/s}{10^6\ p.c}$

استنتاج معادلة فريدمان لتمدد الكون (معادلة السرعة)

$E = T + U$ حسب مبرهنة الطاقة $\quad U < 0$

$$= \frac{1}{2}mv^2 - G\frac{mM}{r} \qquad ; \ U = -G\frac{mM}{r}$$

$$= \frac{1}{2}m(\dot{a}x)^2 - G\frac{m}{r}\left(\frac{4}{3}\pi r^3\right)\rho \qquad ; \ M = \rho V = \rho\left(\frac{4}{3}\pi r^3\right)$$

$$= \frac{1}{2}m\dot{a}^2x^2 - Gm\rho\frac{4}{3}\pi r^2 \qquad (\text{كتلة الكون}) \quad (\text{كثافة الكون})$$

$$E = \frac{1}{2}m\dot{a}^2x^2 - Gm\rho\frac{4}{3}\pi a^2x^2 \qquad ; \ r = ax$$

نقسم الطرفين على a^2 فتختفي $\dot{a}^2$ الناتج

$$\frac{2E}{m a^2 x^2} = \left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 - G\rho\frac{4}{3}\pi\frac{2}{a^2x^2}$$

$$\boxed{H^2 = \left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho - \frac{K}{a^2}} \qquad ; \ K = -\frac{2E}{mx^2}$$

K ثابت متعلق بشكل الكون

$K = 0$ (كون مسطح Flat) ومجموع زوايا المثلث $= 180°$ ومحيط الكون $= 2\pi r$

$K = 1$ (كون كروي مغلق لامحدود close) ومجموع زوايا المثلث $> 180°$ ومحيط الكون $< 2\pi r$

$K = -1$ (كون مفتوح Hyperbolic) ومجموع زوايا المثلث $< 180°$ ومحيط الكون $> 2\pi r$

إيجاد معادلة الكاروه لوميدان

نوجد تسارع كتلة m بالنسبة لكتلة M (كتلة الكرة) وتسارع الجذب العام لنيوتن

$$F = -G\frac{mM}{r^2} = mA$$

$$A = \frac{F}{m} = -G\frac{M}{r^2}$$

لدينا من الشكل

$$r = ax$$

$$\dot{r} = \dot{a}x$$

التسارع

$$A = \ddot{r} = \ddot{a}x$$

$$-G\frac{M}{r^2} = \ddot{a}x$$

نقسم المعادلة على ax ونعوض عن $r^2 = a^2x^2$

$$-\frac{G}{ax}\frac{M}{a^2x^2} = \frac{\ddot{a}x}{ax}$$

$$M = \rho V = \rho\frac{4}{3}\pi r^3$$

لكتلة الكون

$$M = \rho\frac{4}{3}\pi a^3x^3$$

$$-G\frac{\rho\frac{4}{3}\pi a^3x^3}{a^3x^3} = \frac{\ddot{a}}{a}$$

$$\boxed{\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3}\rho}$$

ملاحظة: إذا وجد وجود للكون ينفي مبدأ التجانس والتماثل

لذا يجب أن يكون له نهاية.

ومن هنا وجب افتراض الحواف (أو وجدت) في النظرية.

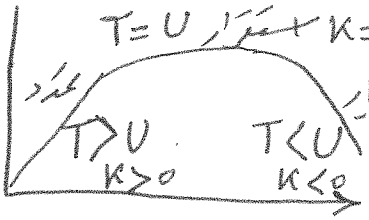
ومن معادلة فريدمان للسرعة

$$-K = \frac{2E}{mx^2} \quad \& \quad E = T + U$$

$$H^2 = \left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho - \frac{K}{a^2}$$

$$= \frac{8\pi G}{3}\rho + \frac{T-U}{a^3}$$

حد الكثافة — حد التجاذب



K يعبر عن الطاقة المرافقة (طاقة الفراغ) Tectical Energy

ملاحظة: يفرض أن الكون مسطح ($K=0$) ثابت كثافته حرجة مرتبطة بالكثافة $\rho(t)$

$$H = \frac{\dot{a}}{a} = \frac{v}{r} = \left(\frac{8\pi G}{3}\rho\right)^{\frac{1}{2}}$$

نعرف الكثافة النسبية Ω بالشكل

$$\text{density } \Omega = \frac{\text{الكثافة الوطنية}}{\text{الكثافة الحرجة}} = \frac{\rho(t)}{\rho_c}$$

ρ_c critical density

معادلة فريدمان للكون بوجود الإشعاع والمادة والطاقة المظلمة

نكتب معادلة فريدمان

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3}(\rho_m + \rho_R) - \frac{K}{a^2} + \Lambda$$

ρ_m كثافة المادة، ρ_R كثافة الإشعاع، Λ ثابت الكون (الطاقة المظلمة dark energy)

ملاحظة: كثافة الإشعاع $\rho \propto \frac{1}{a^4}$ لماذا؟

وكثافة المادة $\rho_m = \frac{M}{V} = \frac{M}{a^3}$

وبما أن M متناسبة مع الطاقة E والطاقة متناسبة مع التردد $E = \frac{hc}{\lambda}$ وهذا يعني أن $E \propto \frac{1}{a}$ وبالتالي نجد

$$\rho_R = \frac{M}{a^3}\frac{1}{a} = \frac{M}{a^4}$$

لذا نعيد صياغة فريدمان بالشكل التالي

$$\boxed{H^2 = \left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{C_m}{a^3} + \frac{C_R}{a^4} + \frac{C_K}{a^2} + \Lambda} \quad (*)$$

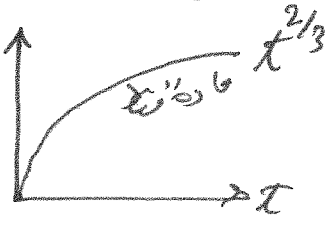
الخطوط العريضة لحل الكون $a(t)$

1- بوجود كثافة مادة فقط / مادة باردة $C_m \neq 0$

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{C_m}{a^3} \Rightarrow \dot{a}^2 = \frac{C_m}{a} \Rightarrow \dot{a} = \frac{C_m}{\sqrt{a}}$$

$$\Rightarrow \frac{da}{dt} = \frac{C_m}{\sqrt{a}} \Rightarrow \text{نفرض } C_m = 1 \Rightarrow$$

$$\int dt = \int \sqrt{a}\, da \Rightarrow t = \frac{2}{3}a^{3/2} \Rightarrow \boxed{a = \left(\frac{3}{2}\right)^{2/3} t^{2/3}}$$

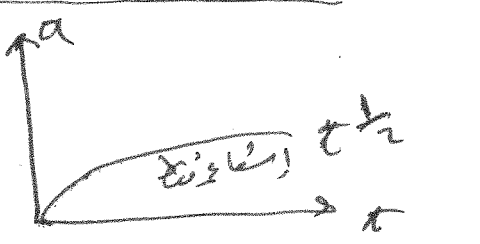


2- بوجود كثافة إشعاع فقط $C_R \neq 0$

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{C_R}{a^4} \Rightarrow \text{نفرض } C_R = 1 \Rightarrow \dot{a} = \frac{1}{a}$$

$$\frac{da}{dt} = \frac{1}{a} \Rightarrow \int dt = \int a\, da \Rightarrow$$

$$t = \frac{a^2}{2} \Rightarrow \boxed{a = \sqrt{2}\, t^{\frac{1}{2}}}$$

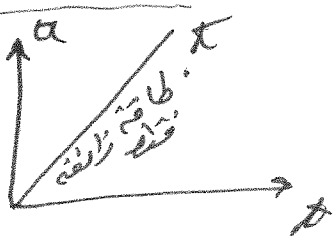


3- بوجود كثافة المادة (الطاقة) الزائفة فقط / طاقة الفراغ / $C_K \neq 0$

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{C_K}{a^2} \Rightarrow \dot{a} = 1 = C_0$$

$$\frac{da}{dt} = C_K \Rightarrow \int da = \int dt \Rightarrow \boxed{a = C_0 t}$$

الكون يتمدد خطياً.

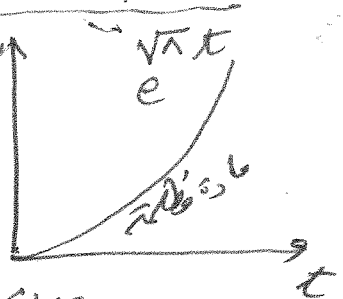


4- بوجود كثافة المادة الظلمة $\Lambda \neq 0$

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \Lambda \Rightarrow \dot{a} = a\sqrt{\Lambda}$$

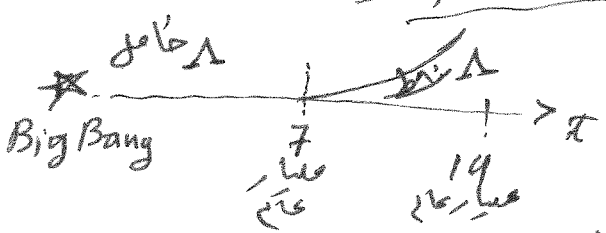
$$\frac{da}{dt} = a\sqrt{\Lambda} \Rightarrow \int \frac{da}{a} = \int \sqrt{\Lambda}\, dt$$

$$\ln a = \sqrt{\Lambda}\, t \Rightarrow \boxed{a = c_0 e^{\sqrt{\Lambda} t}}$$



علاقة تمدد الكون (معادلة أينشتين + دو سايتر de-Sitter)

- مناقشة تأثير المادة المظلمة Λ على تمدد الكون



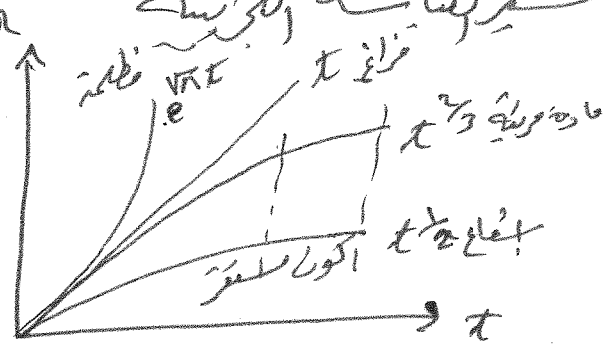
من المعلوم أن عمر الكون حالياً يقدر بـ 14 مليار عام، وأن مادة المادة المظلمة لم تظهر إلا بعد مرور 7 مليار عام حيث كانت قبل ذلك المادة هي المسيطرة.

ملحوظة: المنطقة خلال تلك الحقبة كان الإشعاع والمادة العادية.

والمعلوم أنه بعد حقبة بلانك كانت كثافة الإشعاع أكبر من كثافة المادة إلى أن قدر زمن 380×10^3 سنة بعد BigBang حيث أصبحت كثافة المادة أكبر من الإشعاع كما سنرى لاحقاً.

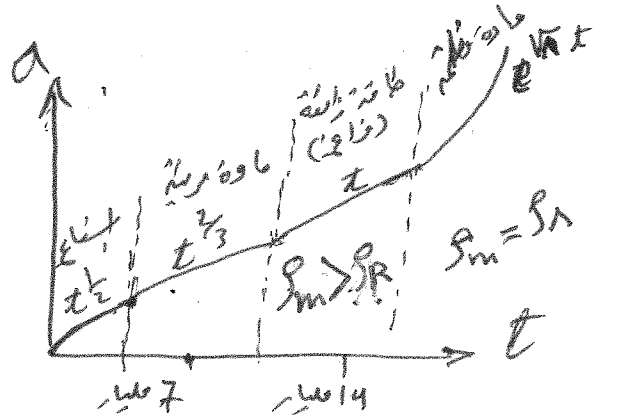
ملحوظة: أعطت نظرية طاقة الفراغ نتائج مخيبة للآمال حيث أعطت نتيجة أن كثافة الطاقة الحالية في حدود $10^{-8}\ erg/cm^3$ في حين قدرت القياسات الحديثة بـ $10^{-12}\ erg/cm^3$

تلخيص المخططات البيانية السابقة



ملحوظة: الكون المستمر حالة خيالية لا وجود لها في الواقع.

- المخطط البياني لتتابع الكثافات

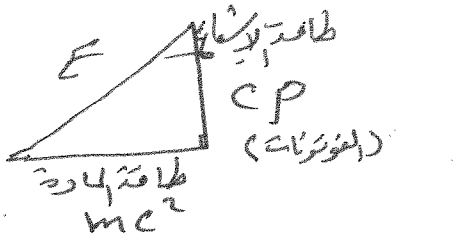


• طاقة المادة والإشعاع الكونيين

$E^2 = m^2c^4 + c^2p^2$

$= m^2c^4\left(1 + \frac{c^2p^2}{m^2c^4}\right)$

يمكن (للسهولة) اعتماد تقاربات



بالجذر $E = mc^2\left(1 + \frac{p^2}{m^2c^2}\right)^{\frac{1}{2}} \Rightarrow E \simeq mc^2\left(1 + \frac{p^2}{2m^2c^2}\right)$

$E = mc^2 + \frac{p^2}{2m}$

طاقة ساكنة — طاقة حركية

نستنتج أن الطاقة الإجمالية للكون المرئي (مادة وإشعاع) هي مجموع طاقتين ساكنة وحركية (الحركية تسبب في تمدد الكون وتوسعه) الطاقة الساكنة هي الناتجة عن علاقة آينشتين المعروفة $E_0 = mc^2$ المعبرة عن تكافؤ الكتلة والطاقة

أما الطاقة الحركية $E_K = p^2/2m$ فهي الناتجة عن زخم الإشعاع p (الفوتونات) الذي لعب دورًا هامًا وأساسيًا في توسع الكون وتمدده بعد Big Bang

• استنتاج علاقة الكثافة العامة لمكونات الكون وتأثير ضغط هذه المكونات على توسع الكون

سنعتمد مبدأين أساسيين

1- مبدأ تكافؤ الكتلة والطاقة (علاقة آينشتين) $M \equiv E = \rho V$

2- تناقص طاقة الإشعاع (بثبات ضغط الإشعاع) أثناء توسع الكون

عن قوانين الترموديناميك المعروفة $dE = -P_0\,dV$

كما سنعتمد على العلاقة بين الضغط P_0 والكثافة ρ

$\boxed{P_0 = \omega\rho}$ حيث ω معامل رقمي وحيد مناسب وبدون

الضغط $P = \frac{F}{A}$ حيث F قوة $\Rightarrow [P] = \frac{N}{m^2}\cdot\frac{m}{m} = \frac{J}{m^3} = \frac{kg\cdot m^2}{s^2 m^3}$

$[P] = \frac{m^2}{s^2}\frac{kg}{m^3} \equiv \omega\cdot\rho$

الاستنتاج: بمساواة تفاضلي الطاقة

$dE = d(\rho V) = -P_0\,dV$

$\rho\,dV + V\,d\rho = -P_0\,dV$

$V\,d\rho = -(P_0 + \rho)\,dV \quad ; \quad P_0 = \omega\rho$

$V\,d\rho = -(1+\omega)\rho\,dV$

$$\int \frac{d\rho}{\rho} = -(1+\omega)\int \frac{dV}{V}$$

وبإجراء المكاملة

$$\ln\rho = -(1+\omega)\ln V + \underbrace{C'}_{\text{ثابت التكامل}}$$

$$= -\ln V^{(1+\omega)} + \ln C_0$$

$$\ln\rho = \ln\frac{C_0}{V^{(1+\omega)}} \Rightarrow \rho = \frac{C_0}{V^{(1+\omega)}}$$

أي أن الكثافة تتغير بزيادة الحجم V

وبدلالة البعد الناتج عن تمدد الكون (هبل) نكتب الحجم $V = a^3$ فتصبح معادلة الكثافة العامة

$$\boxed{\rho = \frac{C_0}{a^{3(1+\omega)}}} \quad (**)$$

نطابقه (**) مع كل حد من حدود معادلة فريدمان (*) فنجد ما يلي

ضغط المادة المريبة

كثافة المادة المريبة $\rho_m = \frac{C_m}{a^3} \Rightarrow \omega_m = 0 \Rightarrow P_{om} = \omega_m \rho_m = 0$

أي أن الضغط الذي تسببه المادة المريبة على توسع الكون معدوم

ضغط الإشعاع

كثافة الإشعاع $\rho_R = \frac{C_R}{a^4} \Rightarrow \omega_R = \frac{1}{3} \Rightarrow P_{oR} = \omega_R \rho_R = \frac{1}{3}\rho_R$

أي أن الضغط الذي يسببه الإشعاع في توسع الكون يساوي ثلث كثافة الإشعاع (وهو مقدار موجب) أي أن التوسع يتم بفعل الضغط الداخلي للكون

ضغط الزاوية

كثافة الزاوية (الطاقة الزائفة) Dectical Energy $\rho_K = \frac{C_K}{a^2} \Rightarrow \omega_R = -\frac{1}{3} \Rightarrow P_{oK} = \omega_K \rho_K = -\frac{1}{3}\rho_K$

تشير الإشارة السالبة إلى أن الفراغ المحيط بالمادة الكونية هو الذي قام بشد الكون من أطرافه وهو سبب التوسع والتمدد أي أن تمدد الكون كان بفعل خارجي وليس داخلي

ضغط المادة المظلمة

كثافة المادة المظلمة dark $\rho_\Lambda = \Lambda = \text{ثابت} \Rightarrow \rho_\Lambda = \frac{C_\Lambda}{a^0} \Rightarrow \omega = -1 \Rightarrow P_{o\Lambda} = -1\,\rho_\Lambda$

تشير الإشارة السالبة إلى أن المادة المظلمة (ذات الكثافة الثابتة) هي التي عاكست شد الكون وأدت إلى توسعه وحصل التمدد بفعل خارجي.

• علاقة كثافة المادة والإشعاع / سبب التوسع عبر ضغط الداخل /

تشير نظرية الانفجار العظيم Big Bang إلى بدء تشكل فوتونات الضوء بعد زمن بلانك (صفر بلانك) ثم بدأت المادة بالتشكل

وبمرور الزمن وتوسع الكون انخفضت

كثافة الإشعاع والمادة كما بالشكل

حيث كانت $\rho_R > \rho_m$ منطقة سيطرة الإشعاع

وبمرور 180.10^3 سنة

أصبحت $\rho_R = \rho_m$

وبمرور الزمن أصبحت كثافة الإشعاع في الكون أقل من كثافة المادة

$\rho_R < \rho_m$ (منطقة سيطرة المادة)

ويلاحظ من خطي الكثافة ρ_R و ρ_m أن سرعة انخفاض الكون

الضوئي (الإشعاعي) أكبر من سرعة انخفاض الكون المادي (المرئي)

ويتوقع أنه بمرور الزمن (في المستقبل) سيصبح فيه ρ_R مهملة

حيث يستمر انخفاض ρ_m (انخفاض الكون المادي)

ويستمر الكون في التوسع بفعل طاقة الفراغ التي سبب ضغطاً سالباً $P_{DE} = -\frac{1}{3}\rho$

وفي اللحظة التي يصبح فيها كثافة المادة مساوية لكثافة المادة المظلمة

$\rho_\Lambda = \rho_m$ يصبح المادة المظلمة هي المسؤولة عن توسع الكون

ويبدأ الكون المادي بمرور الزمن (يصبح فيه ρ_m مهملة)

ويصبح توسع الكون أسي كما في الشكل السابق

ويعتقد أننا الآن (بعد زمن 14 مليار عام من عمر الكون) أننا نعيش في حقبة

سيطرة المادة على الإشعاع $\rho_m > \rho_R$ والتوسع الذي يشهده الكون

هو بفعل ضغط الفراغ (السلبي) لأن ضغط المادة معدوم.

• يتوقع العلماء أن الضغط السلبي للفراغ والمادة المظلمة بدأ يؤثر

على تمدد الكون بعد أن أصبح عمره 7 مليار عام (قبل الزمن الحالي)

لأنهم يعتقدون أن ضغط الإشعاع عند هذا العمر لم يعد كافياً للتوسع

الكون بمفرده (سابقاً كان ضغط المادة معدوم).

نتائج : 1- تطابق صورة الخلفية الكونية مع الكون المثالي

2- الحصول على إشعاع ضوئي يرد من أطراف الكون في عام 380.10^3 سنة ضوئية ($T=2,7K°$)

3- لا يوجد للكون المثالي أطراف

نموذج الكون الدوري Circle model

$$a(t) = \frac{c}{2}(1 - \cos 2t)$$

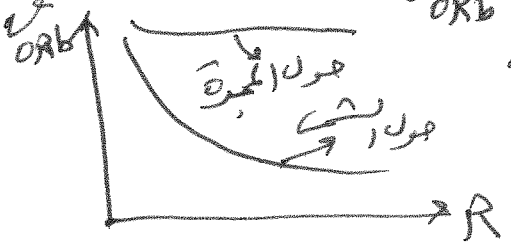
4- العمر المقدر للكون $1,7.10^9$ مليون سنة

5- حجم الكون المثالي يتكون من الذرات حيث $0,001$ من الحجم الحالي

6- مقدار انزياح الضوء الصادر عن المجرة البعيدة $1,875$ ثانية ضوئية

7- تتحرك الأجرام الموجودة في مجرة درب التبانة حول مركز المجرة بسرعة مدارية تساوي $v_{ORB} \approx 0$

وهذا يناقض ما تؤول إليه السرعة المدارية للكواكب حول الشمس المعروفة $v_{ORB} = \sqrt{\frac{MG}{R}}$



8- كثافة الكون المثالي $\Omega = 1$

البرهان من معادلات (الدفعة الأولى)

$$H^2 = \left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho_x - \frac{K}{a^2}$$

من أجل كون مسطح $K=0$ تكون الكثافة الحرجة

$$\rho_c = \frac{3H^2}{8\pi G}$$

ولدينا عبارة الكثافة النسبية

$$\Omega = \frac{\text{الكثافة}}{\text{الكثافة الحرجة}} = \frac{\rho_x}{\rho_c} \Rightarrow \rho_x = \rho_c \Omega$$

بالتعويض $\Rightarrow H^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho_c \Omega$; $\rho_c = \frac{3H^2}{8\pi G}$

$$H^2 = \frac{8\pi G}{3}\cdot\frac{3H^2}{8\pi G}\Omega$$

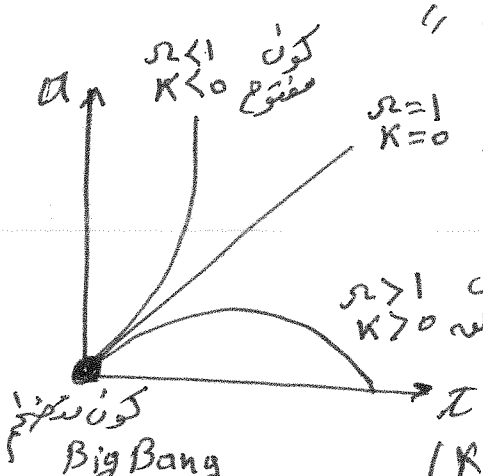
$$H^2(\Omega - 1) = 0 \quad ; \quad H \neq 0 \Rightarrow \boxed{\Omega = 1}$$

Inflytionary Universe theory نظرية تضخم الكون

وضع طالب الدكتوراه آلان غوث عام 1981 توصيف ماذا جرى قبل الانفجار العظيم Big Bang وذلك بعد سماعه محاضرات لعالم روبرت ديك عام 1970 التي أشار فيها لوجود مشكلتين تواجهها نظرية الانفجار العظيم وهما

1- مشكلة التسطح The flatnes problem

2- = الأفق " Horizon "



قال غوث أن الانفجار العظيم لم يحدث في حالة التسطيح (عديمة البعد) وإنما حدث له تضخم هائل خلال زمن قدره 10^{-34} ثانية بحدود 10^{43} مرة (أصبح حجم كرة الثلج) ثم حدث الانفجار وأن الكون قد اختار حالة التسطح ($\Omega=1$ و $K=0$) منذ البداية (قبل التضخم) وأن كثافته $\Omega=1$ وانحناؤه $K=0$ بقيا ثابتين بعد التضخم والانفجار العظيم لكي وصلنا الراهن

وأشار إلى أن أي زيادة في الكثافة حتى بمقدار $\Omega=1+10^{-17}$ ستجعله كونا مغلقا، وأن أي نقص في الكثافة حتى بمقدار $\Omega=1-10^{-19}$ سيجعله كونا مفتوحا (كما بالشكل)

$$(\Omega=1-10^{-19}\ \text{مفتوح}\ K<0) < (\Omega=1\ \text{تسطح}\ K=0) < (\Omega=1+10^{-17}\ \text{مغلق}\ K>0)$$

هذه الدقة المتناهية في الكثافة جعلت كثافة حرجة Ω_c إذ تكون التضخم يزيل مشكلة التسطح

والسبب في حدوث هذا التضخم السريع (بسرعة أكبر من سرعة الضوء) هو الضغط السالب للفراغ (المادة المظلمة غير المرئية) علما أن المادة المظلمة ليست هي المادة المضادة

فإذا اعتبرنا Ω في علاقة فريدمان للمسار تشمل الإشعاع والمادة يمكن أن نضيف البعد Ω_Λ كثافة الطاقة المظلمة التي ترتبط بالضغط

وفقه العلامة

$$P_\Lambda = \frac{1}{3}\rho_\Lambda c^2 \Rightarrow \rho_\Lambda = \frac{3P_\Lambda}{c^2}$$

تقوس سرعة وبدءا للكاسع

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3}\left(\rho_{\text{rad+mat}} + \rho_\Lambda\right)$$

وبسبب حدوث الانتفاخ (التضخم) فإن الكاسع $\ddot{a} > 0$

وعليه يجب أن يكون

$$\left(\rho_{\text{rad+mater}} + \frac{3P_\Lambda}{c^2}\right) < 0$$

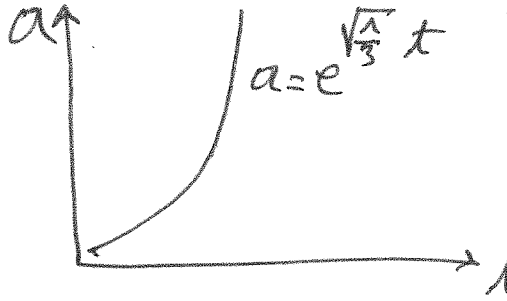
فيكون ضغط المادة المظلمة

$$P_\Lambda < -\frac{\rho c^2}{3}$$

يسبب الضغط السالب يتشوه مكوة طارد فيحدث الانتفاخ

هذا وقد مثلنا هذا التضخم في البداية

$$H^2 = \left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho - \frac{K}{a^2} + \frac{\Lambda}{3}$$



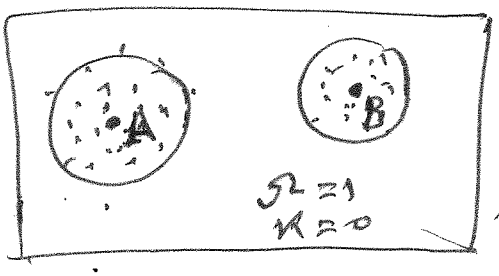
$$\rho = 0,\ K = 0$$

$$\frac{da}{dt} = a\sqrt{\frac{\Lambda}{3}} \Rightarrow a = e^{\sqrt{\frac{\Lambda}{3}}t}$$

رافعة هذا التضخم انفصال مرة الثقالة (الغرافيتون)

ساهمت نظرية التضخم في حل لغز ثبات درجة حرارة الخلفية الكونية عند $T = 2.7K^\circ$ وذلك لأن التضخم السريع والمفاجئ قد باعد بين مكونات الكون بسرعة هائلة (كما لو أنه محول كظوم مراديابي) ولم يبق للمكونات أن تغير من حالتها الفيزيائية أو درجة حرارتها.

• أما مشكلة الأفق (الذي يجب أن لا يكون محدوداً في الكون المرئي)، فإنه بحدوث التضخم يصبح لكل نقطة في السطح المنتفخ دائرة أفق تشمل مجموعة النقاط المحيطة بها فقط كما هو مبين بالشكل



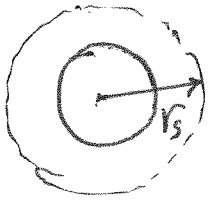
(النقطة A لم تتصل بـ B فإنها تقع خارج دائرة أفقها)

والاتصال يكون قائماً بين النقاط الواقعة ضمن دائرة الأفق لكل منها.

الثقب الأسود : Black Hole

من المعلوم أن الثقب الأسود هو بقايا النجوم الكبيرة جداً أما النجوم المتوسطة فتتحول إلى نجم نيوتروني ثابت والخفيفة منها تتحول إلى أقزام بيضاء كشمسنا.

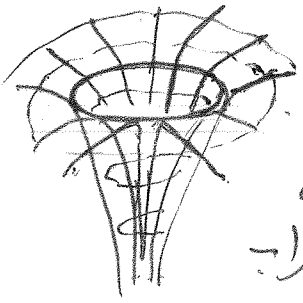
علاقة شفارتشايلد : نفرض M كتلة النجم و G ثابت الجاذبية الكوني و R نصف قطر النجم و r_s نصف قطر أفق الحدث



حيث $r_s = 2GM$

وضع شفارتشايلد المكاني (الذي يمثل خارج النجم)

$$ds^2 = \underbrace{\left(1-\frac{r_s}{r}\right)}_{\text{مركبة الزمن}} dt^2 - \underbrace{\frac{1}{\left(1-\frac{r_s}{r}\right)}}_{\text{مركبة المكان}} dr^2 + \dots\dots \quad (*)$$



نظراً لكتلة الثقب الضخمة فإنه يميل شكلها بشبكة الزمكان ويتشكل مع محروطي يسحب مادة الكون إلى داخله وتفنى

نتائج : نتوصل الباحثون إلى نتائج عجيبة عما يجري عند الاقتراب من حافة الثقب (دائرة الحدث)

(1) تجمد الزمن والحركة عند حافة الثقب الأسود

$$ds = 0 \Rightarrow \left(1-\frac{2GM}{r}\right)dt^2 = \frac{1}{\left(1-\frac{2GM}{r}\right)}dr^2$$

$$\left(\frac{dr}{dt}\right)^2 = \left(1-\frac{2GM}{r}\right)^2 \Rightarrow v = \frac{dr}{dt} = 1-\frac{2GM}{2GM} = 0$$

أي أن السرعة تنعدم عند الحافة (وهذا يناقض لما هو معروف حيث يجب أن يزداد الشاهد والمكاني السرعة عند الاقتراب الكبير لشبكة الزمكان)

(2) انقلاب الزمان للمكان والمكان للزمان (داخل الثقب الأسود)

(تتبادل مركبتا الزمن والمكان موضعيهما في (*))

- **علاقة تولمان - بوهادرتز** : استنتج تولمان علاقة حسب فيها الضغط داخل النجم الذي سيتحول لثقب أسود

$$P_0 = \rho \frac{1-\left(1-\frac{r_s}{R}\right)^{\frac{1}{2}}}{3\left(1-\frac{r_s}{R}\right)^{\frac{1}{2}}-1}$$

واستنتج بوهادرتز (الألماني) أن الضغط (المقام) موجب ($\neq 0$) لتحقيق الكمية الموجودة بين كتلة النجم ونصف قطره

$$3\left(1-\frac{r_s}{R}\right)^{\frac{1}{2}} > 1 \quad ; \quad r_s = 2GM$$

بالتربيع $1-\frac{2GM}{R} > \frac{1}{9} \Rightarrow \frac{2GM}{R} < 1-\frac{1}{9} = \frac{8}{9} \Rightarrow \boxed{\frac{M}{R} < \frac{4}{9G}}$

وهو شرط تحول النجم لثقب أسود.

ملاحظة: اكتشف الباحثون إمكانية وجود أنواع مختلفة من الثقوب السوداء مثل الثقوب الدوارة والمشحونة والثقوب البيضاء والثقوب الدودية وقاموا بوضع مخططات رياضية (مخطط بنروز Penrose diagram) تقوم بالضغط الاختراقي للمادة داخل الثقب.

كما افترضوا إمكانية العبور عبر الثقب الدودي من عالم لآخر مواز، لكن العوالم الأخرى المفترض العبور إليها مدة لا تحكم قوانين عالمنا وبالتالي لا يمكن لمادتنا التواجد في تلك العوالم.

- معادلة درجة الحرارة بتمدد الكون

تساوي بين معادلتي سيتفان - بولتزمان لكثافة الطاقة الإشعاعية الصادرة عن الجسم الأسود مع معادلة كثافة طاقة الإشعاع الكونية

$$\sigma T^4 \left(J/m^3\right) = \rho_{rad} c^2 \left(J/m^3\right)$$

وبما أن ρ_{rad} متناسبة مع $\frac{1}{a^4}$ حيث

أي أن درجة الحرارة تنخفض بتمدد الكون

$$\left(T^4 \propto \frac{1}{a^4}\right)$$
$$\Rightarrow \boxed{T \propto \frac{1}{a}}$$

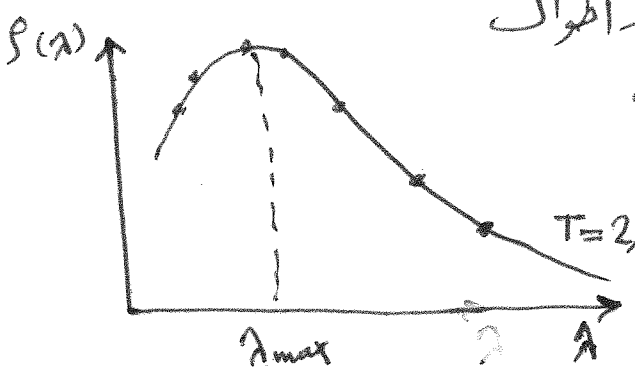
- إثبات أن الإشعاع الخلفية الكونية ناتج عن الانفجار العظيم

تم اكتشاف إشعاع الخلفية الكونية عام 1965 الموافقة لدرجة حرارة كون $T = 2{,}72K^\circ$ عادوا اعتمدنا مبدأ التوازن الحراري بين الكون البعيد (الماضي والقديم) مع حوظة يمكننا تشبيه الكون البعيد بمثابة جسم أسود درجة حرارته ثابتة $2{,}72K^\circ$ وبالتالي يمكننا استخدام معادلة قانون الموجة لحساب الطول الموجي الموافق لشدة إشعاع قصوى (ρ_{max}) λ_{max}

$$\lambda_{max} T = 2{,}9 \cdot 10^{-3}\ mK^\circ$$

حيث أن $\lambda_{max} = 1mm$ وباستخدام الأطوال الضائعة وبحساب كثافة الإشعاع الطيفية ρ_λ عند الأطوال الموجية المختلفة ما سمحت فكرة بلانك

$$\rho_\lambda = \frac{8\pi hc}{\lambda^5} \frac{1}{e^{hc/\lambda kT} - 1}$$



ثم رصد الأطوال الموجية المختلفة عبر الأقمار الصناعية بواسطة مستشعرات فائقة الحساسية حيث ρ_λ الموافقة لـ (λ) تبين أن هذه الكثافات تقع على المنحنى النظري لإشعاع الجسم الأسود عند درجة $2{,}72K^\circ$. وهذا دليل قاطع على أن الكون نشأ من انفجار عظيم Big Bang

مكتبة A to Z