كلية العلوم

القسم : **الفيزياء**

السنة : **الاولى**

المادة : تحليل رياضي٢

المحاضرة : **الثالثة/عملي/**

{{ مكتبة A to Z }}

Facebook Group : مكتبة A to Z

كلية العلوم ، كلية الصيدلة ، الهندسة التقنية

٢

2025

يمكنكم طلب المحاضرات برسالة نصية (SMS) أو عبر(What's app-Telegram)على الرقم 0931497960

1) $\int \frac{3x-4}{x^2-4x+3}$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$= 16 - 4(1)(3) = 4 > 0 \quad \sqrt{4} = 2$

$x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{4+2}{2} = 3$

$x_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{4-2}{2} = 1$

$x^2-4x+3 = (x-3)(x-1)$

$\frac{3x-4}{(x-3)(x-1)} = \frac{A}{(x-3)} + \frac{B}{(x-1)}$

$(x-1) \quad (x-3)$

$3x-4 = A(x-1)+B(x-3)$

$= 3x-4 = Ax-A+Bx-3B$

بالمطابقة:

$x^1: A+B=3$

$x^0: -A-3B=-4$

$\Rightarrow -2B = -1 \Rightarrow B = \frac{1}{2}$

$A+\frac{1}{2}=3 \Rightarrow A = \frac{5}{2}$ ومنه

$$\Rightarrow \int \frac{\frac{5}{2}}{x-3} + \frac{\frac{1}{2}}{x-1}\,dx$$

$$= \frac{5}{2}\ln(x-3) + \frac{1}{2}\ln(x-1)$$

ملاحظة

$$(x^2-a)^3 = \frac{Ax+B}{(x^2+a)} + \frac{cx+D}{(x^2+a)^2} + \frac{Ex+F}{(x^2+a)^3}$$

[2] $\int \frac{x^3+x^2+2}{(x^2+2)^2}\,dx$

$$\frac{x^3+x^2+2}{(x^2+2)^2} = \frac{Ax+B}{(x^2+2)} + \frac{cx+D}{(x^2+2)^2}$$

(x^2+2)

$$x^3+x^2+2 = (Ax+B)(x^2+2) + (cx+D)$$

$$= Ax^3 + 2Ax + Bx^2 + 2B + cx + D$$

$x^3: A=1 \qquad x^2: B=1$ — المطابقة

$x^1: 2A+c=0 \Rightarrow 2+c=0 \Rightarrow c=-2$

$x^0: 2B+D=2 \Rightarrow 2+D=2 \Rightarrow D=0$

$$\Rightarrow \int \frac{x+1}{(x^2+2)} + \frac{-2x}{(x^2+2)^2}\,dx = \frac{1}{2}\int 2\frac{x}{x^2+2} + \frac{1}{x^2+2} + \frac{-2x}{(x^2+2)^2}\,dx$$

$$= \frac{1}{2}\ln(x^2+2) + \frac{1}{\sqrt{2}}\arctg\frac{x}{\sqrt{2}} + \frac{1}{(x^2+2)} + c$$

ملاحظة (1):

$$\frac{dx}{x^2+a} = \frac{1}{a}\arctg\frac{x}{a}$$

ملاحظة:

$$\int \frac{-2x}{(x^2+2)^2}$$

$$= \int -2x(x^2+2)^{-2}\,dx = -\frac{(x^2+2)^{-2+1}}{-2+1} = \frac{1}{(x^2+2)}$$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

3) $\int \frac{dx}{(x^4+4)}$

نضيف ونطرح $4x^2$

$= \int \frac{dx}{x^4+4x^2+4-4x^2} = \int \frac{dx}{(x^2+2)^2-4x^2}$

مقارنة

$= \int \frac{dx}{(x^2+2-2x)(x^2+2+2x)}$

$\frac{1}{(x^2+2x+2)(x^2-2x+2)} = \frac{Ax+B}{(x^2+2x+2)} + \frac{cx+D}{(x^2-2x+2)}$

(x^2-2x+2) (x^2+2x+2)

$1 = (Ax+B)(x^2-2x+2)+(cx+D)(x^2+2x+2)$

$= Ax^3-2Ax^2+2Ax+Bx^2-2Bx+2B+cx^3+2cx^2+2cx+Dx^2+2Dx+2D$

① $x^3: A+C=0$ ② $x^2: -2A+B+2c+D$ بالطابعة

③ $x^1: 2A-2B+2c+2D$ ④ $x^0: B+2D=1$

بالحل المشترك للمعادلات نجد:

$A=-\frac{1}{8}$ $B=\frac{1}{4}$ $C=\frac{1}{8}$ $D=\frac{1}{4}$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة