كلية العلوم

القسم : الفيزياء

السنة : الثالثة

المادة : فيزياء احصائية

المحاضرة: الرابعة/نظري/كتابة

{{ مكتبة A to Z }}

Facebook Group : مكتبة A to Z

2025

كلية العلوم ، كلية الصيدلة ، الهندسة التقنية

يمكنكم طلب المحاضرات برسالة نصية (SMS) أو عبر (What's app-Telegram) على الرقم 0931497960

الجملة المغلقة:

هي الجملة التي لا تتبادل المادة مع الوسط الخارجي وإنما تتبادل الحرارة والعمل ويمكن اعتبار حالة التوازن في الجملة المغلقة الحالة التي يكون فيها الفقد في الطاقة في حدوده الدنيا (معدوم) ويعبر عن ذلك بواسطة تابع هلمهولتز F بالشكل التالي

$$F = F_{min}$$

ومن جهة أخرى التوابع الترموديناميكية:

$$F = u - Ts$$

$$F(T, v)$$

$$dF = -S\,dT - p\,dv$$

مسؤولية سويات الطاقة بتغير الطاقة الداخلية:

السؤال: وضح كيف يكون شكل سويات الطاقة للجملة الواقعة في حالة التوازن الترموديناميكي إذا كانت:

(أ) الطاقة الداخلية للجملة ثابتة.

(ب) عند إجراء تحول يطرأ فيه تغير في الطاقة الداخلية للجملة

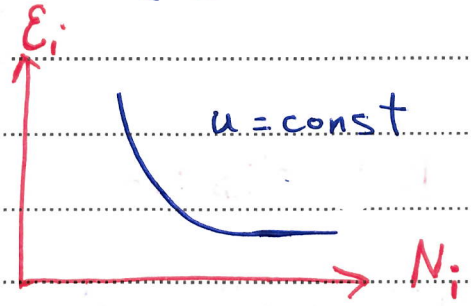
(ج) إذا كان التحول متساوي الحجم وإذا كان التغير متغير الحجم وكظوم

عند وقوع الجملة في حالة توازن ترموديناميكي يكون الطاقة الداخلية للجملة ثابتة أي:

$$u = \sum_i \varepsilon_i N_i = const$$

أي أن $du=0$ وتمثل هذه الحالة بيانياً:

(أ)



وعندما يتم إجراء أي تحول يؤدي فيه إلى تغير في الطاقة الداخلية للجملة في الزيادة فأن $du>0$ فأن هذه الزيادة ناتجة حسب القانون الأول في الترمودينامياك $du=\delta Q-\delta w$

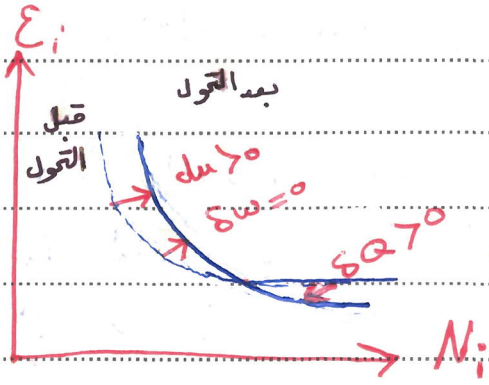
أما التغير في الطاقة الداخلية يكون ناتج إما عن تغير في كمية الحرارة أو العمل المبذول في الجملة أو كليهما ويمكن تفسير ذلك على الصعيد المجهري في عبارة الطاقة الداخلية

$$du=\sum_i d(\varepsilon_i, N_i)$$

$$\Rightarrow du=\underbrace{\sum_i \varepsilon_i\, dN_i}_{\delta Q\geq 0}-\underbrace{\sum_i N_i\, d\varepsilon_i}_{\delta w>0}$$

حيث يعبر الحد الأول عن التغير في كمية الحرارة والحد الثاني عن التغير الناجم بين الزيادة في العمل المقدم من الجملة للوسط الخارجي أو نقصان في الحالة المعاكسة ويمكن التعبير عن ذلك بيانياً:

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة



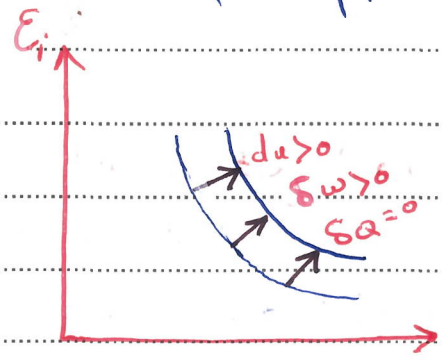
(ب)

تحول متساوي الحجم إي إعادة توزع الجسيمات على سويات الطاقة

$$du = \delta Q = \sum_i \varepsilon_i \, dN_i$$

أي تتناقص رقم الاشغال للسوية N_i عند السوية الدنيا للطاقة ويزداد عند السوية العليا

وإذا كان التحول كظوم متغير الحجم وكظوم



(ج)

تحول متغير الحجم (كظوم) حيث تتراوح سويات الطاقة مع محتواها إلى مستويات أعلى

في الحالة (c) : حيث يحدث تغير كظوم أي تغير كمية الحرارة أي لا تتبادل الجملة الحرارة مع الوسط أي $\delta Q = 0$ وبالتالي يكون تغير الطاقة الداخلية إلى :

$$du = \delta W = \sum d\varepsilon_i \, N_i$$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

يحصل انزياح بسويات الطاقة بكامل محتواها في حين يبقى
رقم الاشغال N_i ثابت

في الحالة (a): سويات الاشغال ثابتة أي لا تتغير أي هنا أن الزيادة الحاصلة في الطاقة الداخلية للجملة ناتجة عن الزيادة الحاصلة في كل جسيم من جسيمات الجملة المائة للسوية (i)

أكتب عبارة الطاقة الداخلية للجملة الترموديناميكية على الصعيد المجهري:

$$du = \sum_i d(N_i, \varepsilon_i)$$

$$= \sum_i \varepsilon_i dN_i - \sum_i d\varepsilon_i N_i$$

$\sum_i \varepsilon_i dN_i$: $\delta Q > 0$ — $\sum_i d\varepsilon_i N_i$: $\delta W > 0$

المبادئ الأساسية في العد:

نميز في الجمل الترموديناميكية نوعين من الجسيمات:

أ: جسيمات كلاسيكية متمايزة A, B, C, D تخضع لاحصاء ماكسويل بولتزمان

ب: جسيمات كمية غير متمايزة تخضع لاحصاء بوز اينشتاين او فيرمي ديراك

* لمعرفة عدد الحالات الماكروية الاجمالية N_0 الناتج عن توزع N جسيم متمايز أو غير متمايز على N_ε سوية نستخدم العلاقة الاحصائية التالية:

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

$$N_o = \frac{(N + N_\varepsilon - 1)!}{N!(N_\varepsilon - 1)!}$$

مثال: عدد طرق توزع N سوية $N=3$ حسيم على $N_\varepsilon = 2$ سوية طاقية

الحل:

$$N_o = \frac{(N + N_\varepsilon - 1)!}{N!(N_\varepsilon - 1)!} = \frac{4!}{3!(2-1)!} = \frac{4!}{3!} = 4$$

نعبر عن توزع الجسيمات على السويات عند كل حالة ماكروية بالشكل التالي $(N_{\varepsilon_1}, N_{\varepsilon_2})$

فنكتب هذه الحالات بالشكل التالي:

$$\{(3,0), (0,3), (2,1), (1,2)\}$$

* لمعرفة عدد الحالات الميكروية الاحمالي N_o الناتج عن توزع N جسيم متمايز على N_ε سوية متقللة فإذا كانت الجسيمات متمايزة سنستخدم هذه العلاقة: $W = N_o = (N_\varepsilon)^N$

وإذا كانت إحدى السويات متقللة لعدد N_g من الخلايا فنحسب عدد حالات التوزع داخل السوية على الخلايا بالعلاقة

$$W = N_o = (N_g)^N$$

مثال:

عدد طرق التوزع $N=3$ جسيم متمايز (A,B,C) على $N_\varepsilon = 2$

الحل:

$$N_o = (2)^3 = 8 = (N_\varepsilon)^N$$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

$(AB^{\varepsilon_1}c^{\varepsilon_2}, -)$, $(-^{\varepsilon_1}, AB^{\varepsilon_2}c)$, $(A^{\varepsilon_1}, Bc^{\varepsilon_2})$, $(B^{\varepsilon_1}, Ac^{\varepsilon_2})$,
$(c^{\varepsilon_1}, AB^{\varepsilon_2})$, $(A^{\varepsilon_1}B^{\varepsilon_2}, c)$, $(Ac^{\varepsilon_1}, B^{\varepsilon_2})$, $(Bc^{\varepsilon_1}, A^{\varepsilon_2})$

$(3,0)$, $(0,3)$, $(1,2)$, $(1,2)$, $(1,2)$, $(2,1)$,
$(2,1)$, $(2,1)$

* لمعرفة عدد الحالات الميكروية الاجمالي N_0 الناتج عن توزع المسبق لـ N جسيم على N_ε سوية بالشكل:

$$(N_{\varepsilon_1}, N_{\varepsilon_2}, N_{\varepsilon_3}, \dots)$$

نستخدم العلاقة الاحصائية التالية:

$$W = N_0 = \frac{N!}{\prod N_{\varepsilon_i}!} = \frac{N!}{N_{\varepsilon_1}!\, N_{\varepsilon_2}!\, N_{\varepsilon_3}!}$$

مثال: عدد طرق توزع جسيم $N=3$ مقاير (A,B,c) موزعة على $N_\varepsilon = 2$ سوية بالشكل المسبق على النحو التالي:

$(1^{\varepsilon_1}, 2^{\varepsilon_2})$, $(2,1)$, $(3,0)$

$$(3,0) \Rightarrow N_0 = \frac{3!}{N_{\varepsilon_1}!\, N_{\varepsilon_2}!} = \frac{3!}{3! \times 0!} = 1$$

$$\Rightarrow \underbrace{\left\{ (ABc^{\varepsilon_1}, -^{\varepsilon_2}) \right\}}_{(3,0)}$$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

$(2,1) \Rightarrow N_o = \frac{3!}{2! \times 1!} = 3$

$\Rightarrow$ $\underbrace{\{(AB,c)\ (Ac,B)\ (Bc,A)\}}_{(2,1)}$

$(1,2) \Rightarrow N_o = \frac{3!}{2! \times 3!} = 3.$

$\underbrace{\{(c,AB)\ (B,Ac)\ (A,Bc)\}}_{(1,2)}$

مثال: جملة معزولة درجة حرارتها $T(k^\circ)$ ثابتة مكونة من جسيمات متمايزان $N=2$ يوزعان على ثلاث سويات للطاقة وبحيث طاقتها الداخلية ~~الطاقة~~ $U = 4\varepsilon_o$ حيث $\varepsilon_o = kT(J)$

فإذا علمت أن طاقة هذه السويات هي

$\varepsilon_1 = \varepsilon_o$, $\varepsilon_2 = 2\varepsilon_o$, $\varepsilon_3 = 3\varepsilon_o$

وأن درجات تحلل هذه السويات هي:

$g(\varepsilon_1) = 1$, $g(\varepsilon_2) = 2$, $g(\varepsilon_3) = 3.$

المطلوب: ① أوجد حالات التوزع الماكروي الممكنة المحققة لشرط ثبات الطاقة الداخلية ② ثم أوجد التمثيل عدد حالات التوزع الميكروي الموافقة لكل حالة توزع ماكروي ممكن ③ ثم أوجد الوزن الاحصائي W أوجد حالة التوازن من بين حالات التوزع الماكروي الممكنة.

الحل: نوجد العدد الإجمالي لحالات التوزع الماكروي ثم ننتخب منها الحالات الممكنة فقط (العدد الإجمالي لحالات التوزع الماكروي):

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

$$N_0 = \frac{(N + N_\varepsilon - 1)!}{N!\,(N_\varepsilon - 1)!} = \frac{(2+3-1)!}{2!\,(3-1)!} =$$

$$= \frac{4!}{2!\,2!} = 6$$

تمثيل توزيع الجسيمات على السويات عند كل حالة ماكروية بالشكل:

$$(N_1, N_2, N_3) \quad \varepsilon_1\ \varepsilon_2\ \varepsilon_3$$

$$\{(2,0,0)\ N_0,\ (0,2,0)\ ok,\ (0,0,2)\ N_0,\ (0,1,1)\ N_0,\ (1,0,1)\ ok,\ (1,1,0)\ N_0\}$$

نلاحظ أن كل حالة تحقق شرط ثبات العدد الإجمالي:

$$N = \sum_{i=1}^{3} N_i = 2.$$

ولا يجاد حالات التوزع الماكروي المحققة بشرط ثبات الطاقة الداخلية

$$u = 4\varepsilon_0$$

نضيف قانون انحفاظ الطاقة الداخلية

$u = \sum N_i \varepsilon_i$ على كل حالة من حالات التوزع الماكروي الستة ثم نوجد الوزن الاحصائي لها للحالات المقبولة فقط (المحققة للشرط) بتصنيف قواعد التوزع السابقة وتمثيلها كما يلي:

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

$U_1 = 2 \times \varepsilon_0 + 0 + 0 = 2\varepsilon_0$

$\Rightarrow U_{(2,0,0)} = 2\varepsilon_0 \neq 4\varepsilon_0 \Rightarrow$ مرفوضة N_0

$U_{(0,2,0)} = 0 + 2 \times \varepsilon_0 + 0 = 4\varepsilon_0 \Rightarrow$ مقبولة ok

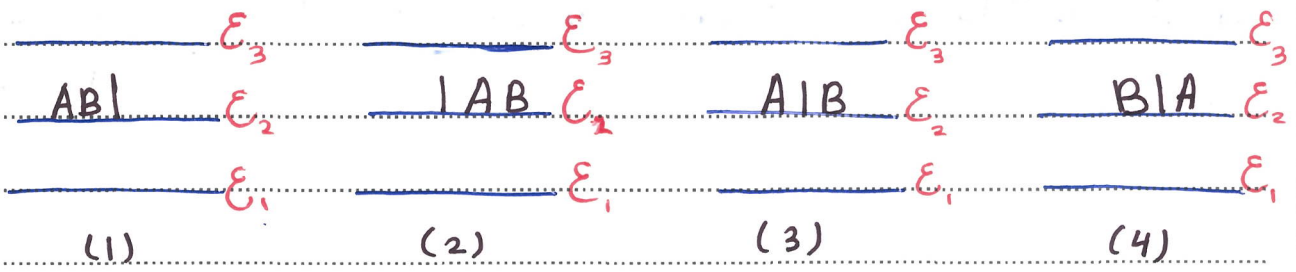
وبتطبيق قاعدة توزع N جسيم متمايز في الحالة الثانية على خليتين $g=2$ (N_{g_1}, N_{g_2})

$\varepsilon_1 \quad \varepsilon_2$

إذن الخلية الثانية متحللة

$$W = (N_g)^N = 2^2 = 4$$

وتمثلها بالشكل:



هذه الحالات متساوية الاحتمال

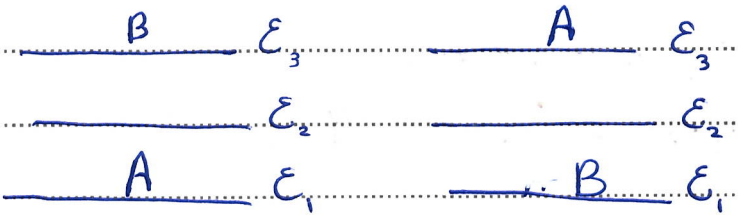
وبتطبيق قاعدة التوزع المسبق لـ N جسيم متمايز

$$W = N_0 = \frac{N!}{N_{\varepsilon_1}!\, N_{\varepsilon_2}!\, N_{\varepsilon_3}!} = \frac{2!}{1!\,0!\,1!} = 2$$

هون منكتب ملاحظة * يلي بالصفحة ١٠.

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

كمثلها



$U_{(1,1,0)} = 1 \times \varepsilon_0 + 1 \times 2\varepsilon_0 + 0 \times 3\varepsilon_0 = 3\varepsilon_0 \Rightarrow$ مرفوض

$\Rightarrow$ لايحقق الشرط

حالة التوازن:

هي الحالة الماكروية الموافقة لأكبر عدد من الحالات الميكروية ذات الوزن الاحصائي الأعظمي لذلك نقول بأن الحالة التي تمضي فيها الجملة معظم الوقت وفي مثالنا تكون الحالة $(0,2,0)$ هي حالة التوازن

ملاحظة: إذا كان صف وكان يوجد أكثر من حالة واحدة بنفس الوزن الاحصائي فنأخذ من بينهم تلك الحالة التي تكون فيها الطاقة الداخلية منها أقل

ملاحظة ★:

$U_{(0,0,2)} = 0 + 0 + 2 \times 3\varepsilon_0 = 6\varepsilon_0 \neq 4\varepsilon_0 \Rightarrow$ مرفوض N_0

$U_{(0,1,1)} = 0 + 1 \times 2\varepsilon_0 + 1 \times 3\varepsilon_0 = 5\varepsilon_0 \Rightarrow N_0$

$U_{(1,0,1)} = 1 \times \varepsilon_0 + 0 + 1 \times 3\varepsilon_0 = 4\varepsilon_0 \Rightarrow ok$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

مكتبة A to Z