كلية العلوم

القسم : **الفيزياء**

السنة : **الثانية**

المادة : فيزياء كمومية

المحاضرة : الرابعة /نظري/د.أصف يوسف

{{ مكتبة A to Z }}

Facebook Group : مكتبة A to Z

2025

كلية العلوم ، كلية الصيدلة ، الهندسة التقنية

يمكنكم طلب المحاضرات برسالة نصية (SMS) أو عبر(What's app-Telegram)على الرقم 0931497960

فالحقل المغناطيسي يشكل عندئذ اتجاهاً مميزاً يتجه وفقه أو على التضاد منه سبين الإلكترون. وهذا ما يؤدي إلى تغير طاقة الإلكترون تبعاً للجهة التي يتجه وفقها نظراً لأن الحقل المغناطيسي يؤثر على سبين الإلكترون. وهذا التأثير يعبر عن نفسه بطاقة فعل متبادل تضاف إلى، أو تخذف من الطاقة الأصلية للإلكترون، وذلك تبعاً لتوجه السبين بالنسبة لإتجاه الحقل الخارجي.

إن طاقة الإلكترون تزداد عند توجه السبين على التضاد وتنقص عند توجهه على التوازي وذلك بالنسبة للحقل المغناطيسي الخارجي. وهكذا نجد أن الأوضاع المستقرة الموافقة للاتجاه السبيني المضاد ستكون معرفة بقيم طاقية تختلف عن تلك التي تعرِّف الأوضاع الموافقة للإتجاه السبيني الموازي. وهذا يعني أن تولد السوية الطاقية المعرّفة بالأصل لكلا الوضعين المستقرين – سواء الموافق منهما للإتجاه على التضاد أو على التوازي – قد انتزع.

إن درجة التولد تشكل صفة مميزة وجوهرية لسويات الطاقة وخاصة في ظروف التوازن الحراري. حيث يكون إسكان السويات متناسباً مع درجة تولدها، وهذا ما تبينه قوانين الفيزياء الإحصائية. ولذا تسمى درجة التولد أيضاً بالوزن الإحصائي ويرمز لها بـ (g). ونشير أخيراً إلى أن تولد سويات الطاقة يرتبط بالصفات التناظرية للمنظومة الذرية.

مسائل محلولة:

مثال (1):

تساوي طاقة تأين (تشرد) ذرة الهيدروجين $(13{,}6\,eV)$. احسب طول موجة الخط الأول من سلسلة ليمان. ماذا تستنتج؟

الحل:

إن طاقة حالة ما ذات الرقم الكوانتي (n) لذرة الهيدروجين هي:

$$E_n = -\frac{13,6}{n^2}(eV)$$

إن الخط الأول من سلسلة ليمان يظهر عند الانتقال من المستوي الموافق لـ $(n=2)$ إلى المستوي الموافق لـ $(n=1)$. وطاقة الفوتون الصادر عن هذا الانتقال تحسب كما يلي:

$$E = \Delta E = (E_2 - E_1) = -\frac{13,6}{2^2} + \frac{13,6}{1} \Rightarrow E = -\frac{13,6}{4} + 13,6 = 10,2\ eV$$

الآن نستخدم علاقة بلانك لإيجاد (λ):

$$E = h\upsilon = \frac{hc}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{hc}{E} = \frac{6,63.10^{-34}\ J.s \times 3.10^8\ m/s}{10,2\ eV}$$

$$\Rightarrow \lambda = \frac{19,89.10^{-26}\ J.m}{10,2\ eV} = \frac{12,431.10^{-7}\ (eV).m}{10,2\ eV}$$

$$\Rightarrow \lambda = 1,219.10^{-7}\ m = 121,9\ nm$$

نستنتج أن هذا الإشعاع يقع في مجال الأشعة فوق البنفسجية.

مثـــال (2):

عندما تقصف ذرة الهيدروجين، تثار الذرة إلى أعلى مستوياتها الطاقية وعندما تعود إلى أدنى مستوياتها الطاقية ينطلق الضوء. ما هي الخطوط الطيفية الثلاثة ذا الأطوال الموجية الأكبر التي تطلقها ذرة الهيدروجين عندما تهبط من المستويات الطاقية العليا إلى المستوي $n=1$؟ وماذا تستنتج؟

الحـــل:

من نص المسألة نستطيع أن نقول أننا معنيون بالانتقالات التالية:

$$n=2 \rightarrow n=1 \Rightarrow \Delta E_{21} = E_2 - E_1 = -3,4 - (-13,6) = 10,2\ eV$$

$$n=3 \rightarrow n=1 \Rightarrow \Delta E_{31} = E_3 - E_1 = -1,5 - (-13,6) = 12,1\ eV$$

$$n=4 \rightarrow n=1 \Rightarrow \Delta E_{41} = E_4 - E_1 = -0,85 - (-13,6) = 12,75\ eV$$

لإيجاد الأطوال الموجية المقابلة نستخدم علاقة بلانك التالية:

$$\Delta E = h\upsilon = \frac{hc}{\lambda}$$

فمثلاً في حالة الانتقال من المستوي الطاقي $(n=2)$ إلى المستوي الطاقي $(n=1)$ لدينا الطول الموجي يساوي:

$$\lambda = \frac{hc}{\Delta E_{21}} = \frac{6{,}63.10^{-34}\,J.s \times 3.10^{8}\,m/s}{10{,}2\,eV} = 121{,}9\,nm$$

ونجد بطريقة مماثلة أن الخطين الآخرين يساويان: $(102{,}7\,nm)$ و $(97{,}5\,nm)$.

نستنتج أن هذه الإشعاعات الثلاثة تقع في جال الأشعة فوق البنفسجية.

مثال (3):

نتصور إننا نمتلك وسيلة ما بمقدورها اقتلاع (28) إلكترون من ذرة النحاس Cu_{29} في بخار هذا المعدن. والمطلوب:

1- احسب المستويات الطاقية الثلاث الأولى للإلكترون المتبقي.

2- أوجد الأطوال الموجية للخطوط الطيفية للسلسلة ذات $n_1 = 1$، $n_h = 2, 3, 4$، وما هي الطاقة اللازمة لنزع الإلكترون الأخير؟

الحل:

هنا $Z = 29$ لذا فإن الطاقات المسموحة تساوي الطاقات المقابلة للذرة H_1 مضروبة بمقدار $841 = 29^2$ مرة. ومنه نجد:

$$E_1 = 841.(-13{,}6) = -11{,}438\,keV$$

$$E_2 = \frac{E_1}{4} = -2{,}859\,keV$$

$$E_3 = \frac{E_1}{9} = -1{,}271\,keV$$

$$E_4 = \frac{E_1}{16} = -0{,}715\,keV$$

الأطوال الموجية للخطوط الطيفية:

$$n=2\rightarrow n=1\Rightarrow \Delta E_{21}=E_2-E_1=-2,859-(-11,438)=8,579\ keV$$
$$\Rightarrow \lambda_1=\frac{6,63.10^{-34}\,J.s\times 3.10^{8}\,m/s}{8,579.10^{3}\times 1,6.10^{-19}\,J}=1,45\ A^o$$
$$n=3\rightarrow n=1\Rightarrow \Delta E_{31}=E_3-E_1=-1,271-(-11,438)=10,167\ keV$$
$$\Rightarrow \lambda_3=\frac{6,63.10^{-34}\,J.s\times 3.10^{8}\,m/s}{10,167.10^{3}\times 1,6.10^{-19}\,J}=1,22\ A^o$$
$$n=4\rightarrow n=1\Rightarrow \Delta E_{41}=E_4-E_1=-0,715-(-11,438)=10,723\ keV$$
$$\Rightarrow \lambda_3=\frac{6,63.10^{-34}\,J.s\times 3.10^{8}\,m/s}{10,723.10^{3}\times 1,6.10^{-19}\,J}=1,16\ A^o$$
$$n=\infty\rightarrow n=1\Rightarrow \Delta E_{\infty 1}=E_\infty-E_1=0-(-11,438)=11,438\ keV$$
$$\Rightarrow \lambda_\infty=1,08\ A^o$$

كمون التأين يحسب كما يلي:

$E_\infty-E_1=0-(-11,438)=11,438\ keV$ = الطاقة اللازمة لنزع الإلكترون الأخير

نستنتج أن جميع الأطوال الموجية تقع في منطقة الأشعة السينية. وأن الطاقة اللازمة لنزع الإلكترون الأخير كبيرة جداً أمام طاقة تأين ذرة الهيدروجين.

مثال (4):

عيِّن مجال الطول الموجي في سلسلة بالمر، وماذا تستنتج؟

الحل:

نحن نعلم أنه بالنسبة لسلسلة بالمر لدينا ما يلي:

$(n_f=2)$ و $(n_i=3,4,5,6,.....\infty)$

وبالتالي فإن حدود هذه السلسلة تحسب كما يلي:

$$E_n=-\frac{13,6}{n^2}(eV)$$

$$n_i = 3 \to n_f = 2 \Rightarrow \Delta E = E_3 - E_2 = -\frac{13,6}{9} - \left(-\frac{13,6}{4}\right) =$$

$$= -1,511 + 3,4 \neq 1,9\ eV$$

$$\lambda_1 = \frac{hc}{\Delta E} = \frac{6,63.10^{-34} J.s \times 3.10^8 m/s}{1,9(eV) \times 1,6.10^{-19}} = 6,543.10^{-7} m = 654.3\ nm$$

$$n_i = \infty \to n_f = 2 \Rightarrow \Delta E = E_\infty - E_2 = 0 - \left(-\frac{13,6}{4}\right) = 3,4\ eV$$

$$\lambda_2 = \frac{hc}{\Delta E} = \frac{6,63.10^{-34} J.s \times 3.10^8 m/s}{3,4(eV) \times 1,6.10^{-19}} = 3,656.10^{-7} m = 365,6\ nm$$

إذن مجال الطول الموجي لهذه السلسلة هي:

$$365,6\ nm \to 654,3\ nm$$

نستنتج أن سلسلة بالمر تقع في المجال المرئي من الضوء.

مثـــال (5):

اعتماداً على نمـــوذج العـــالم تومـــسون بـــرهن أن إلكـــرون ذرة الهيدروجين يتحرك حركة توافقية بسيطة حول مركز الذرة ثم عيَّن ترددها. ماذا يمكن الإستنتاج من هذا التردد بما يخص طيف ذرة الهيدروجين؟

الحـــل:

إن نموذج تومسون يفترض أن تكون الـــشحنة الموجبـــة موزعـــة بصورة منتظمة على حجم الذرة. ولذلك فإن شحنة البروتون توزع بـــصورة منتظمة على حجم الذرة الذي يقدر نصف قطرهـــا بحـــوالي $(0,5A^o)$، إذا أزيح الإلكترون عن موضع توازنه بمـــسافة (X) فـــإن الـــشحنة الموجبـــة الموجودة في الكرة التي نصف قطرها (X) هي $(\frac{4}{3}\pi X^3 \rho)$ حيـــث (ρ) كثافة شحنة الذرة. إن قوة كولون بين هذه الشحنة وشحنة الإلكترون تكـــون مساوية:

$$F = K\frac{(-e)(4\pi X^3\rho)}{3X^2} = -\frac{4}{3}\pi\, K\, \rho\, e\, X$$

وطالما أن الطرف الأيمن من المعادلة السابقة يمثل ثابتاً، فإنه يمكننا كتابة المعادلة السابقة على الشكل التالي:

$$F = -AX$$

حيث $A = \frac{4}{3}\pi\, K\, \rho\, e$ مقدار ثابت.

وحسب قانون نيوتن الثاني يكون لدينا:

$$mX'' = -AX$$

أو بشكل آخر:

$$X'' + \frac{A}{m}X = 0 \Leftrightarrow X'' + \omega^2 X = 0$$

حيث $\left(\omega^2 = A/m\right)$. وهي معادلة تفاضلية متجانسة من المرتبة الثانية، وحل هذه المعادلة هو عبارة عن معادلة حركة توافقية بسيطة يكون تردد الحركة يساوي كما يلي:

$$\omega^2 = (2\pi\nu)^2 = \frac{A}{m} \Rightarrow \nu = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{A}{m}}$$

حيث m كتلة الإلكترون. وفي حال ذرة الهيدروجين فإن كثافة الشحنة الموجبة هي:

$$\rho = \frac{e}{\frac{4}{3}\pi\, a_0^3}$$

حيث (a_0) نصف قطر ذرة الهيدروجين في الحالة الأرضية. وبالتالي فإن الثابت A يكون مساوياً:

$$A = \frac{4}{3}\pi\, K\, e\left(\frac{e}{\frac{4}{3}\pi\, a_0^3}\right) = K\frac{e^2}{a_0^3} = 1{,}841.10^3\,\frac{N}{m}$$

ويكون تردد الحركة هو:

$$\upsilon = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{1{,}84.10^{3}}{9{,}1.10^{-31}}} = 7{,}1.10^{15}\,Hz$$

ويمكن الاستنتاج من ذلك أن نموذج تومسرن يفترض أن يتكون طيف ذرة الهيدروجين من خط طيفي واحد، ولكن الحقيقة طبعاً غير ذلك مما يؤكد فشل هذا النموذج.

مثال (6):

افتراضاً أن كثافة الشحنة الموجبة لأية ذرة تساوي كثافة الشحنة الموجبة لذرة الهيدروجين حسب نموذج العالم تومسون فاحسب نصف قطر الذرة R . ثم عيَّن نصف قطر ذرة الأكسجين حسب نموذج تومسون.

الحل:

إن كثافة الشحنة الموجبة لذرة عددها الذري (Z) ونصف قطرها R تُعطى بالعلاقة التالية:

$$\rho = \frac{Ze}{\frac{4}{3}\pi R^{3}}$$

وبمساواة هذه الكثافة مع كثافة ذرة الهيدروجين الواردة في المثال السابق نحصل على ما يلي:

$$\frac{e}{\frac{4}{3}\pi a_0^{3}} = \frac{Ze}{\frac{4}{3}\pi R^{3}}$$

ومن المعادلة السابقة نحصل على نصف قطر الذرة على الشكل التالي:

$$R = (Z)^{1/3} a_0$$

في حالة ذرة الأكسجين فإن العدد الذري يساوي $(Z = 8)$، وبما أن $(a_0 = 0{,}53A^{o})$ فيكون نصف قطر ذرة الأ كسجين R مساوياً إلى:

$$R = (8)^{1/3}\,0{,}53 = 1{,}06A^{o}$$

وبما أن نموذج العالم تومسون غير صحيح، وبالتالي فإن نتائج هـذا المثـال والمثال الذي سبقه لا تتفق مع الواقع.

مثـال (7):

1- أثبت أن تردد الإلكترون في مدار بور (التردد الكلاسيكي) يُعطى بالعلاقة التالية:

$$\nu_e = \frac{2|E|}{nh}$$

حيث $|E|$ القيمة المطلقة لطاقة المدار.

2- بيّن أنه في حالة الأعداد الكوانتية الكبيرة وتبعاً لمبدأ المقابلة لبور فـإن تردد الإلكترون الكلاسيكي يساوي التردد الكوانتي إذا تمَّ الانتقـال بـين مدارين متتاليين، أما إذا كان الانتقال بين مدارين غير متتاليين فإن التردد الكمي يساوي أحد مضاعفات التردد الكلاسيكي.

الحـل:

1- إن العلاقة التي تعطي قيمة الاندفاع الزاوي هي:

$$L = m\,v\,r = m\,\omega\,r^2 = m\,(2\pi\,\nu_e)\,r^2 = n\,\hbar$$

ومن العلاقة السابقة فإن ν_e تساوي إلى:

$$\nu_e = \frac{L}{2\,\pi\,m\,r^2} = \frac{n\,\hbar}{2\,\pi\,m\,r^2}$$

و (r) معينة سابقاً وتُعطى بالعلاقة التالية حسب (9):

$$r = \frac{n^2\hbar^2}{K\,m\,Z\,e^2}$$

بتبديل (r) في المعادلة السابقة نحصل على:

$$v_e = \frac{n\hbar}{2\pi m}\left(\frac{K\,m\,Z\,e^2}{n^2\hbar^2}\right)^2 = \frac{m}{2}\left(\frac{K\;Z\,e^2}{n\hbar}\right)^2 \frac{1}{n\pi\hbar}$$

وبالاعتماد على العلاقة (14) و $(\hbar = h/2\pi)$ نجد ما يلي:

$$v_e = \frac{2|E|}{nh}$$

2- بالاعتماد على العلاقة (14) و (18) يمكننا كتابة العلاقة السابقة للتردد الكلاسيكي بالشكل التالي:

$$v_e = \frac{2R_\infty cZ^2}{n^3}$$

ويكون التردد الكوانتي باستخدام العلاقة (17) وعلى اعتبار أن $(\overline{v} = v/c)$ هو:

$$v_q = R_\infty . cZ^2\left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2}\right) = R_\infty . cZ^2\left(\frac{n_i^2 - n_f^2}{n_f^2 . n_i^2}\right)$$

$$= R_\infty . cZ^2\left(\frac{(n_i - n_f)(n_i + n_f)}{n_f^2 . n_i^2}\right)$$

في حالة الأعداد الكوانتية الكبيرة $(n \approx n_i \approx n_f)$ وإذا كان $(\Delta n \approx n_i - n_f)$ فالعلاقة السابقة تُكتب:

$$v_q = 2R_\infty cZ^2\frac{\Delta n}{n^3}$$

إذا كان الانتقال بين مدارين متتاليين أي $(\Delta n = 1)$ يصبح التردد الكوانتي في هذه الحالة:

$$v_q = \frac{2R_\infty cZ^2}{n^3}$$

وهذا هو نفس التردد الكلاسيكي أي: $(v_e = v_q)$.

أما إذا كان الانتقال بين مدارين غير متتاليين فيكون (Δn) عدد صحيح أكبر من الواحد $(\Delta n = 2, 3, 4, ...)$ ويكون التردد الكوانتي في هذه الحالة مساوياً لأحد مضاعفات التردد الكلاسيكي.

مثـــال (8):

عيّن الفرق في طول الموجة بين خطي بالمر في كل من الهيدروجين والديتيريوم والهيدروجين والتريتيوم.

الحـــل:

حساب طول موجة الخط الطيفي في حالة الهيدروجين:

$$R_H = \frac{M}{m+M}R_\infty = \frac{R_\infty}{1+\frac{m}{M}} = \frac{109737cm^{-1}}{1+\frac{1}{1836}} = 109677,3\ cm^{-1}$$

ومنه نجد:

$$\overline{\nu}_H = 109677,3\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{9}\right) = 15232,96\ cm^{-1}$$

$$\Rightarrow \lambda = \frac{1}{\overline{\nu}} = \frac{10^8}{15232,96} = 6564,7\ A^o$$

ثابت ريدبرغ في حالة الديتيريوم هو:

$$R_D = \frac{R_\infty}{1+\frac{m}{M_D}} = \frac{109737cm^{-1}}{1+\frac{1}{2\times1836}} = 109707,12\ cm^{-1}$$

ويكون طول الخط هو:

$$\overline{\nu}_D = 109707,12\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{9}\right) = 15237,1\ cm^{-1}$$

إذن:

$$\lambda_D = 6562,92\ A^o$$

ومنه:

$$\Delta\lambda = \lambda_H - \lambda_D = 1,78A^o$$

$$R_T = \frac{R_\infty}{1+\frac{1}{3\times1836}} = \frac{109737cm^{-1}}{1+\frac{1}{3\times1836}} = 109717,1\ cm^{-1}$$

$$\overline{\nu}_T = 109717{,}1\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{9}\right) = 15238{,}486\ cm^{-1}$$

ومنه:

$$\Rightarrow \lambda_T = \frac{1}{\overline{\nu}_T} = 6562{,}33 A^o$$

إذن:

$$\Delta\lambda = 2{,}37 A^o$$

لاحظ أننا أخذنا بعين الإعتبار أن كتلة البروتون تساوي كتلة النترون ويساوي إلى 1836 مرة كتلة الإلكترون.

مثال (9):

سقط فوتون بطاقة معينة على ذرة هيدروجين في الحالة الأرضية فتشردت الذرة وانضم الإلكترون المحرر لبروتون ليكونا ذرة هيدروجين فى الحالة المثارة الأولى وينطلق من العملية فوتون طول موجته تساوي إلى $(466A^o)$، والمطلوب هو: حساب طاقة الفوتون الأصلي وطاقة حركة الإلكترون بعد تحرره من الذرة.

الحل:

نفرض أن طاقة حركة الإلكترون تساوي إلى (T) وعندما انضم للبروتون أصبحث طاقته مساوية لطاقة الحالة المثارة الأولى $(-3{,}4eV)$ وانطلق فوتون طاقته:

$$E_{ph} = \frac{hc}{\lambda} = \frac{6{,}63.10^{-34}.3.10^8}{466.10^{-10}} = 42{,}6.10^{-19}\ J = 26{,}6eV$$

إذن:

$$T - E_2 = 26{,}6eV$$

حيث E_2 طاقة الحالة المثارة لذرة الهيدروجين ولذلك فإن:

$$T-(-3,4)=26,6\Rightarrow T=23,2eV$$

إذا كانت طاقة الفوتون الأصلي هي E_γ فيكون لدينا:

$$E_\gamma = T - E_1$$

حيث E_1 طاقة الحالة الرضية ويكون:

$$E_\gamma = 23,2-(-13,6)=36,8eV$$

ويمكن القول إن ذرة الهيدروجين فى الحالة الأرضية امتصت الفوتون فتحرر إلكترون (وفقد فى هذه العملية طاقة مقدارها $13,6eV$) واكتسب الإلكترون طاقة حركة مقدارها $(23,2eV)$ فتكون طاقة الفوتون مساوية لمجموع الطاقتين أي $(E_\gamma = 36,8eV)$.

مثـــال (10):

كيف تستطيع تفسير إهمال أثر قوى الجاذبية أثناء الدراسة للجزيئات والذرات والنويدات؟

الحـــل:

من أجل الإجابة على السؤال السابق فإننا نحسب النسبة بين قوى الجاذبية وقوى الكهرباء الساكنة لبروتونين وهذه النسبة مستقلة عن المسافة بين البروتونين وهي تساوي:

$$\left[\frac{(M_P^2G/r^2)}{(Ke^2/r^2)}\right]=\frac{M_P^2G}{Ke^2}=\frac{(1,67252.10^{-24})^2}{(1,601.10^{-19})^2}.\frac{6,67.10^{-8}}{8,9874.10^{18}}$$
$$=0,8088.10^{-36}=8,088.10^{-37}$$

حيث:

$$K=8,9874.10^{18}\,dyn.cm^2/Col^2 \quad \text{و} \quad G=6,67.10^{-8}\,dyn.cm^2.g^{-2}$$

إذن نسبة القوتين صغيرة جداً بوجود التفاعل الكهرطيسي لذلك فإن

أثر قوى الجاذبية صغير جداً ولكن قوى الجاذبية يمكن أن تلعب دوراً كبيراً فيما لو كانت القوى الأخرى غير مؤثرة أي عندما يكون لدينا جسيمين كبيرين معتدلين كهربائياً ويبعدان عن بعضهما مسافة كبيرة بالمقارنة مع الأبعاد الذرية.

إن نظرية إينشتاين في النسبية العامة هي نظرية هندسية للجاذبية وهي نظرية جميلة ومترابطة داخلياً ولكن رغم المحاولات العديدة التي قام بها العالم إينشتاين وآخرون لم يكن بالإمكان ربط القوى الأخرى بهذه النظرية. إذاً ظاهرة الجاذبية ذات طبيعة مختلفة عن طبيعة القوى النووية التي تتحكم ببنية المادة المتناهية في الصغر . لذا نلاحظ أن الجاذبية ليس لها علاقة بالفيزياء الكمومية. وهذا سبب اهمالنا لها أثناء الدراسة للجزيئات والذرات والنويدات.