كلية العلوم

القسم : الرياضيات

السنة : الرابعة

المادة : امثليات عددية

المحاضرة : الرابعة /نظري/

{{ مكتبة A to Z }}

Facebook Group : مكتبة A to Z

تمرين: لدينا التابع f المعرف بالشكل التالي:

$$\min f(x_1,x_2,x_3,x_4)=(x_1+10x_2)^2+5(x_3-x_4)^2+(x_2-2x_3)^4+10(x_1-x_4)^4$$

حيث ان التخمين الابتدائي لمتغيرات القرار هو:

$$X_0=(3,-1,0,1)^T \quad , \quad f(X_0)=215$$

فنشتق بداية:

الكل: ①

$$\nabla f=\begin{bmatrix}\frac{\partial f}{\partial x_1}\\ \frac{\partial f}{\partial x_2}\\ \frac{\partial f}{\partial x_3}\\ \frac{\partial f}{\partial x_4}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}2(x_1+10x_2)+40(x_1-x_4)^3\\ 4(x_2-2x_3)^3+20(x_1+10x_2)\\ 10(x_3-x_4)-8(x_2-2x_3)^3\\ -10(x_3-x_4)-40(x_1-x_4)^3\end{bmatrix}$$

$$\nabla f(X_0)=\begin{bmatrix}30.6\\ -114\\ -2\\ -310\end{bmatrix}$$

$$F(X)=\begin{bmatrix}\frac{\partial^2 f}{\partial x_1^2} & \frac{\partial^2 f}{\partial x_1\partial x_2} & \frac{\partial^2 f}{\partial x_1\partial x_3} & \frac{\partial^2 f}{\partial x_1\partial x_4}\\ \frac{\partial^2 f}{\partial x_2\partial x_1} & \frac{\partial^2 f}{\partial x_2^2} & \frac{\partial^2 f}{\partial x_2\partial x_3} & \frac{\partial^2 f}{\partial x_2\partial x_4}\\ \frac{\partial^2 f}{\partial x_3\partial x_1} & \frac{\partial^2 f}{\partial x_3\partial x_2} & \frac{\partial^2 f}{\partial x_3^2} & \frac{\partial^2 f}{\partial x_3\partial x_4}\\ \frac{\partial^2 f}{\partial x_4\partial x_1} & \frac{\partial^2 f}{\partial x_4\partial x_2} & \frac{\partial^2 f}{\partial x_4\partial x_3} & \frac{\partial^2 f}{\partial x_4^2}\end{bmatrix}$$

$$F(X)=\begin{bmatrix}2+120(x_1-x_4)^2 & 20 & 0 & -120(x_1-x_4)^2\\ 20 & 12(x_2-2x_3)^2+200 & -24(x_2-2x_3)^2 & 0\\ 0 & -24(x_2-2x_3)^2 & 10+48(x_2-2x_3)^2 & -10\\ -120(x_1-x_4)^2 & 0 & -10 & +10+120(x_1-x_4)^2\end{bmatrix}$$

مكتبة A to Z - كلية العلوم (جامعة طرطوس) - TEL:0931497960

بتعويض قيمة X_0 في $F(X)$ نجد :

$$F(X_0) = \begin{bmatrix} 482 & 20 & 0 & -480 \\ 20 & 212 & -24 & 0 \\ 0 & -24 & 58 & -10 \\ -480 & 0 & -10 & +490 \end{bmatrix}$$

ملاحظة : استخدام الآلة الحاسبة لإيجاد محدد ومقلوب وصفوفة

$$F(X_0) = \begin{bmatrix} 0,1126 & -0,0089 & 0,0154 & 0,1106 \\ -0,0089 & 0,0057 & 0,0008 & -0,0087 \\ 0,0154 & 0,0008 & 0,203 & 0,0155 \\ 0,1106 & -0,0087 & 0,0155 & 0,1107 \end{bmatrix}^{-1}$$

$$-F(X_0)^{-1} \nabla f(X_0) = \begin{bmatrix} 1,4127 \\ -0,1587 \\ 0,2540 \\ 0,2540 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow X_1 = X_0 - F(X_0)^{-1} \nabla f(X_0) = \begin{bmatrix} 1,5873 \\ -0,1587 \\ 0,2540 \\ 0,2540 \end{bmatrix}$$

$$f(X_1) = 31,8$$

$\nabla f(X_1) = \begin{bmatrix} 94,81 \\ -1,1179 \\ 2,371 \\ -94,81 \end{bmatrix}$ لنوجد X_2 :

$$H(X_1) = \begin{bmatrix} 215,3 & 20 & 0 & -213,3 \\ 20 & 205,3 & -10,67 & 0 \\ 0 & -10,67 & 31,34 & -10 \\ -213,3 & 0 & -10 & 223,3 \end{bmatrix}$$

$$H(X_1)^{-1} \nabla f(X_1) = \begin{bmatrix} 0,5291 \\ -0,0529 \\ 0,0846 \\ 0,0846 \end{bmatrix}$$

$$X_2 = X_1 - H(X_1)^{-1} \nabla f(X_1) = \begin{bmatrix} 1,0582 \\ -0,1058 \\ 0,1694 \\ 0,1694 \end{bmatrix}$$

$f(X_2) = 6,28$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

الحلول البيانية لمسائل الأمثليات الخطية لمتغيرين :

نقول عن مسألة أمثليات أنها خطية إذا كانت دالة الهدف هي دالة خطية [متغيراتها من الدرجة الأولى] والدوال المعبرة عن القيود هي أيضاً دوال خطية

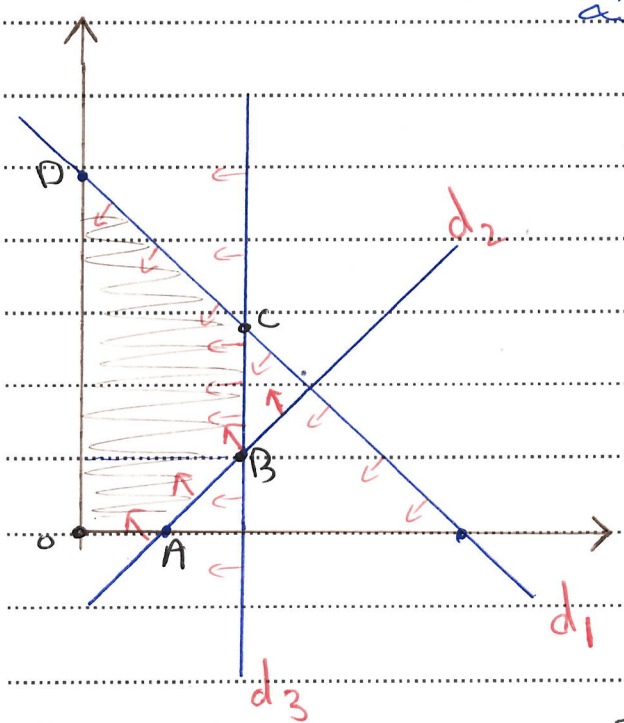
من الشكل :

$$\min / \max \quad f(x)$$
$$S.t \quad g(x) \geq 0 \qquad X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$
$$X \geq 0$$

مثال :

$$\max Z = f(X) = 2x_1 + x_2$$
$$S.t \quad x_1 + x_2 \leq 10$$
$$x_1 - x_2 \leq 2$$
$$x_1 \leq 4$$
$$x_1, x_2 \geq 0$$

الحل : نقوم برسم المستقيمات المعبرة عن قيود المسألة ثم نحدد منطقة الحلول الممكنة



$d_1 : x_1 + x_2 = 10$

$(10, 0) \quad (0, 10)$

$d_2 : x_1 - x_2 = 2$

$(2, 0) \quad (4, 2)$

$d_3 : x_1 = 4$

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة

لدينا مجموعة الحلول الممكنة

O(0,0) A(2,0) B(4,2)

C(4,6) D(0,10)

$Z_1 = f(0,0) = 0$ $Z_3 = f(4,2) = 10$

$Z_2 = f(2,0) = 4$ $Z_4 = f(4,6) = 14$

$Z_5 = f(0,10) = 10$

$\Rightarrow Z^* = Z_4 = 14$

انتهت المحاضرة

TEL:0931497960 - Facebook Group: A to Z مكتبة