كلية العلوم

القسم : **الفيزياء**

السنة : **الثانية**

المادة : فيزياء كمومية

المحاضرة : الثامنة /نظري/كتابة

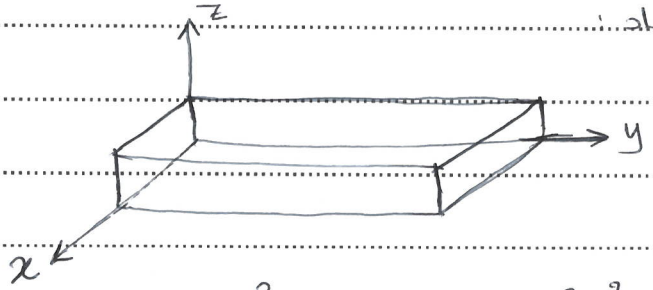
{{ مكتبة A to Z }}

Facebook Group : مكتبة A to Z

يمكنكم طلب المحاضرات برسالة نصية (SMS) أو عبر(What's app-Telegram)على الرقم 0931497960

معادلة شرودنغر المستقلة عن الزمن

دراسة حركة الكمون ثلاثي الأبعاد:



$$\nabla^2\psi(x,y,z) + \frac{8\pi^2 m}{h^2}[E\psi(x,y,z) = 0 \quad *$$

معادلة تفاضلية جزئية تحتوي على ثلاث متحولات

إن الخطوة الأولى هي أن نفرض أن متحولات قابلة للفصل أي أن حل معادلة منها

نفرض $\psi(x,y,z) = \psi(x)\psi(y)\psi(z)$

حيث $\psi(x)$ تمثل تابع موجي يتوقف فقط على المتحول x

حيث $\psi(y)$ تمثل تابع موجي ~ ~ ~ ~ ~ y

حيث $\psi(z)$ ~ ~ ~ ~ ~ ~ ~ ~ ~ z

بالتعويض في *

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right)\psi(x)\psi(y)\psi(z) + \frac{8\pi^2 m}{h^2}[\psi(x)\psi(y)\psi(z) = 0$$

لطالما $\frac{\partial^2}{\partial x^2}$ يؤثر على $\psi(y)$ و $\psi(z)$

~ ~ ~ $\frac{\partial^2}{\partial y^2}$ ~ ~ ~ ~ $\psi(x)$ و $\psi(z)$

~ ~ ~ $\frac{\partial^2}{\partial z^2}$ ~ ~ ~ ~ $\psi(x)$ و $\psi(y)$

$$\psi(y)\psi(z)\frac{\partial^2\psi(x)}{\partial x^2} + \psi(x)\psi(z)\frac{\partial^2\psi(y)}{\partial y^2} + \psi(x)\psi(y)\frac{\partial^2\psi(z)}{\partial z^2} + \frac{8\pi^2 m}{h^2}E\,\psi(x)\psi(y)\psi(z)$$

بالآن نقسم المعادلة على $\psi(x)\psi(y)\psi(z)$

$$\frac{1}{\psi(x)}\frac{\partial^2\psi(x)}{\partial x^2} + \frac{1}{\psi(y)}\frac{\partial^2\psi(y)}{\partial y^2} + \frac{1}{\psi(z)}\frac{\partial^2\psi(z)}{\partial z^2} = -\frac{8\pi^2 m}{h^2}E$$

$$\alpha^2 x + \alpha^2 y + \alpha^2 z = \frac{8\pi^2 m}{h^2}E$$

$$E = \frac{h^2}{8\pi^2 m}(\alpha^2 x + \alpha^2 y + \alpha^2 z)$$

$$\frac{\partial^2\psi x}{\partial x^2} + \alpha^2 x\,\psi(x) = 0$$

$$\psi(x) = \sqrt{\frac{2}{a}}\sin\frac{n_x\pi}{\alpha}x$$

$$\psi(y) = \sqrt{\frac{2}{a}}\sin\frac{n_y\pi}{\alpha}y$$

$$\psi(z) = \sqrt{\frac{2}{a}}\sin\frac{n_z\pi}{\alpha}z$$

$$\psi(x,y,z) = \sqrt{\frac{8}{a.b.c}}\sin\frac{n_x\pi}{a}x\sin\frac{n_y\pi}{b}y\sin\frac{n_z\pi}{c}.z$$

حيث a و b و c ابعاد الخزانة

$$E = E_x + E_y + E_z = \frac{h^2}{8m}\left(\frac{n_x^2}{a^2} + \frac{n_y^2}{b^2} + \frac{n_z^2}{c^2}\right)$$

$$E = \frac{h^2}{8ma^2}(n_x^2 + n_y^2 + n_z^2)$$

$$n_x = n_y = n_z = 1$$

$$E_{(1,1,1)} = \frac{3h^2}{8ma^2}$$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

الهزاز التوافقي البسيط :

شرط : تحدث قوة مرجعية تعيد الجسم إلى مركز التوازن عند ما يختل هذا التوازن

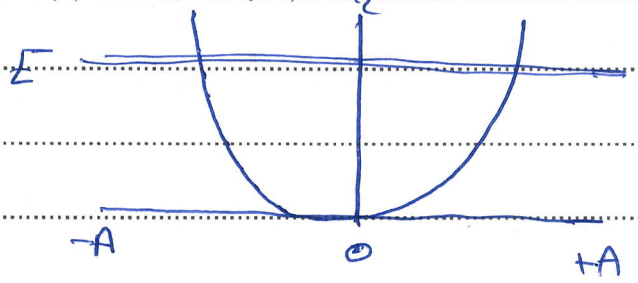
$$F = -kx = -m\cdot\omega^2\cdot x$$

علاقة هوك

الطاقة الكامنة للهزاز توافقي تعطى بالعلاقة:

$$V(x) = -\int_0^x F\,dx = -\int_0^x -m\,\omega^2 x\,dx$$

$$V(x) = \frac{1}{2}m\cdot\omega^2\cdot x^2 \Rightarrow V(x) = \frac{1}{2}kx^2$$



ترتبط A و E بالعلاقة $E = \frac{1}{2}m\omega^2A^2$

من أجل دراسة كوانتية نكتب معادلة شرودينجر الموافقة التالية

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2} + \frac{2m}{\hbar^2}\left(E - \frac{1}{2}m\omega^2x^2\right)\psi = 0$$

التحقق من التعليلات الآتية :

عن معرفتنا الكوانتية يمكن توقع التعليلات الآتية على الوجه التالي :

a- لن يكون الطيف مستمراً إنما منقطع

b- لن تكون الطاقة المنطبقة $E=0$ إذا قيمة صغرى محددة $E = E_0$.

c- تزداد احتمال في نفوذ الجسيم عبر البئر الكموني والذهاب إلى أقصى من $A \pm$.

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

$$y = \left(\frac{m\omega}{\hbar}\right)^{1/2} x \quad , \quad \lambda = \frac{2E}{\hbar\omega} \quad \ldots (74)$$

وبالتعويض:

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + (\lambda - y^2)\psi = 0$$

$$\psi = H_n e^{-r^2/2}$$

$$\frac{d^2 H_n}{dy^2} - 2y \frac{dH_n}{dy} + (\lambda - 1) H_n = 0 \quad \ldots 77$$

لنبحث عن الحل العام للمعادلة

$$H_n = \sum_{K=0}^{\infty} A_K y^K$$

نعوض في المعادلة 77 ← H_n

$$\sum_{K=2}^{\infty} K(K-1) A_K y^{K-2} - \sum_{K=0}^{\infty} 2K A_K y^K + (\lambda - 1) \sum_{K=0}^{\infty} A_K y^K = 0 \quad \ldots (79)$$

$$\sum_{K=0}^{\infty} \{(K+1)(K+2) A_{K+2} - (2K - \lambda + 1) A_K\} y^K \quad \ldots (80)$$

$$(K+1)(K+2) A_{K+2} - (2K - \lambda + 1) A_K = 0$$

$$A_{K+2} = \frac{2K + 1 - \lambda}{(K+2)(K+1)} A_K \quad ; \quad K = 1, 2, 3 \ldots$$

$$\lambda = 2n + 1$$

$$A_{K+2} = \frac{2(K-n)}{(K+2)(K+1)} A_K$$

إذن $\lambda = \frac{2E}{\hbar\omega}$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

أهم علاقة لتفسير بلانك لاشعاع جسم اسود:

$$E_n = \lambda \cdot \frac{\hbar\omega}{2} = \frac{(2n+1)(\hbar\omega)}{2} = (n+\frac{1}{2})\hbar\omega \quad ; n = 0,1,2,\ldots$$

إذا كان $n=0$ فإن $E_0 = \frac{1}{2}\hbar\omega$

• عندما تتوازن الهزاز التوافقي مع محيطه فإنه $E \sim E_0$

(دراسو الميكروفيزيك في مقرر)

المؤثرات:

$$\hat{H}\psi = E\psi$$

• المؤثر هو عملية رياضية تؤثر على تابع أو تؤثر على تابع لغة أو ضرب تابع برقم

• تبقى تأثير هذا المؤثر في شكل على تابع موجي أي جميع توابع موجة.

• وجود قيمة ذاتية تعبر عن هذا المؤثر من شكل على تابع موجة أي جميع توابع موجة.

$$\frac{\partial}{\partial x}5 + 5\frac{\partial}{\partial x}$$

$$C\psi = (\hat{A}+\hat{B})\psi \Rightarrow \hat{A}\psi + \hat{B}\psi$$

$$\hat{A}\psi = L\psi$$

$$5\hat{A}\psi = 5L\psi$$

$$\hat{A}\hat{B} - \hat{B}\hat{A} = [\hat{A}\hat{B}]$$ قبدل

$$-\hat{A}\hat{B} + \hat{B}\hat{A} = [\hat{B}\hat{A}]$$ قبدل

ملاحظة: وجود [ ] يعني قبدل

$$[\hat{A}\hat{B}] = -[\hat{B}\hat{A}]$$

انتهت المحاضرة.

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة