كلية العلوم

القسم : **الفيزياء**

السنة : **الاولى**

المادة : هندسة تحليلية

المحاضرة : الخامسة/عملي/

{{ مكتبة A to Z }}

Facebook Group : مكتبة A to Z

يمكنكم طلب المحاضرات برسالة نصية (SMS) أو عبر(What's app-Telegram)على الرقم 0931497960

المحاضرة السادسة - مبنى الرياضيات - د: هالة محمد

أ: محسن محمود

السؤال الأول) أوجد المعادلات الوسيطية والمعادلات الأساسية

لمستقيم يمر بالنقطة $M_0(4,3,1)$ وموازي الشعاع $\vec{u}(1,-1,2)$

الحل) المعادلات الوسيطية

$$\begin{aligned} x &= 4 + \lambda \\ y &= 3 - \lambda \quad \lambda \in R \\ z &= 1 + 2\lambda \end{aligned}$$

المعادلات الأساسية

$$\frac{x-4}{1} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z-1}{2}$$

السؤال الثاني) أوجد المعادلات الوسيطية للمستقيم المار من النقطتين

$M_1(1,0,2)$ $M_2(-1,3,4)$

نأخذ نقطة وشعاع موازي

$\vec{u} = \overrightarrow{M_1M_2}(-2,3,2)$

ونختار $M_1(1,0,2)$

$$\begin{aligned} x &= 1 - 2\lambda \\ y &= 0 + 3\lambda \quad \lambda \in R \\ z &= 2 + 2\lambda \end{aligned}$$

الأساسية

$$\frac{x-1}{-2} = \frac{y-0}{3} = \frac{z-2}{2}$$

السؤال الثالث) اكتب المعادلة الوسيطية للمستقيم المعين بالمستويين الآتيين:

$$P_1: 2x - 3y + 6z - 12 = 0$$
$$P_2: x - 3y + 3z - 6 = 0$$

الحل)

$$\vec{V} = \vec{N_1} \wedge \vec{N_2} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2 & -3 & 6 \\ 1 & -3 & 3 \end{vmatrix}$$

$$= \vec{i} \begin{vmatrix} -3 & 6 \\ -3 & 3 \end{vmatrix} + \vec{j} \begin{vmatrix} 2 & 6 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} + \vec{k} \begin{vmatrix} 2 & -3 \\ 1 & -3 \end{vmatrix}$$

$$= 9\vec{i} - 3\vec{k}$$

يلزمنا نقطة

نفرض $\boxed{z = 1}$

$$2x - 3y + 6 - 12 = 0 \Rightarrow 2x - 3y - 6 = 0 \quad \text{---} (1)$$
$$x - 3y + 3 - 6 = 0 \Rightarrow x - 3y - 3 = 0 \quad \text{---} (2)$$

نضرب المعادلة (2) $\times (-1)$ ونجمع

$$2x - 3y - 6 = 0 \quad \text{---} (1)$$
$$-x + 3y + 3 = 0 \quad \text{---} (2)'$$

بالجمع $\quad x - 3 = 0$

$$\boxed{x = 3}$$

نعوض في (1)

$$2(3) - 3y - 6 = 0$$

$$\boxed{y = 0}$$

$$M_0(3, 0, 1)$$

$$d: \begin{cases} x = 3 + 9\lambda \\ y = 0 \\ z = 1 - 3\lambda \end{cases}$$

السؤال الرابع) أوجد معادلة المستقيم القاطع للمستقيمين

$$D_1 \begin{cases} x - y + z = 0 \\ x - 2z - 2 = 0 \end{cases} \qquad D_2 : \begin{cases} 2x + y - 1 = 0 \\ y + z - 4 = 0 \end{cases}$$

والموازي للمتجه $\vec{v}(1,5,-3)$

الحل) نوجد معادلة المستوي الحاوي D_1

$$P_{1\lambda} : (1+\lambda)x - y + (1-2\lambda)z - 2\lambda = 0$$

$$\vec{v} \perp \vec{n}_{\lambda}^{1} \Rightarrow \vec{v} \cdot \vec{n}_{\lambda}^{1} = 0$$

$$(1,5,-3)(1+\lambda, -1, 1-2\lambda)$$

$$1 + \lambda - 5 - 3 + 6\lambda = 0$$

$$7\lambda - 7 = 0$$

$$\boxed{\lambda = 1}$$

نعوض في المستوي.

$$P_1 : 2x - y - z - 2 = 0$$

نوجد معادلة المستوي الحاوي D_2.

$$P_{2\lambda} : 2x + (1+\lambda)y + \lambda z - 1 - 4\lambda = 0$$

$$\vec{v} \cdot \vec{n}_{2\lambda} = 0 \Rightarrow (1,5,-3)(2, 1+\lambda, \lambda) = 0$$

$$2 + 5 + 5\lambda - 3\lambda = 0$$

$$7 - 2\lambda = 0$$

$$\boxed{\lambda = \frac{7}{2}}$$

$$P_2 : 4x - 5y - 7z + 26 = 0$$

$$D : \begin{cases} 2x - y - z - 2 = 0 \\ 4x - 5y - 7z + 26 = 0 \end{cases}$$

السؤال الخامس) أوجد معادلتي العمودي المشترك للمستقيمين المفروضين التاليين

$$D_1 \begin{cases} x - y + z = 0 \\ x - 2z - 2 = 0 \end{cases} \qquad D_2 \begin{cases} 2x + y - 1 = 0 \\ y + z - 4 = 0 \end{cases}$$

$\vec{v_1} = \vec{N_1} \wedge \vec{N_2}$ ، $\vec{v_2} = \vec{N_3} \wedge \vec{N_4}$ حيث $\vec{v} = \vec{v_1} \wedge \vec{v_2}$ نوجد الشعاع $\vec{v}$ وهو

$$\vec{N_1} \wedge \vec{N_2} = \vec{v_1} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & -2 \end{vmatrix} = 2\vec{i} + 3\vec{j} + \vec{k}$$

$$\vec{N_3} \wedge \vec{N_4} = \vec{v_2} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{vmatrix} = \vec{i} - 2\vec{j} + 2\vec{k}$$

$$\vec{v_1} \wedge \vec{v_2} = \vec{v} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 2 & 3 & 1 \\ 1 & -2 & 2 \end{vmatrix} = 8\vec{i} - 3\vec{j} - 7\vec{k}$$

$$\vec{v}(8, -3, -7)$$

نوجد معادلة المستوي المار من D_1 والموازي لـ $\vec{v}$ (المستوي المار من D_1) ونوازي $\vec{v}$

$$P_{1\lambda} : (1+\lambda)x - y + (1-2\lambda)z - 2\lambda = 0$$

$$\vec{v} \cdot \vec{N_\lambda} = 8(1+\lambda) - 3(-1) - 7(1-2\lambda) = 0$$

$$8 + 8\lambda + 3 - 7 + 14\lambda = 0$$

$$22\lambda + 4 = 0$$

$$22\lambda = -4$$

$$\lambda = -\frac{2}{11}$$

$$P_1 : \left(1 - \frac{2}{11}\right)x - y + \left(1 + \frac{4}{11}\right)z + \frac{4}{11} = 0$$

$$P_1 : 9x - 11y + 15z + 4 = 0$$

$P_{2\lambda}$: $2x + (1+\lambda)y + z + (-1-4\lambda) = 0$

$\vec{P} \cdot \vec{N}_{2\lambda} = 8(2) + (1+\lambda)(-3) - 7(1) = 0$

$16 - 3 - 3\lambda - 7 = 0$

$-3\lambda = -6$

$\lambda = 2$

$P_{2\lambda}$: $2x + 3y + z - 9 = 0$

$$D: \begin{cases} 9x - 11y + 15z + 4 = 0 \\ 2x + 3y + z - 9 = 0 \end{cases}$$

وتبرير واضح