كلية العلوم

القسم : الفيزياء

السنة : الثالثة

المادة : الكتروديناميك

المحاضرة: الثانية/نظري/كتابة

{{ مكتبة A to Z }}

Facebook Group : مكتبة A to Z

كلية العلوم ، كلية الصيدلة ، الهندسة التقنية

2025

7

يمكنكم طلب المحاضرات برسالة نصية (SMS) أو عبر(What's app-Telegram)على الرقم 0931497960

معادلة ماكسويل الأولى: $\vec{\nabla} \wedge \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$

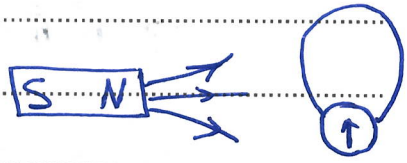
تعبر عن الشكل التفاضلي لقانون فاراداي

حيث أظهرت تجارب فاراداي أن تغير الحقل المغناطيسي مع الزمن يولد في سلك مغلق متوضع في هذا الحقل تدفقاً للتيار المتعرض في هذا السلك ويوله التيار المتعرض بدوره دواراً (rot) للحقل الكهربائي $\vec{E}$

استنتاج الشكل التكاملي لمعادلة ماكسويل:

نأخذ حلقة من سلك ناقل مغلق c تحصر سطحاً مفتوحاً S ونطبق مبرهنة ستوكس

$$\int \vec{\nabla} \wedge \vec{E}\ \vec{n}\, ds = -\int \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\ \vec{n}\, ds$$



$$\Rightarrow \int \vec{E}\, d\vec{\ell} = -\frac{\partial}{\partial t}\int \vec{B}\, \vec{n}\, ds$$

$d\vec{\ell}$ عنصر طولي من السلك الناقل

$\int \vec{B}\, \vec{n}\, ds$ تمثل تدفق خطوط الحقل المغناطيسي من خلال السطح S

$\int \vec{E}\, d\vec{\ell}$ تمثل القوة المحركة الكهربائية التي تولد تيار متعرض في الدارة

$$\int \vec{E}\, d\vec{\ell} = -\frac{\partial \Phi_m}{\partial t}$$

نستنتج أن تغير الحقل المغناطيسي بالنسبة للزمن يولد قوة كهربائية تؤثر على الشحنات مما يؤكد أن الحقل المغناطيسي المتغير مع الزمن ينتج حقلاً كهربائياً

بالصيغة الرياضية $\int \vec{E} \cdot d\vec{\ell}$

ينص قانون فاراداي بصيغته التكاملية على أن جولان الحقل الكهربائي حول مسار مغلق c (الدارة) يساوي لمعدل الزمني لتغير التدفق المغناطيسي

$$-\frac{d\Phi_m}{dt}$$

معادلة ماكسويل الثانية:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$$

المعنى الفيزيائي:

يدل على عدم وجود شحنات مغناطيسية حقيقية مرة في الطبيعة لذلك فأن التيارات هي التي تولد الحقول المغناطيسية

الشكل التكاملي:

تدفق الحقل $\vec{B}$ من خلال سطح مغلق يساوي الصفر مما يعني أن تكامل المركبة الناظمية للحقل $\vec{B}$ على السطح يساوي الصفر

$$\oint \vec{B} \vec{n} \, ds = 0$$

بتطبيق غوص

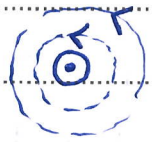
$$\int_v \vec{\nabla} \vec{B} \, dv = 0$$

نستنتج من هذه المعادلة أن تدفق حقل تحريض المغناطيسي $\vec{B}$ من خلال سطح مغلق يساوي الصفر

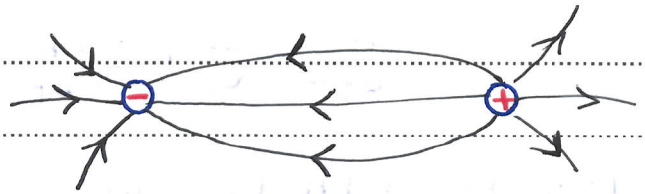
هذا يعني أن عدد خطوط حقل التحريض المغناطيسي $\vec{B}$ التي تدخل الحجم المحدد بالسطح S يساوي عدد خطوط الحقل الخارجة من السطح S ويكون التدفق من السطح المغلق موجباً إذا كانت خطوط الحقل تخرج منه وسالبة إذا دخلت منه

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

إذا كانت سالبة



إذا كانت موجبة



معادلة ماكسويل الثالثة

$$\vec{\nabla} \wedge \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

تعميم لقانون أمبير في المغناطيسية وينص على جولان الحقل المغناطيسي حول محيط مغلق يساوي إلى تيار الناقلية.

الشكل التكاملي:

نأخذ دارة كهربائية مؤلفة من سلك ناقل مكثفة مستوية سعتها C بحيث تكون المسافة الفاصلة بين لبوسيها صغيرة جداً للحصول على حقل كهربائي متجانس ثم نضع الدارة الكهربائية في حقل تحريض مغناطيسي متغير مع الزمن ونطبق مبرهنة ستوكس.

$$\int \vec{\nabla} \wedge \vec{H}\, ds = \int \left(J_c + \frac{\partial D}{\partial t} \right) ds$$

$$\Rightarrow \int \vec{H}\, d\vec{L} = \int (J_c + J_d)\, ds$$

$$\Rightarrow \int \vec{H}\, d\vec{L} = I_c + I_d$$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

J_c: كثافة تيار الناقلية ، J_d: كثافة تيار الانزياح

I_c: تيار الناقلية في السلك الناقل ، I_d: تيار الانزياح في لبوسي المكثفة

$$J_{ToT} = J_c + \frac{\partial D}{\partial t}$$

كثافة التيار الكلية = مجموع كثافتي تيار الناقلية وتيار الازاحة.

حيث تدل هذه المعادلة على أن تغير الحقل الكهربائي بالنسبة للزمن يولد حقلاً مغناطيسياً دواراً إلى جانب تيار الناقلية

معادلة ماكسويل الرابعة:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon}$$

هذه المعادلة تربط بين الحقل الكهربائي $\vec{E}$ ومنبع الحقل التي هي هنا الشحنات الكهربائية الحقيقية المتواجدة في الطبيعة.

هذه المعادلة بشكلها التفاضلي تمثل قانون غوص وتعبر عن شكل آخر لقانون كولوم.

تنص هذه المعادلة على أن تفرق الحقل الكهربائي $\vec{E}$ في نقطة ما يساوي إلى كثافة الشحنات الحجمية ρ المتوضعة في هذه النقطة فقط لا غير مضروبة بالمقدار $\frac{1}{\varepsilon}$.

الشكل التكاملي:

نأخذ سطحاً غوصياً مغلقاً S يحدد حجماً V تتوزع فيه الشحنة Q بكثافة حجمية ρ

ثم نطبق نظرية غوص على المعادلة.

$$\int \vec{\nabla}.\vec{D}\,dv = \int \rho\,dv \Rightarrow \int \vec{D}\,\vec{ds} = Q$$

ds : متجه طويلة عنصر السطح S ، Q : الشحنة الكلية المحتواة داخل السطح S

من معادلات الارتباط :

$$\Rightarrow \int \vec{E}\,\vec{ds} = \frac{Q}{\varepsilon}$$

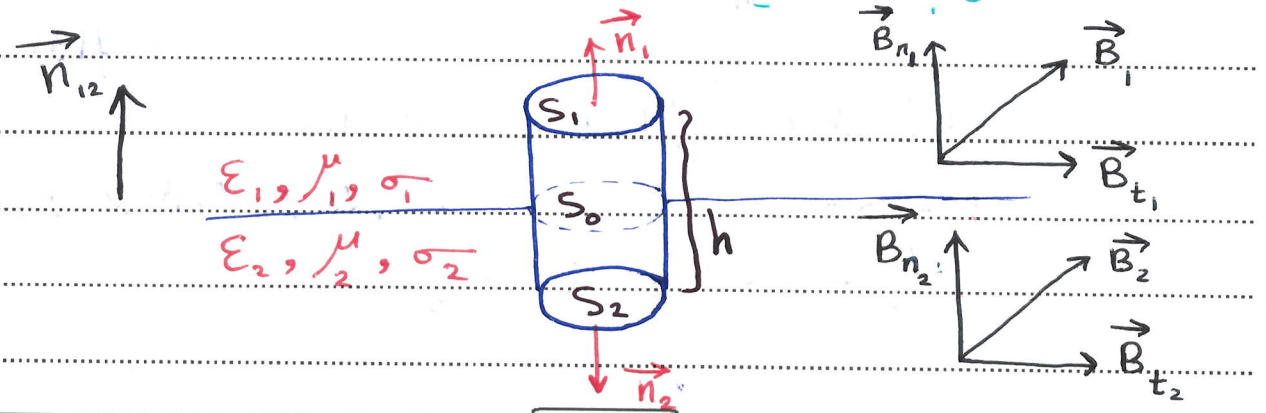
الطرف الأيسر : يمثل التدفق الكلي للحقل $\vec{E}$ من خلال السطح المغلق S

تعبر هذه العلاقة عن قانون غوص الذي ينص على أن تدفق الحقل الكهربائي من خلال أي سطح مغلق S يساوي الشحنة الكلية Q المتوضعة داخل هذا السطح مقسومة على ε

الشروط الحدية:

تحدد معادلات ماكسويل التفاضلية العلاقات بين متجهات الحقول $\vec{B}, \vec{H}, \vec{D}, \vec{E}$ في أي نقطة من الفراغ ولكنها لاتتلاءم عن هذه العلاقات فيما لو اصطدمت الموجات الكهرطيسية بسطح فاصل بين وسطين مختلفين أي فيما لو وجد انقطاع في الوسط فأن الصيغة التكاملية لهذه المعادلات يمكنها تحديد ماحدث على السطح الفاصل بين وسطين مختلفين بالاستفادة من σ, μ, ε حيث يقصد بالشروط الحدية دراسة تغيرات الحقل الكهرطيسي قرب الحدود الفاصلة بين الأوساط

1- استمرار المركبة الناظمية للحقل B :



TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

نطلق من معادلة ماكسويل بصيغتها التكاملية

$$\oint \vec{B}\, d\vec{s} = 0 \quad \ldots (1)$$

يبين الشكل رسماً توضيحياً لسطح الفاصل بين وسطين مختلفين نميز الأول بالمقادير $\sigma_1, \mu_1, \varepsilon_1$ والثاني بالمقادير $\sigma_2, \mu_2, \varepsilon_2$ ولتكن $\vec{e}_n$ و $\vec{e}_t$ متجهها الواحدة محمولتين على الناظم والمماس بالسطح الفاصل على الترتيب

نحلل $\vec{B}$ إلى مركبتين :

$$\vec{B} = B_n \vec{e}_n + B_t \vec{e}_t \quad \ldots (2)$$

نشئ على السطح الفاصل للوسطين المختلفين عنشاء رقيق أسطواني الشكل سماكة h لقاعدتي السطحين S_1 و S_2 وسطحه الجانبي S_3

من معادلة ماكسويل سنستنتج

$$\oint_{S_1} B_{n_1} dS_1 + \oint_{S_2} B_{n_2} dS_2 + \oint_{S_3} B_{n_3} dS_3 = 0 \quad \ldots (3)$$

نختار الاتجاه الموجب الناظم من الوسط الثاني للوسط الأول ثم نطبق العلاقة (2) فيكون n_1 بالاتجاه الموجب و n_2 بالاتجاه السالب فنجد :

$$B_{n_1} S_1 - B_{n_2} S_2 + \overline{B} S_3 = 0$$

فنجد التالي :

$\overline{B}$: قيمة متوسطة لحقل التحريض المغناطيسي على السطح الجانبي

للحصول على الشرط الحدي

$h \to 0$

$S_1 = S_2 \longrightarrow S$; $S_3 = 0$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

$$(B_{n_1} - B_{n_2})\, S_0 = 0 \quad ; \quad S_0 \neq 0$$

$$B_{n_1} - B_{n_2} = 0 \quad \text{أو} \quad e_n (B_1 - B_2) = 0$$

$$B_{n_1} = B_{n_2} \quad \Leftarrow$$

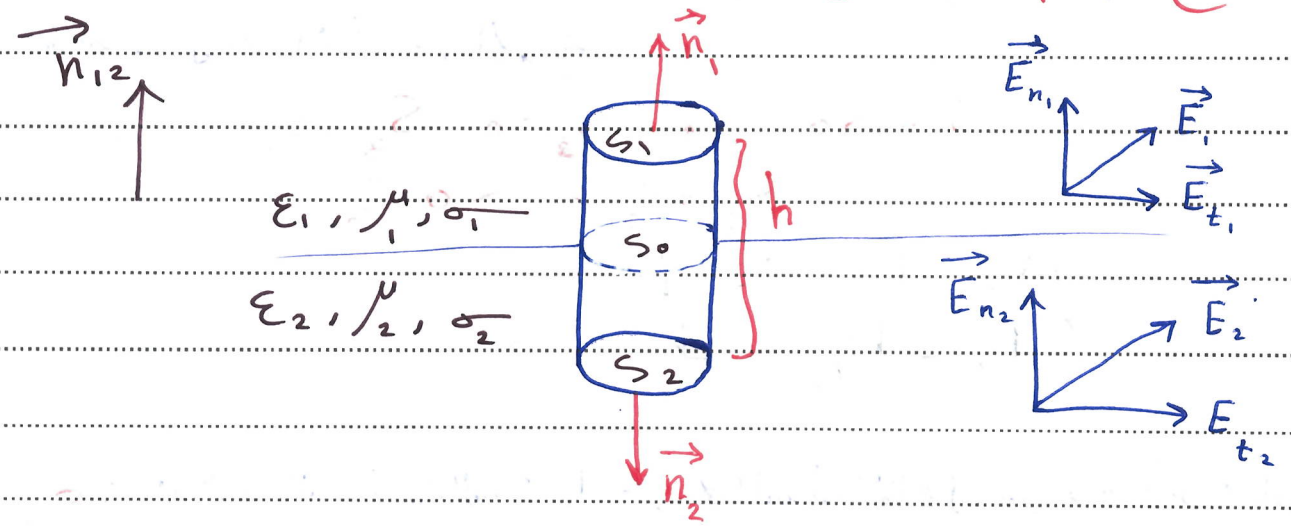
ومنه المركبة الناظمية لحقل التحريض المغناطيسي مستمرة على السطح الفاصل بين وسطين مختلفين ومنه:

$$\Rightarrow \mu_1 H_{n_1} = \mu_2 H_{n_2}$$

$$\Rightarrow \frac{H_{n_1}}{H_{n_2}} = \frac{\mu_2}{\mu_1}$$

المركبة الناظمية للحقل المغناطيسي H منقطعة على السطح الفاصل بمقدار $\frac{\mu_2}{\mu_1}$

② انقطاع المركبة الناظمية لـ E:



TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

ننطلق من الشكل التكاملي لمعادلة ماكسويل:

$$\oint \vec{D}\,\vec{ds} = q \quad \cdots (1)$$

يبين الشكل رسماً توضيحياً للسطح الفاصل بين وسطين مختلفين يتميز الأول بالمقادير $\varepsilon_1, \mu_1, \sigma_1$ والثاني يتميز بالمقادير $\varepsilon_2, \mu_2, \sigma_2$ ولكن $\vec{e}_n$ و $\vec{e}_t$ متجها الواحدة الناظمية والمماسية على السطح الفاصل خلال $\vec{D}$ إلى مركبتين:

$$\vec{D} = D\,\vec{e}_t + D\,\vec{e}_n \quad \cdots (2)$$

نشرئ على السطح الفاصل غشاء رقيق أسطواني الشكل سماكته h قاعدتيه S_1 و S_2 وسطحه الجانبي S_3 من معادلة ماكسويل:

$$\oint_{S_1} Dn_1\,ds_1 + \oint_{S_2} Dn_2\,ds_2 + \oint_{S_3} Dn_3\,dS_3 = q$$

نختار الاتجاه الموجب للناظم من السطح الثاني إلى الأول وعليه نجد:

$$D_{n_1} S_1 - D_{n_2} S_2 + \overline{D}\,S_3 = q$$

$\overline{D}$: القيمة المتوسطة لحقل التحريض الكهربائي على السطح الجانبي.

ولحصول على الشروط الحدية

$$h \to 0 \quad , \quad S_3 = 0$$

$$S_1 = S_2 \longrightarrow S_0$$

$$(D_{n_1} - D_{n_2})\,S_0 = q$$

$$(D_{n_1} - D_{n_2}) = \frac{q}{S_0} = \sigma_s$$

σ_s: الكثافة السطحية للشحنات على السطح الفاصل بين وسطين مختلفين

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

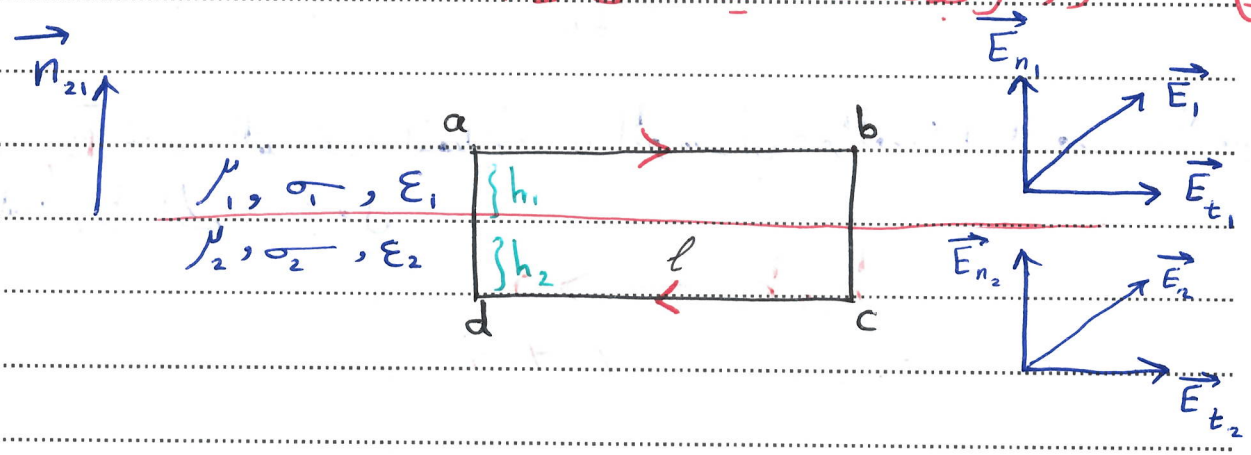
نجد $\vec{D}$ منقطعة على السطح الفاصل بين وسطين عندما تتواجد عليه شحنات سطحية نميز حالتين:

في النواقل: D_n منقطعة لأنها تمتلك كثافة شحنات سطحية

في العوازل: D_n مستمرة وتكون المركبة ناظمية للحقل الكهربائي $\vec{E}$ ومنقطعة عند المواد العازلة وناقلية سوية وتكون قيمة انقطاع مساوية إلى $\frac{\sigma}{\varepsilon}$

$$D = \varepsilon E \Rightarrow \varepsilon_1 E_{n_1} - \varepsilon_2 E_{n_2} = \sigma_s$$

3) استمرار مركبة المماسية للحقل $\vec{E}$:



نتطلق من معادلة ماكسويل

$$\int \vec{E}\, d\vec{l} = -\frac{\partial}{\partial t} \oint \vec{B}\, d\vec{s} \quad \ldots\ldots (1)$$

يبين الشكل رسماً توضيحياً لسطح فاصل بين وسطين يتميز الأول بالمقادير $\varepsilon_1, \sigma_1, \mu_1$ والثاني يتميز بالمقادير $\varepsilon_2, \sigma_2, \mu_2$

نشئ اثناء وقتي على شكل مستطيل على السطح الفاصل بين وسطين طوله ℓ وعرضه بالوسط الأول h_1 وبالوسط الثاني h_2

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

نأخذ الاتجاه الموجب للجولان على المعادلة (1) :

$$\int_a^b E\,d\ell_1 + \int_b^c E(dh_1 + dh_2) + \int_c^d E\,d\ell_2 + \int_d^a E(dh_2 + dh_1) =$$

$$= -\frac{\partial}{\partial t}\int \vec{B}\,d\vec{s}$$

بالتالي :

$$\ell E_{t_1} - h_1 E_{n_1} - h_2 E_{n_2} - \ell E_{t_2} + h_2 E_{n_2} + h_1 E_{n_1} =$$

$$= -\frac{\partial}{\partial t} B_n \ell (h_1 + h_2)$$

حيث B_n قيمة التدفق المغناطيسي الوسطي عبر الغشاء الرقيق وللحصول على الشرط الحدي نجعل

$$h_1, h_2 \longrightarrow 0$$

$$\ell(E_{t_1} - E_{t_2}) = 0 \; ; \quad \ell \neq 0$$

$$\Rightarrow E_{t_1} = E_{t_2}$$

المركبة المماسية للحقل $\vec{E}$ مستمرة عند السطح الفاصل.

نستنتج انقطاع المركبة المماسية لكثافة التيار

$$J = \sigma E$$

بالتعويض :

$$\Rightarrow \frac{J_{t_1}}{\sigma_1} = \frac{J_{t_2}}{\sigma_2} \Rightarrow \frac{J_{t_1}}{J_{t_2}} = \frac{\sigma_1}{\sigma_2}$$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

وهو مقدار انقطاع المركبة كثافة التيار

هذه العلاقة غير محققة من أجل المواد التي تتصف بناقلية فائقة لأنها تمتلك كثافة تيار سطحية J_{sn} ومن جهة أخرى

$$E=0 \Rightarrow \sigma \rightarrow \infty$$

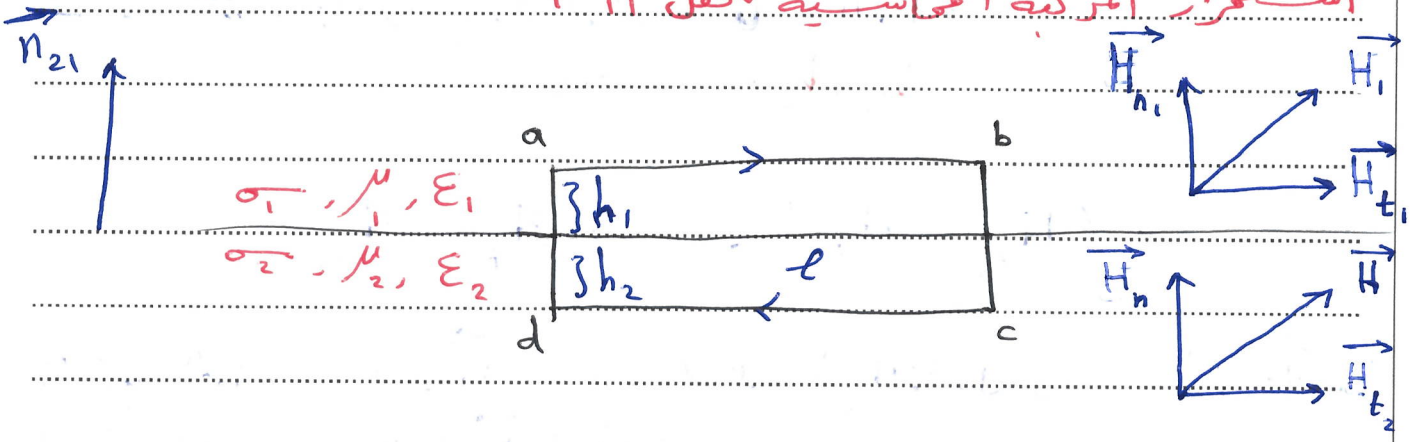
$$H_{t_1} - H_{t_2} = J_{sn} \quad \text{حيث} \quad E = \frac{J}{\sigma}$$

إذا كانت ناقلية الوسط الثاني كبيرة كفاية $\sigma_2 \rightarrow \infty$ فإنه

$E_2 = 0$ و $H_2 = 0$ وتؤول العلاقة السابقة إلى $J_{sn} = H_{t_1}$

نستنتج أن جهة الكثافة السطحية للتيار J_{sn} عامودية على اتجاه الحقل المغناطيسي $\vec{H}$ ويقعان في نفس المستوي.

استمرار المركبة المماسية للحقل $\vec{H}$:



ننطلق من معادلة ماكسويل:

$$\int_c \vec{H}\, d\vec{\ell} = \int_s \left(\vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}\right) ds$$

مادين

بين الشكل حدفاصل بين وسطين مختلفين يتميز الأول بالمقادير $\sigma_1, \mu_1, \varepsilon_1$ والثاني يتميز بالمقادير $\sigma_2, \mu_2, \varepsilon_2$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

نشئ عشاء رقيق على شكل مستطيل طوله ℓ عرضه بالوسط الأول h_1 وبالوسط الثاني h_2 وبأخذ الاتجاه الموجب للحولان

$$\int_a^b H\,d\ell_1 + \int_b^c H(dh_1 + dh_2) + \int_c^d H\,d\ell_2 + \int_d^a H(dh_2 + dh_1) =$$

$$= \int_s \left(\vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}\right) ds$$

$$\ell H_{t_1} - \ell H_{t_2} + h_1 H_{n_1} + h_2 H_{n_2} - h_1 H_{n_1} - h_2 H_{n_2} =$$

$$= \left(J_n + \frac{\partial D_n}{\partial t}\right) \ell (h_1 + h_2)$$

إذا كانت سرعة تغير حقل الانزياح الكهربائي المحددة والمركبة الناظمية لكثافة التيار صغيرة جداً بحيث يمكن إهمالها و

$$h_1, h_2 \longrightarrow 0$$

$$\ell (H_{t_1} - H_{t_2}) = 0 \Rightarrow H_{t_1} = H_{t_2}$$

المركبة المماسية للحقل $\vec{H}$ مستمرة على السطح الفاصل بين وسطين ولكن المركبة المماسية للحقل $\vec{B}$ منقطعة

$$B = \mu H$$

$$\frac{B_{t_1}}{\mu_1} = \frac{B_{t_2}}{\mu_2} \Rightarrow \frac{B_{t_1}}{B_{t_2}} = \frac{\mu_1}{\mu_2}$$

انتهت المحاضرة

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

مكتبة A to Z